

# 混沌系统自适应追踪控制新方法<sup>\*</sup>

罗小华<sup>1)</sup> 李华青<sup>2)†</sup> 陈秋华<sup>2)</sup>

1) 重庆邮电大学通信与信息工程学院, 重庆 400065)

2) 重庆邮电大学数理学院, 重庆 400065)

(2009 年 2 月 22 日收到, 2009 年 4 月 8 日收到修改稿)

提出一种混沌系统自适应追踪控制任意参考信号的新方法. 该方法是通过预先设计出补偿控制器将混沌系统状态变量对参考信号的追踪控制问题转化为同结构混沌系统状态变量的自适应同步问题, 再通过设计出自适应控制器, 使同结构混沌系统全局渐近达到同步. 追踪控制器为补偿控制器和自适应控制器的代数和. 基于 Lyapunov 稳定性原理, 理论上严格证明了利用本方法所设计追踪控制器的正确性. 最后, 以超混沌 Chen 系统为控制对象, 利用本方法设计出追踪控制器完成了对不动点、正、余弦信号、同结构混沌系统状态变量、异结构混沌系统状态变量的追踪控制而且响应时间短, 从而表明了本方法的有效性.

关键词: 自适应追踪控制, 补偿控制器, 自适应控制器, 追踪控制器

PACC: 0545

## 1. 引 言

1990 年, Ott 和 Pecora 等<sup>[1,2]</sup>在混沌控制与同步方面作了开创性研究工作. 此后, 混沌控制与同步一直是非线性科学中的研究热点并取得了大量的研究成果<sup>[3-14]</sup>. 在混沌控制的研究中, 追踪控制即通过对受控系统施加控制使它的输出信号达到任意给定的参考信号, 更具有一般性, 也更困难. 有关追踪控制的研究成果相继被报道, 如李丽香等<sup>[15]</sup>实现了 Hénon 系统对参考信号的追踪控制; 王兴元等<sup>[16]</sup>基于离散线性系统稳定性理论实现了 Rössler 混沌系统对任意参考信号的追踪控制; 宁娣等<sup>[17]</sup>基于追踪控制思想实现了混沌系统之间的异结构同步; 五维根和李国辉等<sup>[18,19]</sup>利用非线性反馈控制方法实现了混沌系统的全局变量追踪控制; Li 等基于 Lyapunov 稳定性理论实现了一类含不确定参数混沌系统的全局追踪控制<sup>[20]</sup>. 但是以上研究存在一个共同的不足: 追踪控制切换代价较大即受控混沌系统在完成了对某一个参考信号的追踪控制之后又要对另外一个参考信号进行追踪控制, 那么就需要根据相关原理重新设计控制器. 因为参考信号的多样性, 使得新设计的控制器和旧控制器在形式上存在很大差别,

所以工作量大且比较容易出错.

本文通过设计一个补偿控制器将一类受控混沌系统状态变量对参考信号的追踪控制问题转化为同结构混沌系统之间的自同步问题, 再根据自适应控制理论设计出了自适应控制器, 使得同结构混沌系统能够全局达到同步. 追踪控制器为补偿控制器和自适应控制器的代数和. 值得一提的是, 该自适应控制器只与误差变量有关, 其形式具有相对不变性, 即对于不同的参考信号只需修改其误差变量, 而自适应控制器的形式保持不变, 从而降低了追踪控制切换代价. 基于 Lyapunov 稳定性原理, 理论上严格证明了利用本方法所设计的追踪控制器的正确性. 最后, 以超混沌 Chen 系统为受控对象, 设计出追踪控制器完成了对不动点、正、余弦信号、同结构混沌系统状态变量、异结构混沌系统状态变量的追踪控制而且响应时间短, 从而表明了本方法的有效性.

## 2. 自适应追踪控制问题的描述

考虑由下面数学模型描述的混沌系统:

$$\dot{x} = Ax + F(x, t), \quad (1)$$

这里  $x \in R^n$  为系统状态变量,  $A \in R^{n \times n}$  为系数矩阵,  $F(x, t) \in R^n$  为系统的非线性函数并且满足以下的

<sup>\*</sup> 重庆市教育委员会基金(批准号: KJ070511)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: lhq\_jsack@126.com

Lipschitz 条件:

$$\|F(x, t) - F(\tilde{x}, t)\| \leq L \|x - \tilde{x}\|, \quad (2)$$

这里  $L$  是个正常数,  $\|\cdot\|$  表示向量的 Euclidean 范数.

