

弹性波通过一维复合材料系统的透射性质*

曹永军† 杨 旭 姜自磊

(内蒙古师范大学物理与电子信息学院, 呼和浩特 010022)

(2008 年 12 月 2 日收到, 2009 年 2 月 20 日收到修改稿)

提出了不同结构的一维弹性波复合材料系统模型, 包括一维周期结构声子晶体、标准 Fibonacci 准周期结构声子晶体、广义 Fibonacci 准周期结构声子晶体以及完全无序结构的复合材料系统. 采用模式匹配理论法, 数值计算了弹性波通过一维复合材料系统的透射系数. 计算结果表明, 利用特殊的准周期结构声子晶体可获得比周期结构声子晶体更宽的带隙范围, 准周期结构排列的复合材料系统相当于在周期结构中引入了缺陷体一样, 带隙内出现了丰富的局域模式. 对弹性波/声波在复合材料系统中局域态性质的研究有助于弹性波/声波滤波器、导波器等的制作.

关键词: 弹性波复合材料, 局域化

PACC: 4320, 8160H, 4335, 0260

1. 引 言

声子晶体是由一种或几种弹性材料周期排列在另一基底材料中形成的一种人工复合材料. 当声波或弹性波在声子晶体中传播时, 会表现出许多不同于在均匀介质中传播的特殊性质, 如在声子晶体带结构中有带隙或局域模的出现^[1-8]. 声子晶体作为滤波或隔振材料具有广阔的应用前景. 因弹性波复合材料的制作具有很强的可操作性, 准周期结构声子晶体是继周期结构声子晶体之后提出的又一种复合材料系统^[9]. 理论和实验研究都表明^[10, 11], 一维 Fibonacci 结构声子晶体对弹性波具有很强的局域性, 而且随着生成代数的增加, 其频谱也表现出规则的分裂行为^[12]. 在前期工作的基础上, 本文又提出了一维 Thue-Morse 准周期结构的声子晶体模型, 采用模式匹配理论法, 数值计算了弹性波垂直入射和斜入射一维准周期结构以及完全无序结构复合材料的透射系数, 研究了弹性波在其中的传播与局域行为. 希望对经典弹性波在一维复合系统中的传播和局域性质有较系统的了解, 进一步拓展声子晶体的应用领域.

2. 模型与计算方法

通过 $A \rightarrow AB$ 和 $B \rightarrow BA$ 的替代规则可生成一个 Thue-Morse 序列^[13], 如 $ABBABAAB \dots$. 现有两种不同的均匀各向同性材料薄层 A 和 B , 弹性波在其中传播的横波和纵波速度分别为 c_{A1}, c_{A2} 和 c_{B1}, c_{B2} ; 质量密度分别为 ρ_A, ρ_B , 厚度分别为 d_A 和 d_B . 当它们按上述规则排列时, 就形成了所谓的一维 Thue-Morse 准周期结构的声子晶体, 如图 1 所示, 两种颜色分别代表两种不同的材料. 为使计算结果更具普遍性, 我们考虑由固体/固体材料组成的系统. 沿系统有限厚度的方向将其划分为多层薄片, 系统沿 Y 方向是有限厚度, 在 X 和 Z 方向为无限大, 其界面如图 1 中的虚线所示.

弹性波沿 Y 方向入射, 通过多层弹性材料系统后, 在出射层的透射系数为透射能流与入射能流之比^[9, 14], 即

$$T = \sum_{i=-M}^M \left| \frac{\operatorname{Re}[(U_{1i}^{\text{tra}})^* T_{21i}^{\text{tra}} + (U_{2i}^{\text{tra}})^* T_{22i}^{\text{tra}}]}{\operatorname{Re}[(U_{1i}^{\text{in}})^* T_{21i}^{\text{in}} + (U_{2i}^{\text{in}})^* T_{22i}^{\text{in}}]} \right| \quad (1)$$

式中下标 i 表示傅里叶分量的阶数, T_i 为第 i 阶应力分量, $(U_i)^*$ 为第 i 阶位移分量的共轭, Re 则取出一个复变量的实部. 以上计算方法的核心思想为

* 内蒙古自治区高等学校科学技术研究项目(批准号: NJ09037)和内蒙古师范大学科研基金(批准号: ZRYB08016)资助的课题.

