

# 事故地点对交通波的影响研究\*

赵寿根†

(北京航空航天大学航空科学与工程学院, 北京 100191)

(2009 年 1 月 6 日收到 2009 年 2 月 25 日收到修改稿)

利用唐等人提出的考虑事故概率的交通流模型 Tang T Q, Huang H J, Xu G 2008 *Physica A* 387 6845 研究事故发生地点对冲击波和稀疏波的影响, 其数值计算结果表明, 该模型可以如实地刻画事故对这两种交通波的影响, 但这种影响与事故发生地点密切相关.

关键词: 交通事故, 冲击波, 稀疏波

PACC: 0520, 0550

## 1. 引言

随着经济的迅速发展, 交通拥挤、交通事故以及交通污染已成为全社会所面临的三大交通问题, 而这些严重的交通问题逐渐吸引了一大批数学家、物理学家、力学家以及交通工程师的研究兴趣, 他们提出了一系列交通流模型来各种复杂的交通现象(如走走停停、局部聚集、冲击波、稀疏波、换道和超车等)<sup>[1-7]</sup>. 然而这些交通流模型都没有考虑各种概率因素对交通流的影响, 所以他们都不能直接用来研究事故问题. 最近, 学者利用一些数学模型研究了事故并取得了一些重要结果<sup>[8-11]</sup>, 但他们的模型不能刻画事故对交通流动力学特性的影响. 最近, 根据事故概率对跟车行为的影响, 唐等人提出了一个考虑事故概率的跟车模型<sup>[12]</sup>和宏观模型<sup>[13]</sup>, 结果发现考虑事故概率可以提高车流稳定性, 但论文中没有分析事故地点对交通流的影响, 本文利用该模型<sup>[13]</sup>进一步研究事故地点对冲击波和稀疏波的影响.

## 2. 模型分析与数值计算

唐等人提出的考虑事故概率的交通流模型<sup>[13]</sup>可归结为

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{v_c(\rho) - v}{T} + \frac{1}{\tau_1} p(-v) + c_0(1-p) \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (1)$$

其中  $\rho$  为密度;  $v$  为速度;  $v_c(\rho)$  为均衡速度且满足: 1)  $v_c(\rho)$  是密度的减函数; 2) 流量  $\rho v_c(\rho)$  是密度的凹函数;  $T$  为司机根据速度差  $v_c - v$  调整其加速度的反映时间;  $p(x, t)$  为事故概率函数 ( $0 \leq p \leq 1$ );  $\tau_1$  为司机根据事故概率导致的速度差  $-v$  调整其加速度的反映时间且满足  $\tau_1 < T$ ;  $c_0(1-p)$  为小扰动传播速度且  $c_0$  为常数. 同文献<sup>[5]</sup>相比, 事故概率会降低小扰动传播速度, 即  $c_0(1-p) \leq c_0$ . 由于方程(1)考虑了事故概率, 所以该模型可以更好地刻画事故对交通流的影响.

Zhang 等人<sup>[15,16]</sup>指出采用动力学模型研究交通流时必须用守恒格式进行数值计算, 所以我们需要将方程(1)改写成守恒形式, 即

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial x} = s(u), \quad (2)$$

其中  $u = \begin{Bmatrix} \rho \\ v \end{Bmatrix}$ ,  $f(u) = \begin{Bmatrix} \rho v \\ \frac{v^2}{2} - c_0(1-p)v \end{Bmatrix}$ ,  $s(u) =$

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{v_c - v}{T} - \frac{pv}{\tau_1} \end{Bmatrix}.$$
 于是我们采用如下的守恒格式来计

算方程(7), 即

\* 凡舟基金(批准号 20070506)资助的课题.

† E-mail: zshougen@buaa.edu.cn

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\hat{f}_{i+1/2}^n - \hat{f}_{i-1/2}^n) + s(u_i^n) \Delta t, \quad (3)$$

其中  $\hat{f}_{i+1/2}^n = \hat{f}(u_i^n, u_{i+1}^n)$  为局部的 Lax-Friedrichs 流量, 即

$$\hat{f}(u_i^n, u_{i+1}^n) = \frac{1}{2} (f(u_i^n) + f(u_{i+1}^n) - \alpha(u_{i+1}^n - u_i^n)), \quad (4)$$

其中  $\alpha$  是方程 (3) 的最大特征速度. 为了简单起见, 本文取  $\alpha = v_f$ . 此外,  $i$  和  $j$  分别为空间和时间指标.