假设混沌系统 (1) 要追踪控制的参考信号为  $\tilde{x} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \dots, \tilde{x}_n]^T$ , 那么在 (1) 式的右端给它施加一个追踪控制器  $U$ , 这里  $U = [U_1, U_2, U_3, \dots, U_n]^T$ , 得到受控系统为

$$\dot{x} = Ax + F(x, t) + U. \quad (3)$$

要让系统 (1) 的状态变量  $x$  实现对参考信号  $\tilde{x}$  的追踪控制, 分两步来实现.

**步骤 1** 在 (1) 式右边施加一个补偿控制器  $\tilde{u} = [\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3, \dots, \tilde{u}_n]^T$ , 使得 (4) 式成立.

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + F(\tilde{x}, t) + \tilde{u}. \quad (4)$$

定义误差变量  $e = [e_1, e_2, e_3, \dots, e_n]^T$ , 其中  $e_i = \tilde{x}_i - x_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) 并令

$$\tilde{u} - U = -u, \quad (5)$$

我们称  $u$  为自适应控制器. 由 (5) 式减去 (3) 式, 可以得到如下误差系统:

$$\dot{e} = Ae + F(\tilde{x}, t) - F(x, t) - u. \quad (6)$$

**步骤 2** 设计自适应控制器

$$u = Ke + \hat{k} \|e\| \frac{Me}{\|Me\|}, \quad (7)$$

$$\dot{\hat{k}} = q \|Me\| \|e\|,$$

$\hat{k}(0) \in R^+$ ,  $q \in R^+$ ,  $K \in R^{n \times n}$ ,  $M \in R^{n \times n}$  是正定对称矩阵. 下面将证明由步骤 1, 2 设计的自适应控制器能够保证误差系统 (6) 全局稳定于零.

**定理 1** 在误差系统 (6) 的非线性函数  $F(\tilde{x}, t) - F(x, t)$  满足 Lipschitz 条件 (2) 的前提下, 如果存在矩阵  $K \in R^{n \times n}$  和正定对称矩阵  $M \in R^{n \times n}$  满足以下矩阵不等式:

$$(A - K)^T M + M(A - K) < 0, \quad (8)$$

那么误差系统 (6) 在自适应控制器 (7) 的作用下将全局渐近稳定于零.

**证明** 定义 Lyapunov 函数

$$V = e^T Me + \frac{1}{q} (\hat{k} - L)^2, \quad (9)$$

因为  $M$  是一个正定矩阵, 所以  $V$  也是正定的. 沿着 (6) 式对  $V$  求一阶导数得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e^T Me + e^T Me + \frac{2}{q} (\hat{k} - L) \dot{\hat{k}} \\ &= 2e^T Me + \frac{2}{q} (\hat{k} - L) \dot{\hat{k}} \\ &= 2e^T A^T Me + (F(\tilde{x}, t) - F(x, t) - u)^T e \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times Me + \frac{2}{q} (\hat{k} - L) \dot{\hat{k}} \\ &= 2e^T A^T Me + 2(F(\tilde{x}, t) - F(x, t))^T Me \\ &\quad - 2e^T K^T + \frac{\dot{\hat{k}} \|e\|}{\|Me\|} e^T M^T Me \\ &\quad + 2(\hat{k} - L) \|Me\| \|e\| \\ &\leq 2e^T A^T Me - 2e^T K^T Me + 2L \|Me\| \|e\| \\ &\quad - 2\hat{k} \|Me\| \|e\| + 2\hat{k} \|Me\| \|e\| \\ &\quad - 2L \|Me\| \|e\| \\ &= 2e^T (A^T M - K^T M) e \\ &= e^T ((A - K)^T M + M(A - K)) e, \end{aligned}$$

即

$$\dot{V} \leq e^T ((A - K)^T M + M(A - K)) e,$$

故只要存在矩阵  $K \in R^{n \times n}$  和正定对称矩阵  $M \in R^{n \times n}$  满足矩阵不等式 (8), 就有  $\dot{V} \leq 0$ . 根据 Lyapunov 稳定性理论, 误差系统 (6) 在将全局渐近稳定于零. 证毕.

