

# 一种考虑速度随机慢化概率动态演化的 交通流元胞自动机模型<sup>\*</sup>

丁建勋<sup>1)</sup> 黄海军<sup>1)†</sup> 唐铁桥<sup>2)</sup>

1) 北京航空航天大学经济管理学院, 北京 100191)

2) 北京航空航天大学交通科学与工程学院, 北京 100191)

(2008 年 12 月 8 日收到, 2009 年 2 月 16 日收到修改稿)

在 NS 模型的基础上, 利用司机的记忆效应和当前交通环境动态地调整随机慢化概率, 从而得到一个改进的交通流元胞自动机模型. 数值实验表明, 该模型可以很好地刻画司机记忆效应对交通流的影响, 记忆效应的引入可以提高平均速度和流量.

关键词: 交通流, 元胞自动机模型, 记忆效应, 随机慢化概率

PACC: 0565, 0250, 0520

## 1. 引 言

随着道路上车流密度的不断提高, 车辆行驶的独立性越来越小, 其运动过程的随机性大幅度下降, 人们力图发展合适的理论模型描述这种非完全随机运动的车辆驾驶行为<sup>[1]</sup>. 元胞自动机模型 (cellular automaton, CA) 可以较好地刻画粒子运动的多种微观特性, 许多学者采用元胞自动机模型研究交通流问题, 其中最早的 CA 模型是 Nagel 和 Schreckenberg 提出的 NS 模型<sup>[2]</sup>. 大量的研究成果表明, CA 模型适合用来模拟道路交通流, 再现和分析各种非线性交通现象<sup>[3-11]</sup>.

为了更好地刻画交通流, 学者们对 NS 模型做了一系列改进. 就单车道交通流元胞自动机模型而言, 改进工作主要放在加速、减速和随机慢化等因素上. 1) 加速行为的改进: Xue 等人构建了考虑相对速度的 CA 模型<sup>[5]</sup>, Takayasu 和 Takayasu 使用了慢启动规则<sup>[12]</sup>, Schadschneider 等人用随机加速取代确定性加速<sup>[13]</sup>, Benjamin 等研究了受阻车辆先刹车、再以特定概率加速行驶的情形<sup>[14]</sup>, Li 等人考虑了速度效应 (velocity effect)<sup>[15]</sup>. 2) 速度慢化概率的改进: 随机延迟刹车模型假定随机慢化概率为车辆速度的函

数<sup>[16]</sup>, Knospe 等人提出的 CA 模型中尽量让驾驶员平稳且舒适驾驶<sup>[17]</sup>, Jiang 等人通过细化随机慢化概率考虑刹车灯的影响<sup>[18]</sup>.

现有的各种 CA 模型可以刻画交通流的亚稳态和回滞等非线性现象, 但都没有考虑司机对驾驶过程的记忆效应. 事实上, 驾驶本身是一个经验不断得到积累的过程, CA 模型中的随机慢化概率不应该与历史完全割裂, 它与司机的驾驶经验和当前环境密切相关, 反映在司机的记忆效应上. 本文在分析和刻画驾驶行为时采用司机记忆效应动态调整随机慢化概率, 从而改进了单车道交通流 NS 模型.

## 2. 模 型

将一条长度为  $L$  的道路划分为若干个离散的元胞, 每个元胞的长度一般取  $\Delta x = 7.5 \text{ m}$ , 它或为空或被一辆车占据, 每辆车的速度可以取  $0, 1, 2, \dots, v_{\max}$ . 此处  $v_{\max}$  表示最大速度. 取模拟迭代的时间步长为  $1 \text{ s}$ , NS 模型的演化规则如下:

- 1) 加速  $v_n(t+1) \rightarrow \min(v_n(t) + 1, v_{\max})$ ;
- 2) 减速  $v_n(t+1) \rightarrow \min(v_n(t+1), \text{gap}_n)$ ;
- 3) 以概率  $P$  随机慢化,  $v_n(t+1) \rightarrow \min(v_n(t+1) - 1, 0)$ ;

<sup>\*</sup> 国家重点基础研究发展计划 (973 项目) (批准号: 2006CB705503) 和国家自然科学基金 (批准号: 70521001 和 70701002) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: haijunhuang@buaa.edu.cn

4)位置更新  $x_n(t+1) \rightarrow x_n(t) + v_n(t+1)$ .