下面模拟事故地点对冲击波和稀疏波的影响. 其初值条件如下:

$$\begin{aligned} \rho_{up}^1 &= 0.04 \text{ vel/m}, \quad \rho_{down}^1 = 0.18 \text{ vel/m}, \\ \rho_{up}^2 &= 0.18 \text{ vel/m}, \quad \rho_{down}^2 = 0.04 \text{ vel/m}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $\rho_{up}^1, \rho_{down}^1, \rho_{up}^2, \rho_{down}^2$  分别为第 I(II) 种情形的上游和下游初始密度. 第 I 和 II 种情形分别对应于冲

击波和稀疏波. 系统的初始速度为

$$v_{up}^i = v_c(\rho_{up}^i), \quad v_{down}^i = v_c(\rho_{down}^i), \quad i = 1, 2. \quad (6)$$

本文采用自由边界进行数值实验, 即  $\partial \rho / \partial x = \partial v / \partial x = 0$ . 采用如下均衡速度<sup>[17]</sup>:

$$v_c(\rho) = v_f \left[ 1 - \exp \left( 1 - \exp \left( \frac{c_m}{v_f} \left( \frac{\rho_j}{\rho} - 1 \right) \right) \right) \right], \quad (7)$$

其中  $v_f$  为自由流速度,  $c_m$  为堵塞密度状态下的运动波波速,  $\rho_j$  为堵塞密度. 本文模拟的道路长 20 km, 初始密度的间断点在道路中点. 事故持续时间为 10 min, 其他所有参数如下:

$$\begin{aligned} c_0 &= c_m = 11 \text{ m/s}, \quad T = 10 \text{ s}, \quad v_f = 30 \text{ m/s}, \\ \rho_j &= 0.2 \text{ vel/m}, \quad \tau_1 = 15 \text{ s}, \quad \Delta x = 200 \text{ m}, \quad \Delta t = 1 \text{ s}. \end{aligned}$$

本文的参数取值不会影响数值实验的定性结果.