值得说明的是, 矩阵不等式 (8) 成立等价于矩阵  $A - K$  的所有特征值具有负实部. 由此得出设计自适应控制器  $u$  的一种方法: 选择一个矩阵  $K$ , 使得矩阵  $A - K$  的所有特征值具有负实部, 再任意定义一个正定对称矩阵  $C$ , 然后使用 Matlab 中的  $M = \text{lyap}(A - K, C)$  命令, 求出矩阵方程

$$(A - K)^T M + M(A - K) = -C$$

的解就可以得到正定对称矩阵  $M$ , 从而自适应控制器  $u$  就可以由 (7) 式确定了. 补偿控制器  $\tilde{u}$  的表达式很容易确定, 只需将参考信号  $\tilde{x}$  代入 (4) 式, 做简单的运算即可完成. 追踪控制器  $U$  为补偿控制器  $\tilde{u}$  和自适应控制器  $u$  的代数和. 由此可知, 通过以上方法设计的追踪控制器  $U$  可以使受控混沌系统 (3) 完成对任意参考信号的追踪控制.

### 3. 实例仿真

超混沌 Chen 系统的数学模型为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1) + x_4, \\ \dot{x}_2 &= dx_1 - x_1 x_3 + cx_2, \\ \dot{x}_3 &= x_1 x_2 - bx_3, \\ \dot{x}_4 &= x_2 x_3 + rx_4. \end{aligned} \quad (10)$$

由 (1) 式可知  $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T \in R^4$ ,

$$A = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & 1 \\ d & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r \end{bmatrix},$$

$$F(x, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -x_1 x_3 \\ x_1 x_2 \\ x_2 x_3 \end{bmatrix},$$

不难证明非线性函数  $F(x, t)$  满足 Lipschitz 条件(2)式, 此处限于篇幅, 略去详细证明过程. 当参数  $a = 35, b = 3, c = 12, d = 7, 0.085 < r \leq 0.798$  时系统(10)是超混沌的, 本文考虑  $r = 0.5$  的情况. 为了说明本方法的有效性, 下面将分别以不动点、正、余弦信号、同结构混沌系统状态变量、异结构混沌系统状态变量为参考信号, 利用本文方法设计出追踪控制器对它们分别进行追踪控制.

### 3.1. 不动点的追踪控制

设参考信号  $\tilde{x} = [1 \ 2 \ 3 \ 4]^T$ , 由(4)式可知补偿控制器  $\tilde{u}_1 = -39, \tilde{u}_2 = -28, \tilde{u}_3 = 7, \tilde{u}_4 = -8$ . 取矩阵  $K = \text{diag}(0 \ 50 \ 0 \ 8)$ , 则

$$A - K = \begin{bmatrix} -35 & 35 & 0 & 1 \\ 7 & -38 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -7.5 \end{bmatrix},$$

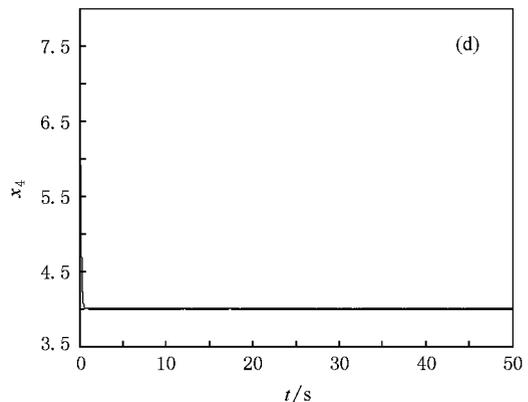
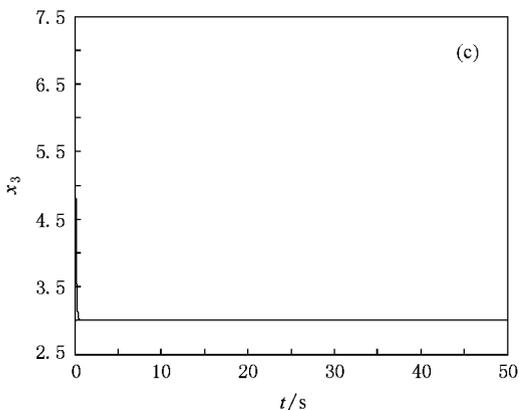
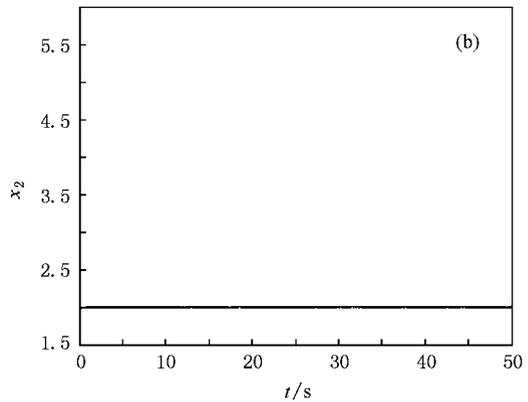
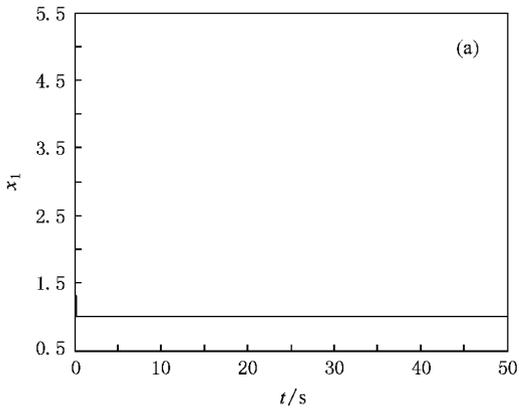