† E-mail: phyjcao@imnu.edu.cn

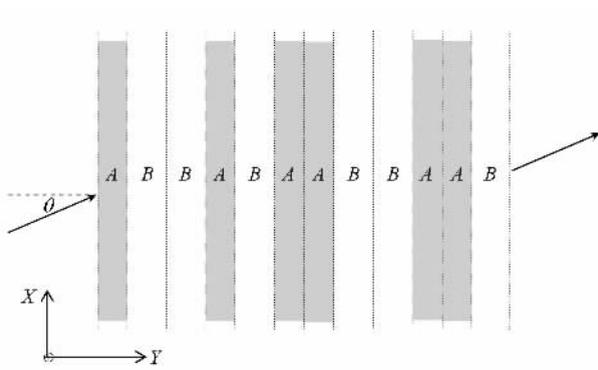


图1 一维 Thue-Morse 结构声子晶体示意图

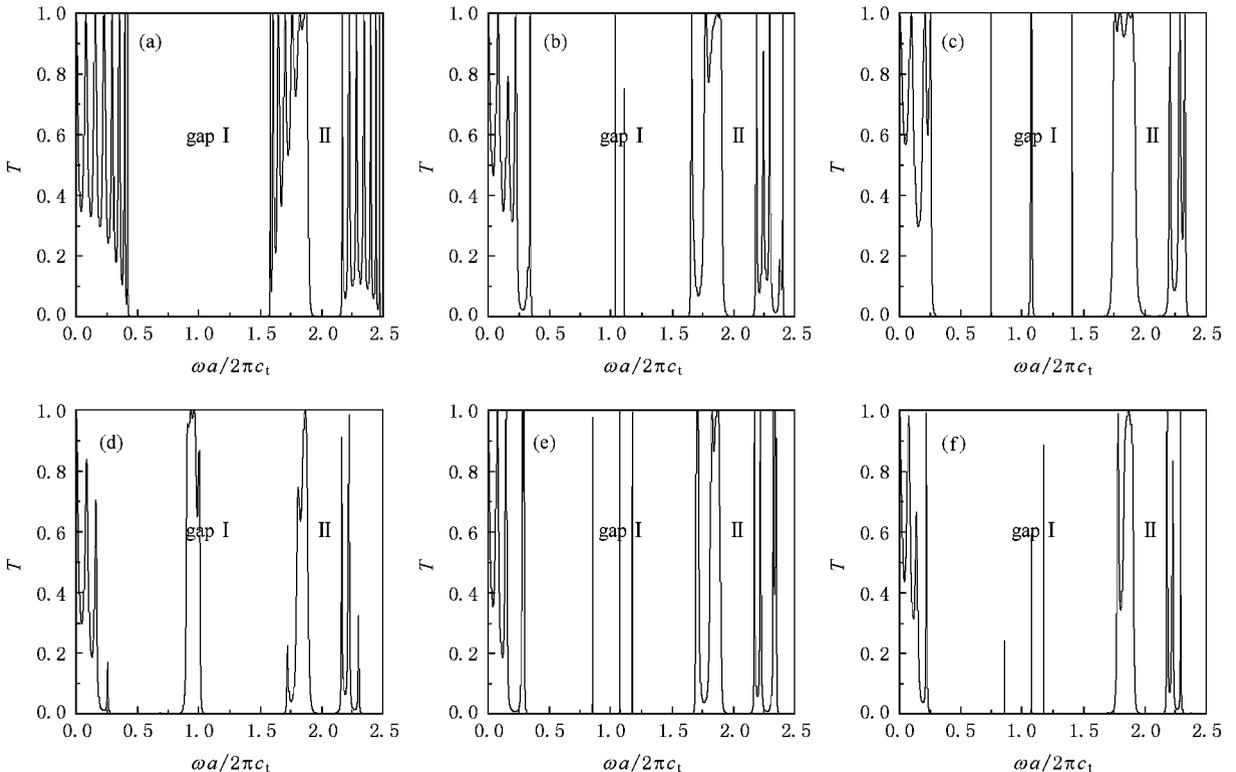
模式匹配法^[9,14],该计算方法可研究弹性波通过一维有限厚度的周期、准周期以及完全无序结构的透射性质.