上面  $x_n(t)$  和  $v_n(t)$  分别为第  $n$  辆车在  $t$  时刻的位置和速度  $gap_n(t)$  为第  $n$  辆车在  $t$  时刻与前方紧邻车辆之间的距离  $gap_n(t) = x_{n-1}(t) - x_n(t) - l$ ,  $P$  为车辆速度的随机慢化概率,即以概率  $P$  降低速度一个单位.

现有的 NS 模型采用了固定的  $P$  值,实际上,司机在驾驶过程中会根据历史经验和当前交通环境适当地调整速度的随机慢化概率,这是对记忆知识的有效使用.于是,车辆的随机慢化概率成为

若  $gap_n(t) \leq v_{max}$  且  $v_n(t) \geq v_{n-1}(t)$  则

$$P(t+1) = \min\{P(t) + \beta(1 - P(t)), P_0\} \quad (1)$$

否则

$$P(t+1) = (1 - \alpha)P(t). \quad (2)$$

上面  $P_0$  为车辆的初始慢化概率,  $P(t)$  为车辆在  $t$  时刻减速的概率(慢化概率),  $\alpha$  是司机在减速过程中对上次随机慢化概率的记忆参数,  $\alpha = 0$  表示司机在行驶过程中完全记得并采用上一时步的慢化概率,  $\alpha = 1$  表示司机在行驶过程中完全忘记上一时步的慢化概率并且置本次慢化概率为 0,  $\beta$  是司机在行驶过程中对不发生随机慢化的记忆参数,  $\beta = 0$  表示司机完全忘记上一时步不发生随机慢化的概率,  $\beta = 1$  表示司机完全记得上一时步不发生随机慢化的概率.由于司机对上一时步的随机慢化概率和不发生随机慢化的概率都具有记忆效应,面临行车环境比较宽松时,记忆效应降低随机慢化概率;反之,记忆效应不降低随机慢化概率.注意,当  $\alpha = \beta = 0$  时,上面的慢化概率就是 NS 模型中的随机慢化概率.于是,新 CA 模型中的更新规则如下:

- 1) 由(1)式和(2)式确定随机慢化概率  $P$ ;
- 2) 加速  $v_n(t+1) \rightarrow \min(v_n(t) + 1, v_{max})$ ;
- 3) 减速  $v_n(t+1) \rightarrow \min(v_n(t+1), gap_n)$ ;
- 4) 随机慢化(以概率  $P$  降低速度),  $v_n(t+1) \rightarrow \min(v_n(t+1) - 1, 0)$ ;
- 5) 位置更新  $x_n(t+1) \rightarrow x_n(t) + v_n(t+1)$ .

### 3. 数值模拟与分析

设道路长为  $L = 7500$  m, 被分成 1000 个元胞(每个元胞的长度是 7.5 m), 车速范围是  $[0, v_{max}]$ , 其中  $v_{max} = 5$  cells/s (即  $v_{max} = 135$  km/h). 模拟开始时刻, 所有车辆随机地分布道路上. 采用本文提出的 CA 模

型研究周期性边界条件下的一些交通流特性, 其中密度  $\rho$ 、平均速度  $v$  和流量  $q$  的定义如下:

$$\rho = \frac{N}{L}, \quad (3)$$

$$v = \frac{1}{T - t_0} \sum_{t=t_0}^{t_0+T} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i(t) \right), \quad (4)$$

$$q = \rho v. \quad (5)$$

上面  $T$  为模拟总时步数,  $N$  为车辆总数. 模拟中取  $P_0 = 0.5$ ,  $T = 11000$ ,  $t_0 = 10000$ , 统计 20 个样本和描述车辆运动的时空斑图都是针对最后 1000 时步完成的.

图 1 是  $(\alpha, \beta)$  取不同值时的时空斑图, 初始密度  $\rho_0 = 0.16$  veh/m (注: 初始密度大小对时空斑图没有定性影响, 所以文中只给出了对应一个初始密度的时空斑图, 以节省篇幅). 图 1(a)~(c) 对应的  $(\alpha, \beta)$  值分别为  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  和  $(0.8, 0.1)$ . 从图 1 可发现:

1)  $(\alpha, \beta) = (0, 0)$ , 司机根本不考虑记忆效应, 随机慢化概率为常数, 容易产生堵塞区域和局部堵塞, 堵塞向后传播(图 1(a)). 此外, 很容易证明, 当  $\alpha = 0$  时, 无论  $\beta$  取何值, 本文的新模型都是标准的 NS 模型, 所以我们不需要考虑  $\alpha = 0$  和  $\beta$  取其他值的情形.