图1 (a)变量  $x_1$  的追踪结果;(b)变量  $x_2$  的追踪结果;(c)变量  $x_3$  的追踪结果;(d)变量  $x_4$  的追踪结果

它的所有特征值具有负实部, 特征值大小分别为  $\lambda_1 = -20.7758, \lambda_2 = -52.2242, \lambda_3 = -3, \lambda_4 = -7.5$ . 取正定对称矩阵  $C = \text{diag}(10, 10, 10, 10)$ , 解 Lyapunov 方程  $(A - K)M + M(A - K)^T = -C$ , 得到正定对称矩阵

$$M = \begin{bmatrix} 0.2376 & 0.0942 & 0 & 0.0180 \\ 0.0942 & 0.1489 & 0 & 0.0028 \\ 0 & 0 & 1.6667 & 0 \\ 0.0180 & 0.0028 & 0 & 0.6667 \end{bmatrix},$$

由(7)式知自适应控制器

$$u_1 = 0,$$

$$u_2 = 50e_2 + \hat{k}A_2 \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2} / \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2},$$

$$u_3 = \hat{k}A_3 \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2} / \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2},$$

$$u_4 = 8e_4 + \hat{k}A_4 \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2} / \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2},$$

$$\dot{\hat{k}} = q \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_4^2} \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2}; \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 0.2376e_1 + 0.0942e_2 + 0.0180e_4, \\
 A_2 &= 0.0942e_1 + 0.1489e_2 + 0.0028e_4, \\
 A_3 &= 1.6667e_3, \\
 A_4 &= 0.0180e_1 + 0.0028e_2 + 0.6667e_4; \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$e_1 = 1 - x_1, e_2 = 2 - x_2, e_3 = 3 - x_3, e_4 = 4 - x_4. \quad (13)$$

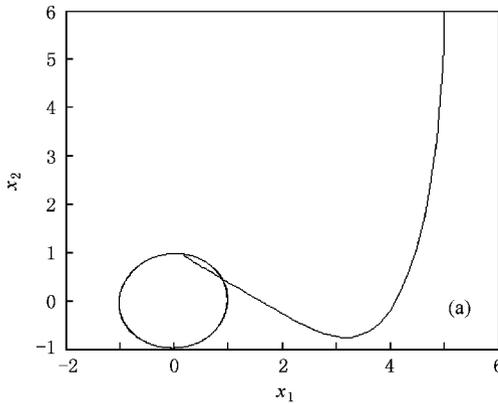
由(5)式追踪控制器为

$$\begin{aligned}
 U_1 &= -39 + u_1, U_2 = -28 + u_2, \\
 U_3 &= 7 + u_3, U_4 = -8 + u_4. \quad (14)
 \end{aligned}$$

选取时间步长为  $\tau = 0.001 \text{ s}$ , 时间取  $50 \text{ s}$ , 受控系统(3)的初始值为  $[x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0)] = [5, 6, 7, 8]$ ,  $\hat{k}(0) = 2$ , 采用四阶 Runge-Kutta 法进行求解, 仿真实验结果如图 1 所示.