3. 结果与讨论

在计算中, A 、 B 两种材料分别选取为环氧树脂 (Epoxy) 和铅 (Pb) 材料. 波在介质 A 中的横、纵波速度分别为 1157 m/s 和 2535 m/s, 它的质量密度 ρ_A 为 1180 kg/m³; 在介质 B 中的横、纵波速度分别为 860 m/s 和 2160 m/s, 其质量密度 ρ_B 为 1140 kg/m³. 介质

层厚 $d_A = d_B = 0.5a$, a 为晶格常数.

首先计算了上述对应材料按不同排列结构形成的 16 层一维复合系统的透射系数. 图 $\chi(a)-(f)$ 分别为纵平面弹性波垂直入射到含有 16 层一维周期结构、Fibonacci 准周期结构、 A 族广义 Fibonacci 准周期结构、 B 族广义 Fibonacci 准周期结构、Thue-Morse 准周期结构以及完全无序结构系统时的透射谱. 在图 $\chi(a)$ 所示的周期结构透射谱中, 有二个完整的带隙 (gap) 出现, 其中第一个禁带具有较宽的带隙, 通带范围内有整齐的一类周期振荡. 利用带隙的性质可以有效地隔掉该频率范围内的弹性波, 所以对弹性波而言, 声子晶体本身就是一个有效的带阻滤波器. 分析图 $\chi(a)-(f)$ 还可发现, 当二种介质材料按不同的准周期结构或完全无序结构排列时, 在入射频率 $0-2.5 \omega a/2\pi c_t$ 范围内, 同样会有禁带的出现, 准周期结构的第一带隙较周期结构的第一带隙宽一些. 但对高频的第二带隙, 其带隙位置和宽度并不受系统排列结构无序性的影响. 同时各准周期结构系统的第一带隙内出现了不同频率的共振峰, 对 Fibonacci 准周期结构、 A 族广义 Fibonacci 准周期结构、Thue-Morse 准周期结构以及无序结构的透射谱均有品质因子 $Q = \omega_0/\Delta\omega$ 很高的共振峰出现, 可见

图2 纵平面弹性波垂直入射 $\theta = 0^\circ$ 到 16 层一维复合材料系统时的透射谱

利用不同复合结构的系统可实现不同频率的滤波作用. 共振峰的出现, 是因为准周期系统较之周期系统而言, 其对称性有所下降, 无序度有所增加的缘故, 其效果相当于在周期结构中引入点缺陷体的作用. 但是对 B 族广义 Fibonacci 准周期结构的透射谱, 在其第一带隙内出现了一个通带, 可见 B 族广义 Fibonacci 准周期结构的声子晶体更易于制作弹性波导器件材料, 其他准周期结构的声子晶体更易于制作弹性波/声波滤波器件材料. 图 3(a)–(f) 分别给出了横平面弹性波垂直入射到含有 16 层一维周期结构、Fibonacci 准周期结构、 A 族广义 Fibonacci 准周期结构、 B 族广义 Fibonacci 准周期结构、Thue-Morse 准周期结构以及完全无序结构系统时的透射谱. 与图 2 比较, 可发现横波入射时周期结构系统的透射谱出现了多个带隙, 如图 3(a) 所示. 这是由于横波波长较短, 满足布拉格带隙的弹性波频率有所下降. 其他各准周期性系统的透射谱也比图 2 对应系统的情况较复杂, 出现了很多共振峰, 入射弹性波在复合材料系统内发生了强烈的散射行为. 特别是无序系统, 有大量的共振峰出现, 严格地表明了无序系统的性质, 如图 3(f) 所示. 为了研究透射系数随复合系统层数和入射角度变化的关系, 以下计

算中均选择纵弹性波为入射波.