数值计算结果如图 1 和图 2 所示, 其中图 1 和 2 分别是事故地点对冲击波和稀疏波的影响. 从图 1,

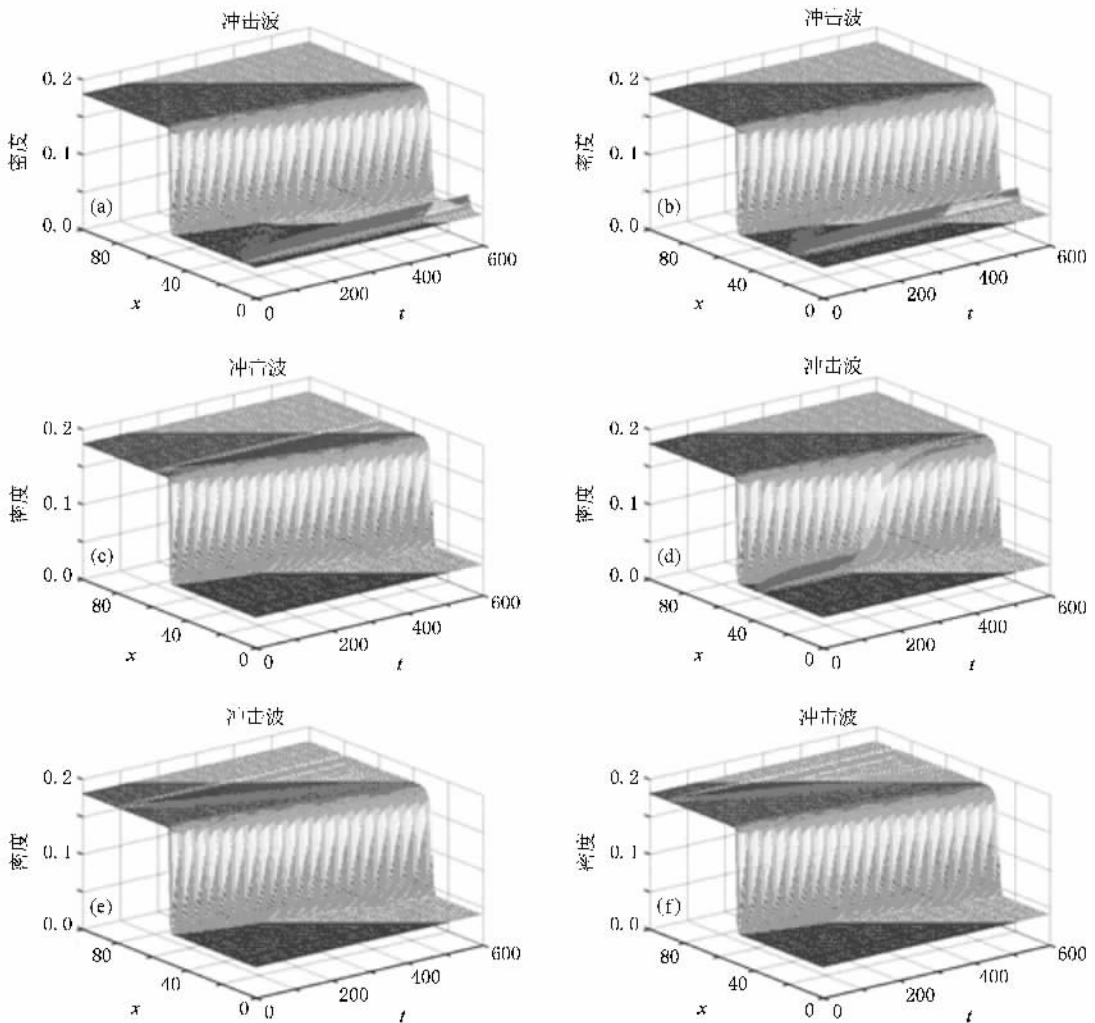


图 1 事故地点对冲击波的影响 ( $x_0$  为事故地点)