### 3.2. 正、余弦参考信号的追踪控制

设参考信号  $\tilde{x} = [\sin t, \cos t, 2\sin t, 2\cos t]^T$ , 由



(4)式可知补偿控制器为

$$\begin{aligned}
 \tilde{u}_1 &= 35\sin t - 34\cos t, \\
 \tilde{u}_2 &= -8\sin t - 12\cos t - \chi \sin^2 t, \\
 \tilde{u}_3 &= 6\sin t + 2\cos t - \sin t \cos t, \\
 \tilde{u}_4 &= -2\sin t - \cos t - 2\sin t \cos t,
 \end{aligned}$$

误差变量变为

$$\begin{aligned}
 e_1 &= \sin t - x_1, e_2 = \cos t - x_2, \\
 e_3 &= 2\sin t - x_3, e_4 = 2\cos t - x_4. \quad (15)
 \end{aligned}$$

自适应控制器  $u$  任然取(9)(10)式对应的形式, 只是误差变量改取(15)式. 那么追踪控制器为

$$\begin{aligned}
 U_1 &= 35\sin t - 34\cos t + u_1, \\
 U_2 &= -8\sin t - 12\cos t - \chi \sin^2 t + u_2, \\
 U_3 &= 6\sin t + 2\cos t - \sin t \cos t + u_3,
 \end{aligned} \quad (16)$$

  $U_4 = -2\sin t - \cos t - 2\sin t \cos t + u_4$ , 其余参数与 3.1 相同, 仿真实验结果如图 2.

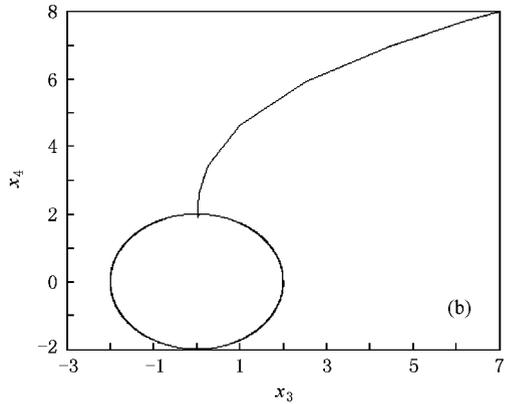


图 2 (a)变量  $x_1, x_2$  的追踪结果 ;(b)变量  $x_3, x_4$  的追踪结果

### 3.3. 同结构混沌系统状态变量的追踪控制

与(10)式同结构的超混沌 Chen 系统为

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{x}}_1 &= \alpha(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1) + \tilde{x}_4, \\
 \dot{\tilde{x}}_2 &= d\tilde{x}_1 - \tilde{x}_1\tilde{x}_3 + c\tilde{x}_2, \\
 \dot{\tilde{x}}_3 &= \tilde{x}_1\tilde{x}_2 - b\tilde{x}_3, \\
 \dot{\tilde{x}}_4 &= \tilde{x}_2\tilde{x}_3 + r\tilde{x}_4. \quad (17)
 \end{aligned}$$

设参考信号为  $\tilde{x} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4]^T$ , 由(4)式可知补偿控制器  $\tilde{u}_1 = 0, \tilde{u}_2 = 0, \tilde{u}_3 = 0, \tilde{u}_4 = 0$ , 误差变量变为

$$\begin{aligned}
 e_1 &= \tilde{x}_1 - x_1, e_2 = \tilde{x}_2 - x_2, \\
 e_3 &= \tilde{x}_3 - x_3, e_4 = \tilde{x}_4 - x_4. \quad (18)
 \end{aligned}$$

自适应控制器  $u$  任然取(9),(10)式对应的形式, 只是误差变量改取(18)式. 那么追踪控制器为  $U_1 = u_1, U_2 = u_2, U_3 = u_3, U_4 = u_4$ , 系统(17)的初始值  $[\tilde{x}_1(0), \tilde{x}_2(0), \tilde{x}_3(0), \tilde{x}_4(0)] = [1, 2, 3, 4]$ , 其余参数与 3.1 相同, 仿真实验结果如图 3 所示.