2)  $(\alpha, \beta) = (1, 0)$ , 司机完全忘记上一时步的随机慢化概率, 且完全忘记上一时步不发生随机慢化的概率. 这种随机慢化概率的动态演化形式最大的程度减少了司机的慢化行为, 不会自发性出现局部堵塞区域. 此时, 交通流的时空演变行为主要取决于车辆的初始分布(图 1(b)).

3)  $(\alpha, \beta) = (0.8, 0.1)$ , 司机对上一时步的随机慢化概率具有一定的记忆效应, 随机慢化概率将进一步降低; 同时, 司机对上一时步不发生随机慢化的概率也具有一定的记忆效应, 随机慢化概率将增加. 所导致的交通状况好于情形 1), 但由于存在记忆效应, 仍然会出现一些堵塞现象(图 1(c)). 进一步的模拟还显示, 只要  $0 < \alpha < 1$  ( $\alpha \neq 1$ ), 无论参数  $\beta$  取何值, 其时空斑图都与图 1(c) 相似.

上述分析表明, CA 模型中交通流的演化与所采用的随机慢化概率有关, 适当调整随机慢化概率的演化规则可以消除或缓解交通拥堵.

图 2 是  $(\alpha, \beta)$  取 6 组不同值时的速度-密度关系和流量-密度关系, 从中发现:

- 1) 无论怎样调整  $(\alpha, \beta)$ , 速度总是密度的递减

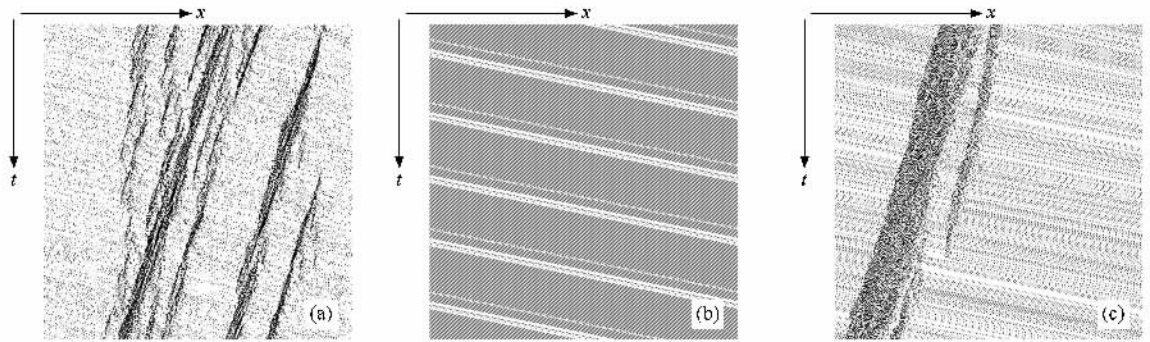


图1 车辆运动的时空斑图 (a)  $(\alpha, \beta) = (0, 0)$  (b)  $(\alpha, \beta) = (1, 0)$  (c)  $(\alpha, \beta) = (0.8, 0.1)$