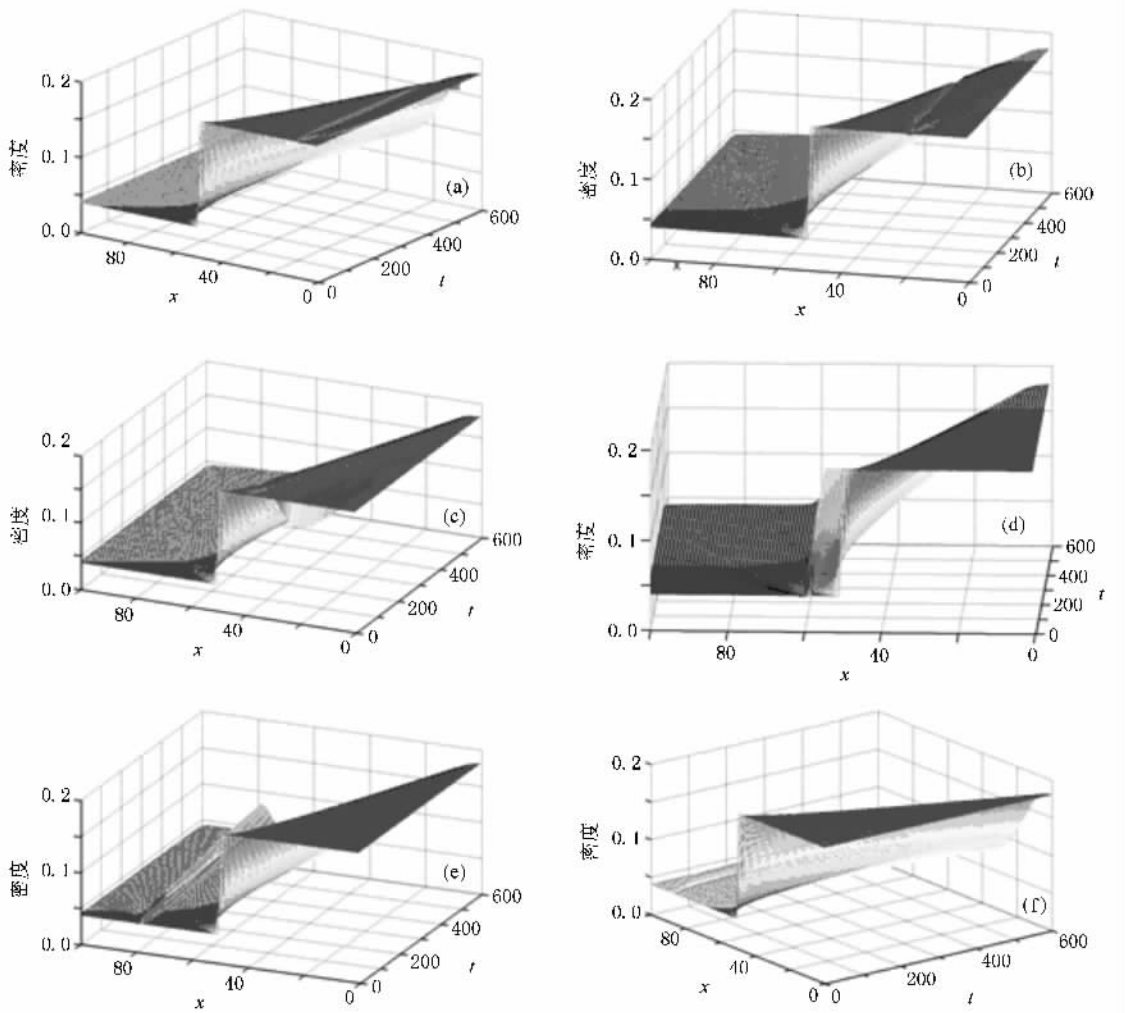


图2 事故地点对稀疏波的影响( $x_0$ 为事故地点)

我们可以得到以下结论:

1)事故位于间断点下游时,下游将出现车流聚集现象.由于下游车流密度比较高,使得该聚集现象较为微弱,这说明了事故对冲击波的影响较小.随着事故离间断点的距离逐渐增加,事故对冲击波的影响将变得更明显,即下游将出现更显著的聚集现象,且这种聚集现象的传播距离将随着事故持续时间的增加而增加.

2)事故位于间断点上游时,上游将出现明显的车流聚集现象,这说明事故对冲击波的影响比较大.由于上游车流密度较低,使得上游车流聚集现象的传播速度较快,从而导致该聚集现象较为显著且传播距离较远.随着事故离间断点距离的增加,这种聚集现象将变得更显著,从而在事故地点附近形成了一些新的交通波,即事故上游出现一个急剧向后传播的新冲击波,而事故下游出现一个稀疏波,且这两

种交通波将随着事故持续时间的增加而变得更显著.

3)不论事故位于间断点上游还是下游,如果事故地点离间断点非常近,事故对冲击波波形的影响较小,但会加快其传播速度.其理由如下:冲击波的传播速度为 $\frac{q_{up} - q_{down}}{\rho_{up} - \rho_{down}}$ ,如果事故离间断点非常近,事故将导致它上游流量立即变为0,这使得间断点附近的流量变化量较大( $q_{up} - q_{down}$ 的变化量较大),而事故产生的聚集现象比较微弱,这使得间断点附近的车流密度变化量较小( $\rho_{up} - \rho_{down}$ 的变化量较小),所以 $\frac{q_{up} - q_{down}}{\rho_{up} - \rho_{down}}$ 值将变大.

从图2,我们可以得到以下结论:

1)事故位于间断点下游时,下游将出现明显的车流聚集现象,这说明事故对稀疏波的影响比较大.

( i ) 由于下游车流密度比较低,使得该聚集现象的传播速度较快,从而导致该聚集现象较为显著而且向后传播的距离较远 ( ii ) 该聚集现象随着事故离间断点的距离的增加而变得更为显著,从而在事故发生地点附近会形成一些新的交通波,即事故上游出现一个急剧向后传播的新冲击波,而事故下游出现一个稀疏波,而且这两个新交通波将随着事故持续时间的增加和事故离间断点的距离的增加而变得更为显著 ( iii ) 如果事故离间断点非常近,事故将导致间断点附近的车流密度急剧增加,但其密度比间断点下游高而比间断点上游低,从而在间断点附近形成一个双层稀疏波.