### 3.4. 异结构混沌系统状态变量的追踪控制

超混沌 Lü 系统的数学模型描述为

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{x}}_1 &= -10\tilde{x}_1 + 10\tilde{x}_2 + \tilde{x}_4, \\
 \dot{\tilde{x}}_2 &= 5\tilde{x}_2 - 4\tilde{x}_1\tilde{x}_3, \\
 \dot{\tilde{x}}_3 &= -3\tilde{x}_3 + 4\tilde{x}_1^2, \\
 \dot{\tilde{x}}_4 &= 0.5\tilde{x}_2, \quad (19)
 \end{aligned}$$

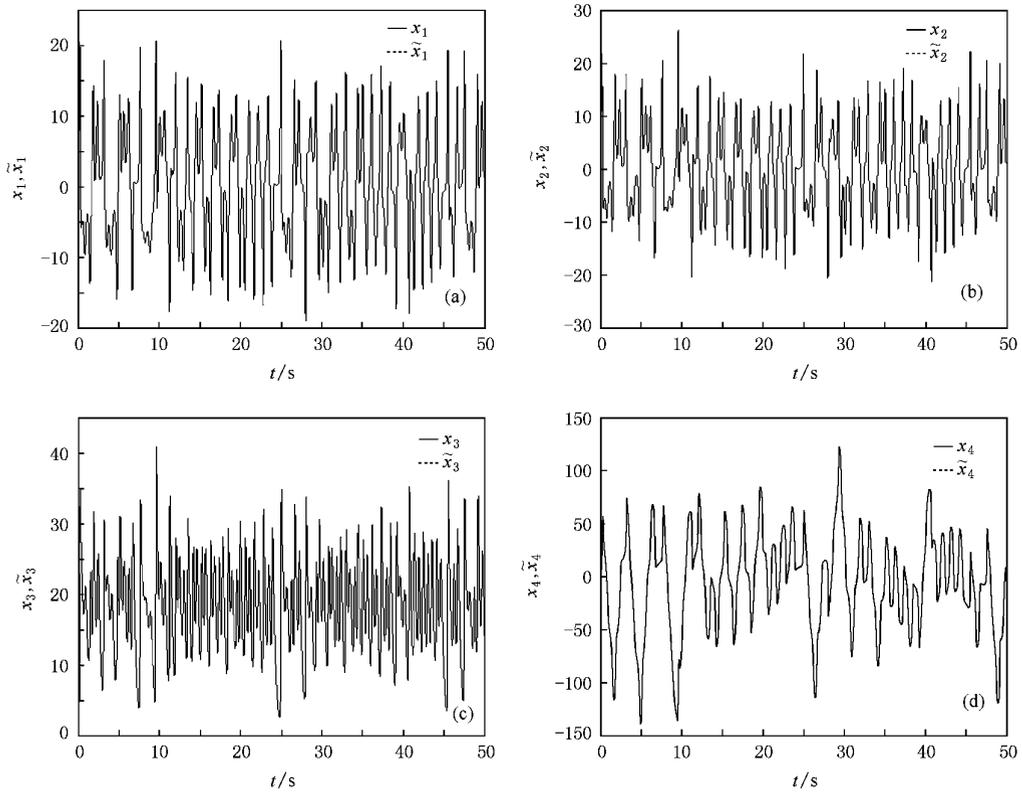


图 3 (a) 变量  $x_1$  的追踪结果 ;(b) 变量  $x_2$  的追踪结果 ;(c) 变量  $x_3$  的追踪结果 ;(d) 变量  $x_4$  的追踪结果