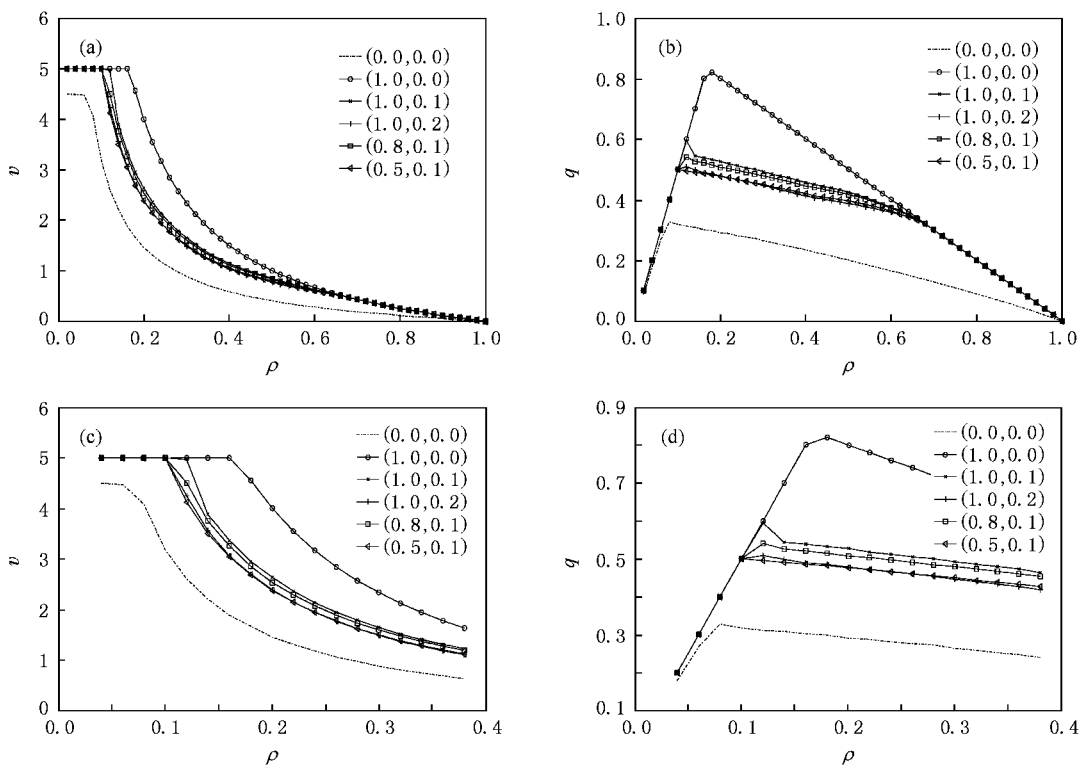


图2 (a) 速度-密度关系 (b) 流量-密度关系 (c) 为(a)的局部 (d) 为(b)的局部

函数, 当密度小于某临界值时, 速度为常数, 对应于自由流  $(\alpha, \beta) = (1, 0)$  时的密度临界值最大; 流量先随密度上升而增加, 当密度超过某临界值后, 流量开始下降, 上升段对应于自由流, 密度临界值与  $(\alpha, \beta)$  有关。

2)  $(\alpha, \beta) = (0, 0)$  时, 本文提出的模型就是标准的 NS 模型, 速度-密度关系和流量-密度关系与标准 NS 模型产生的结果完全相同, 但与  $(\alpha, \beta)$  取其他值时的结果相比, 其平均速度和流量都是最低的。当  $(\alpha, \beta) = (1, 0)$  时, 随机慢化过程彻底消失, 所得到的平均速度和流量最大, 而且不出现同步交通流和

相变, 但这是一种很理想的状态, 实践中很难达到。 $\alpha > 0$  时, 随机慢化概率会随着交通环境的变化而变化, 司机的驾驶行为比标准 NS 模型平稳, 致使发生随机慢化行为的平均回归时间增加, 此时无论怎样改变  $\beta$ , 平均速度和流量都会比标准 NS 模型高。

3) 固定  $\alpha$  (表示司机在面临较好行车环境时对上一时步随机慢化概率的记忆效应不变), 由于司机对上一时步不发生慢化概率的记忆效应随  $\beta$  增加而下降, 使得行驶过程中的慢化概率随  $\beta$  增加而增加, 导致平均速度和流量随  $\beta$  增加而下降。固定  $\beta$  (表示司机在行驶过程中对上一时步不发生慢化概

率的记忆效应不变),由于司机行驶时对上一时步随机慢化概率的记忆效应随  $\alpha$  递减而下降,使得行驶过程中的随机慢化概率随  $\alpha$  递减而增加,平均随机慢化概率增加,导致平均速度和流量随  $\alpha$  递减而下降.

4)当  $\rho \in [0, 0.1]$  时,司机在行驶过程中的随机慢化概率随  $\alpha$  变化而降低,但由于车流密度非常低,此时交通环境的变化对随机慢化概率的影响非常小,所以  $(\alpha, \beta)$  对平均速度和流量的影响非常小(图 2c 和 d);当  $\rho \in (0.1, 0.7]$  时,平均速度和流量随  $\alpha$  递减(或随  $\beta$  增加)而下降,此种状况下车间距普遍缩短,车辆受其前车速度影响显著,慢化概率呈下降趋势,司机大都表现出比较明显的跟车行为;当  $\rho \in (0.7, 1]$  时,车流密度非常高,此时交通环境对随机慢化概率的影响也非常小  $(\alpha, \beta)$  的变化几乎不影响平均速度和流量(图 2a 和 b)).

5)当  $\rho \in [0.1, 0.15]$  时,适当考虑记忆效应(即  $\alpha > 0, \beta > 0$ ),系统继续维持自由流状态,随后产生

了明显的跟车现象和相变现象(图 2d)),而标准 NS 模型在这个密度段已进入拥塞相,因此记忆效应的引入可以提高流量.