2) 事故位于间断点上游时,上游车流将出现聚集现象. 由于上游车流密度较高,这使得该聚集现象较为微弱且其传播速度较慢,所以事故对稀疏波的影响比较小. 随着事故离间断点的距离的逐渐增加,事故对稀疏波的影响将变得更为显著. 即上游向后

传播的聚集现象将变得更显著,且其传播距离将随着事故持续时间的增加而增加.

上述结果与现实基本一致,这正好说明唐等人提出的考虑事故概率的交通流模型<sup>[13]</sup>可以合理地刻画事故对冲击波和稀疏波的影响.

### 3. 结 论

现有交通流模型都没有考虑事故概率对交通流的影响,所以它们不能够直接用于研究交通事故问题. 本文利用唐等提出的考虑事故概率的交通流模型模型<sup>[13]</sup>研究事故地点对冲击波和稀疏波的影响,其数值结果表明,该模型<sup>[13]</sup>可以较好地刻画事故地点对这两种交通波的影响. 但由于事故发生时间、类型及持续时间等因素对交通流的影响非常复杂,这要求我们进一步研究各种事故因素与密度、流量及速度之间的内在联系.

- 
- [ 1 ] Chowdhury D, Santen L, Schreckenberg A 2000 *Phys. Rep.* **329** 199
- [ 2 ] Lighthill M J, Whitham, G B 1955 *Proc. Roy. Soc., London, Ser. A* **229** 317
- [ 3 ] Richards P I 1956 *Oper. Res.* **4** 42
- [ 4 ] Payne H J 1971 *Simul. Coun. Proc. Ser. Math. Sys.* **1** 51
- [ 5 ] Jiang R, Wu Q S, Zhu Z J 2002 *Transp. Res. B* **36** 405
- [ 6 ] Jiang R, Wu Q S, Zhu Z J 2001 *Phys. Rev. E* **64** 017101
- [ 7 ] Zhao X M, Gao Z Y 2005 *Eur. Phys. J. B* **47** 145
- [ 8 ] Wong S C, Sze N N, Li Y C 2007 *Accid. Anal. & Prev.* **39** 1107
- [ 9 ] Sze N N, Wong S C 2007 *Accid. Anal. & Prev.* **39** 1267
- [ 10 ] Telesca L, Lovallo M 2008 *Physica A* **387** 3299
- [ 11 ] Baykal-Gürsoy M, Xiao W, Ozbay K 2009 *Eur. J. Oper. Res.* **195** 127
- [ 12 ] Tang T Q, Huang H J, Wong S C, Jiang R *Chin. Phys.* ( in press )
- [ 13 ] Tang T Q, Huang H J, Xu G 2008 *Physica A* **387** 6845
- [ 14 ] Jiang R, Wu Q S, Zhu Z J 2002 *Appl. Math. & Mech.* **23** 409
- [ 15 ] Zhang P, Liu R X, Wong S C 2005 *Phys. Rev. E* **71** 056704
- [ 16 ] Zhang P, Wong S C 2006 *Phys. Rev. E* **74** 026109
- [ 17 ] Del Castillo J M, Benitez F G 1995 *Transp. Res. B* **29** 373

# Effect of the position of accident on traffic waves <sup>\*</sup>

Zhao Shou-Gen <sup>†</sup>

( School of Aeronautic Science and Engineering , Beijing University of Aeronautics and Astronautics , Beijing 100191 , China )

( Received 6 January 2009 ; revised manuscript received 25 February 2009 )

## Abstract

In this paper , we adopted the traffic flow model with the consideration of the accident probability , which is recently developed by Tang *et al.* ( Tang T Q , Huang H J , Xu G 2008 *Physica A* **387** 6845 ) , to study the effect that the accident position has on shock and rarefaction wave. The simulation results show that our model can perfectly reproduce the effects that the accidental position produces on the two traffic waves and the effects are completely related to the accident position.

**Keywords** : traffic accident , shock , rarefaction wave

**PACC** : 0520 , 0550

---

<sup>\*</sup> Project supported by the Foundation of “ Fanzhou ” , China ( Grant No. 20070506 ).

<sup>†</sup> E-mail : zshougen@buaa.edu.cn