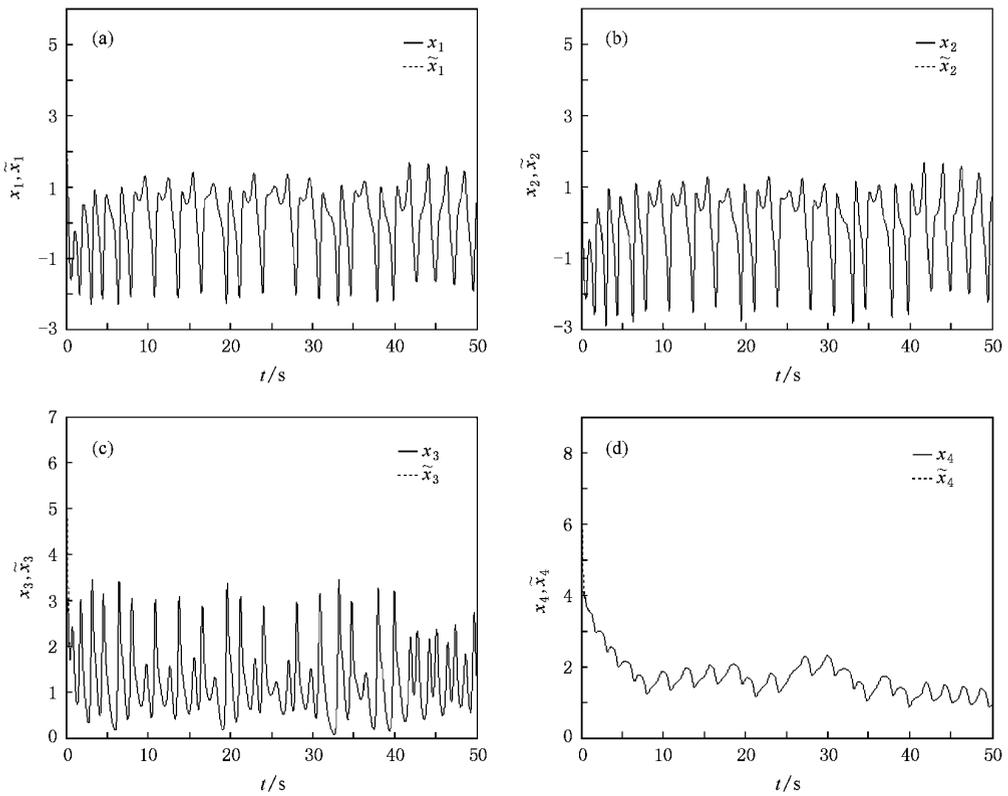


图 4 (a) 变量  $x_1$  的追踪结果 ;(b) 变量  $x_2$  的追踪结果 ;(c) 变量  $x_3$  的追踪结果 ;(d) 变量  $x_4$  的追踪结果

假设参考信号为超混沌 Lü 系统的状态变量  $\tilde{x} =$

$[\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4]^T$ , 由(4)式可知补偿控制器为

$$\begin{aligned} \tilde{u}_1 &= 25\tilde{x}_1 - 25\tilde{x}_2, \\ \tilde{u}_2 &= -7\tilde{x}_1 - 7\tilde{x}_2 - 4\tilde{x}_1\tilde{x}_3, \\ \tilde{u}_3 &= 4\tilde{x}_1^2 - \tilde{x}_1\tilde{x}_2, \\ \tilde{u}_4 &= 0.5\tilde{x}_2 - \tilde{x}_2\tilde{x}_3 - 0.5\tilde{x}_4. \end{aligned} \quad (20)$$

误差变量变为

$$\begin{aligned} e_1 &= \tilde{x}_1 - x_1, e_2 = \tilde{x}_2 - x_2, \\ e_3 &= \tilde{x}_3 - x_3, e_4 = \tilde{x}_4 - x_4. \end{aligned} \quad (21)$$

自适应控制器  $u$  任然取(9)(10)式对应的形式, 只是误差变量改取(21)式, 那么追踪控制器为

$$\begin{aligned} U_1 &= 25\tilde{x}_1 - 25\tilde{x}_2 + u_1, \\ U_2 &= -7\tilde{x}_1 - 7\tilde{x}_2 - 4\tilde{x}_1\tilde{x}_3 + u_2, \\ U_3 &= 4\tilde{x}_1^2 - \tilde{x}_1\tilde{x}_2 + u_3, \end{aligned}$$

$$U_4 = 0.5\tilde{x}_2 - \tilde{x}_2\tilde{x}_3 - 0.5\tilde{x}_4 + u_4. \quad (22)$$

系统(19)的初始值  $[\tilde{x}_1(0), \tilde{x}_2(0), \tilde{x}_3(0), \tilde{x}_4(0)] = [1, 2, 3, 4]$ , 其余参数与 3.1 相同, 仿真实验结果如图 4 所示.

## 4. 结 论

本文提出一种追踪控制的新方法. 将追踪控制器分解为补偿控制器和自适应控制器两部分, 只需要根据不同的参考信号, 修改补偿控制器即可, 不必对自适应控制器作修改, 实施比较简单而且响应时间短. 这给混沌系统的切换追踪控制带来了方便.