## 4. 结 论

尽管现有的元胞自动机模型可以刻画一些复杂交通现象,但由于没有考虑司机记忆效应对随机慢化概率的影响,导致交通流提前进入拥塞相,与实际情况不符合.本文在标准 NS 模型的基础上考虑了随机慢化概率的动态演化过程,得到一个改进的一维交通流元胞自动机模型.数值实验表明,考虑司机记忆效应和随机慢化概率的动态演化,承认驾驶经验的历史继承性,可以更真实地刻画司机的驾车行为,保障平稳驾驶,减少司机的随意驾驶行为,从而提高平均速度和流量.本研究至少证明,随机慢化概率的动态演化与记忆参数  $(\alpha, \beta)$  之间存在非常复杂的作用关系,将随机慢化概率设置为常数是不妥的.

- [1] Chowdhury D, Santen L, Schadschneider A 2000 *Phys. Rep.* **329** 199
- [2] Nagel K, Schreckenberg M 1992 *J. Phys.* **12** 2221
- [3] Nagatani T 2002 *Rep. Prog. Phys.* **65** 1331
- [4] Nagatani T 2007 *Physica A* **377** 651
- [5] Xue Y, Dong L Y, Dai S Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 445 (in Chinese) [薛郁,董力耘,戴世强 2001 物理学报 **50** 445]
- [6] Kuang H, Kong L J, Liu M R 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4138 (in Chinese) [邝华,孔令江,刘慕仁 2004 物理学报 **53** 4138]
- [7] Fu C J, Wang B H, Yin C Y, Gao K 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4032 (in Chinese) [付传技,汪秉宏,殷传洋,高坤 2006 物理学报 **55** 4032]
- [8] Wu K F, Kong L J, Liu M R 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 6275 (in Chinese) [吴可非,孔令江,刘慕仁 2006 物理学报 **55** 6275]
- [9] Lei L, Dong L Y, Song T, Dai S Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1711

(in Chinese) [雷丽,董力耘,宋涛,戴世强 2006 物理学报 **55** 1711]

- [10] Xiao R J, Kong L J, Liu M R 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 740 (in Chinese) [肖瑞杰,孔令江,刘慕仁 2007 物理学报 **56** 740]
- [11] Wang W X, Wang B H, Zheng W C, Yin C Y, Zhou T 2005 *Phys. Rev. E* **72** 066702
- [12] Takayasu M, Takayasu H 1993 *Fractals* **1** 860
- [13] Schadschneider A, Schreckenberg M 1997 *Ann. Phys.* **6** 541
- [14] Benjamin S C, Johnson N F, Hui P M 1996 *J. Phys. A: Math. & Gen.* **29** 3119
- [15] Li X B, Wu Q S, Jiang R 2001 *Phys. Rev. E* **64** 066128
- [16] Barlovic R 1998 *Eur. Phys. J. B* **5** 793
- [17] Knospe K, Santen L, Schadschneider A 2000 *J. Phys. A* **33** 1A77
- [18] Jiang R, Wu Q S 2000 *J. Phys. A* **36** 381

# A cellular automaton model of traffic considering the dynamic evolution of velocity randomization probability<sup>\*</sup>

Ding Jian-Xun<sup>1)</sup> Huang Hai-Jun<sup>1)†</sup> Tang Tie-Qiao<sup>2)</sup>

1) ( *School of Economics and Management , Beijing University of Aeronautics and Astronautics , Beijing 100191 , China* )

2) ( *School of Transportation Science and Engineering , Beijing University of Aeronautics and Astronautics , Beijing 1000191 , China* )

( Received 8 December 2008 ; revised manuscript received 16 February 2009 )

## Abstract

Few cellular automaton models of traffic have taken the relationship between the randomization probability of velocity and the specific value of current velocity into account. On the basis of Nagel-Schreckenberg model, this paper presents a modified cellular automaton model in which the randomization probability evolves with the driver's remembering to historic experience and with the traffic condition around. Numerical simulation results show that the proposed model can reveal the influence of driver's remembering on the traffic and generate higher average velocity and flux.

**Keywords** : traffic flow , cellular automaton model , remembering effect , randomization probability

**PACC** : 0565 , 0250 , 0520

<sup>\*</sup> Project supported by the National " 973 " Basic Research Program of China ( Grant No. 2006CB705503 ) and the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 70521001 , 70701002 ).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail : haijunhuang@buaa.edu.cn