利用该方法来实现具有系统不确定性的混沌系统对任意参考信号的追踪控制将是我們下一步的研究方向.

- [1] Ott E, Grebogi C, York J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [2] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [3] Chen G, Dong X 1998 *From Chaos to Order: Methodologies, Perspective and Applications* (Singapore: World Scientific) Chap 1
- [4] Wang G R, Yu X L, Chen S G 2001 *Chaotic Control, Synchronization and Utilizing* (Beijing: National Defence Industry Press) Chap 6 (in Chinese) [王光瑞、余熙岭、陈式刚 2001 混沌的控制同步与应用(北京:国防工业出版社)第6章]
- [5] Guan X P, Fan Z P, Chen C L, Hua C C 2002 *Chaotic and Its Application on Secure Communication* (Beijing: National Defence Industry Press) Chap 4 (in Chinese) [关新平、范正平、陈彩莲、华长春 2002 混沌控制及其在保密通信中的应用(北京:国防工业出版社)第4章]
- [6] Zhou H L, Li K Y, Li K P 2006 *Acta Phys. Sci.* **55** 1706 (in Chinese) [周华亮、高自友、李克平 2006 物理学报 **55** 1706]
- [7] Chen L, Wang D S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5661 (in Chinese) [谯龙、王德石 2007 物理学报 **56** 5661]
- [8] Zhang R, Hu A H 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6851 (in Chinese) [张荣、胡爱花、徐振源 2007 物理学报 **56** 6851]
- [9] Zu J M, Wang S J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5108 (in Chinese) [祝敬敏、王顺金 2006 物理学报 **55** 5108]
- [10] Ming F H, Wang Z S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 31 (in Chinese) [闵富红、王执铨 2008 物理学报 **57** 31]
- [11] Dou C X, Zhang S Q 2005 *Chin. Phys.* **14** 902
- [12] Dou C X 2005 *Chin. Phys.* **14** 1347
- [13] Chen F X, Wang W, Zhang W D 2007 *Chin. Phys.* **16** 2627
- [14] Xun J, Ning B, Li K P 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5158 (in Chinese) [荀径、宁滨、李克平 **56** 5158]
- [15] Li L X, Peng H P, Lu H B 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 629 (in Chinese) [李丽香、彭海朋、卢辉斌 2001 物理学报 **50** 629]
- [16] Wang X Y, Shi Q J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5591 (in Chinese) [王兴元、石其江 2005 物理学报 **54** 5591]
- [17] Ning D, Lu J A 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4590 (in Chinese) [宁娣、陆君安 2005 物理学报 **54** 4590]
- [18] Wu W G, Gu T X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1922 (in Chinese) [伍维根、古天祥 2000 物理学报 **49** 1922]
- [19] Lig H, Xu D M, Zhou S P 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 181 (in Chinese) [李国辉、徐得名、周世平 2003 物理学报 **52** 181]
- [20] Li Z, Chen G R, Shi Q J, Han C Z 2003 *Phys. Lett. A* **310** 40

# A new method of adaptive tracking control for chaotic system<sup>\*</sup>

Luo Xiao-Hua<sup>1)</sup> Li Hua-Qing<sup>2)†</sup> Chen Qiu-Hua<sup>2)</sup>

1) *College of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China*

2) *College of Mathematics and Physics, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China*

( Received 22 February 2009 ; revised manuscript received 8 April 2009 )

## Abstract

In this paper, a new strategy of adaptive tracking control of chaotic system is proposed. By designing the compensatory controller in advance, this method transforms the tracking control problem of reference signals which are tracked by chaotic system states variables into the adaptive synchronization problem of identical-structured chaotic system variables. Tracking controller is equal to the sum of compensatory controller and adaptive controller. Truth of tracking controller designed by proposed strategy is proved theoretically based on Lyapunov stability theory. Finally, taking hyperchaotic Chen system as controlled object, tracking controllers are designed in this way to track fixed points, sine signals, cosine signals, identical-structured chaotic system state variables and different-structured chaotic system state variables. The response time is very short, showing the effectiveness of the strategy.

**Keywords** : adaptive tracking control, compensatory controller, adaptive controller, tracking controller

**PACC** : 0545

<sup>\*</sup> Project supported by the Education Committee Foundation of Chongqing ( Grant No. KJ070511 ).

<sup>†</sup> E-mail : lhq\_jsack@126.com