当增加系统的厚度, 即增加系统的介质层数, 带隙内的共振峰的品质因子发生了明显的变化. 本文也计算了不同频率的纵弹性波入射到 21 层一维复合材料系统的透射系数, 如图 4(a)–(f) 所示, 其分别对应于一维周期结构、Fibonacci 准周期结构、 A 族广义 Fibonacci 准周期结构、 B 族广义 Fibonacci 准周期结构、Thue-Morse 准周期结构以及完全无序结构的系统. 比较图 2 和图 4, 可发现 A 族广义 Fibonacci 准周期结构第一带隙内的共振峰在 16 层和 21 层时, 均有很高的品质因子. 对于正常 Fibonacci、Thue-Morse 以及无序系统内的共振峰, 其透射率有所下降, 甚至有的共振峰在 21 层系统中没有出现, 这是因为 21 层系统太厚的原因. 虽然系统存在这样的本征态, 但是当系统太厚, 入射波能量不能够与系统中的部分局域本征模发生有效的耦合作用, 表现在透射谱上则其透射率就非常低. 在研究含缺陷体的声子晶体时, 我们也发现了类似的现象^[15]. 但是对 B 族广义 Fibonacci 系统, 21 层时第一带隙内较 16 层多了二支共振峰. 这是因为, $N=16$ 层的 B 族广义 Fibonacci 系统还不足以把这二支模式局域得很好. 透射谱反映系统本征模和外界入射波能量的响

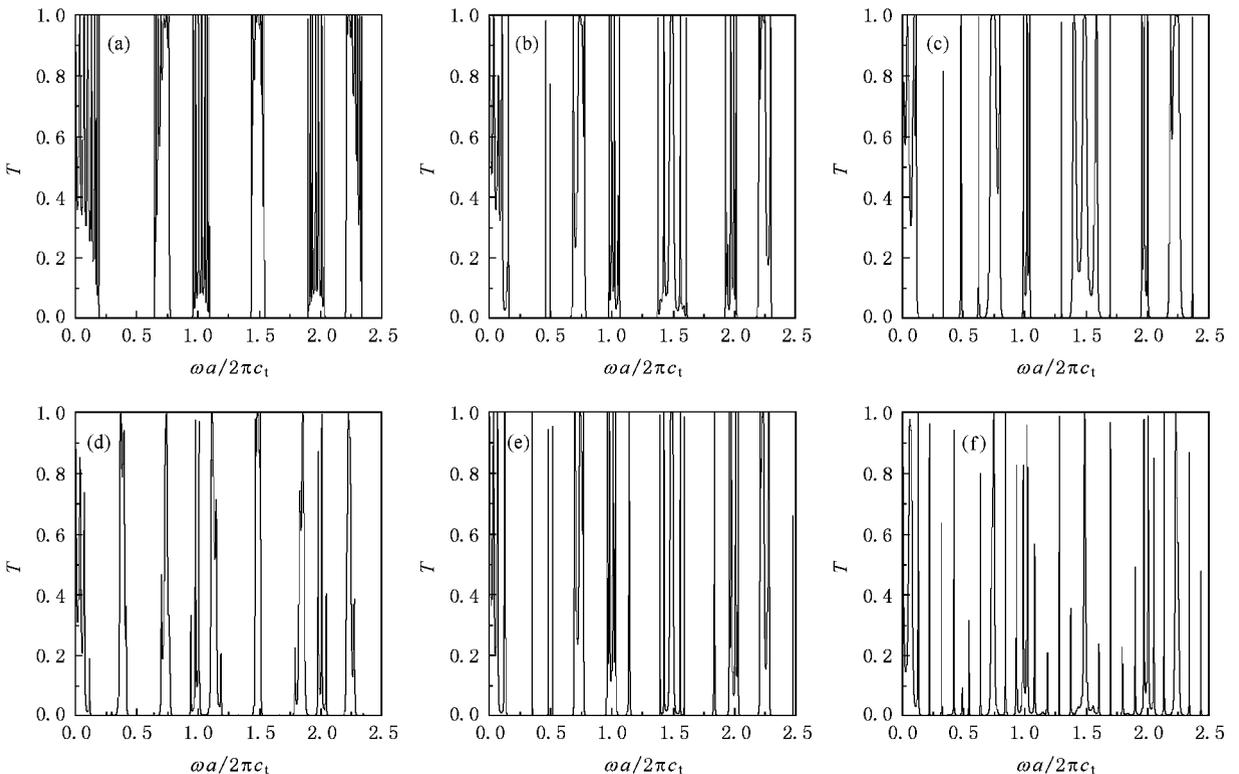


图 3 横平面弹性波垂直入射 $\theta=0^\circ$ 到 16 层一维复合材料系统时的透射谱

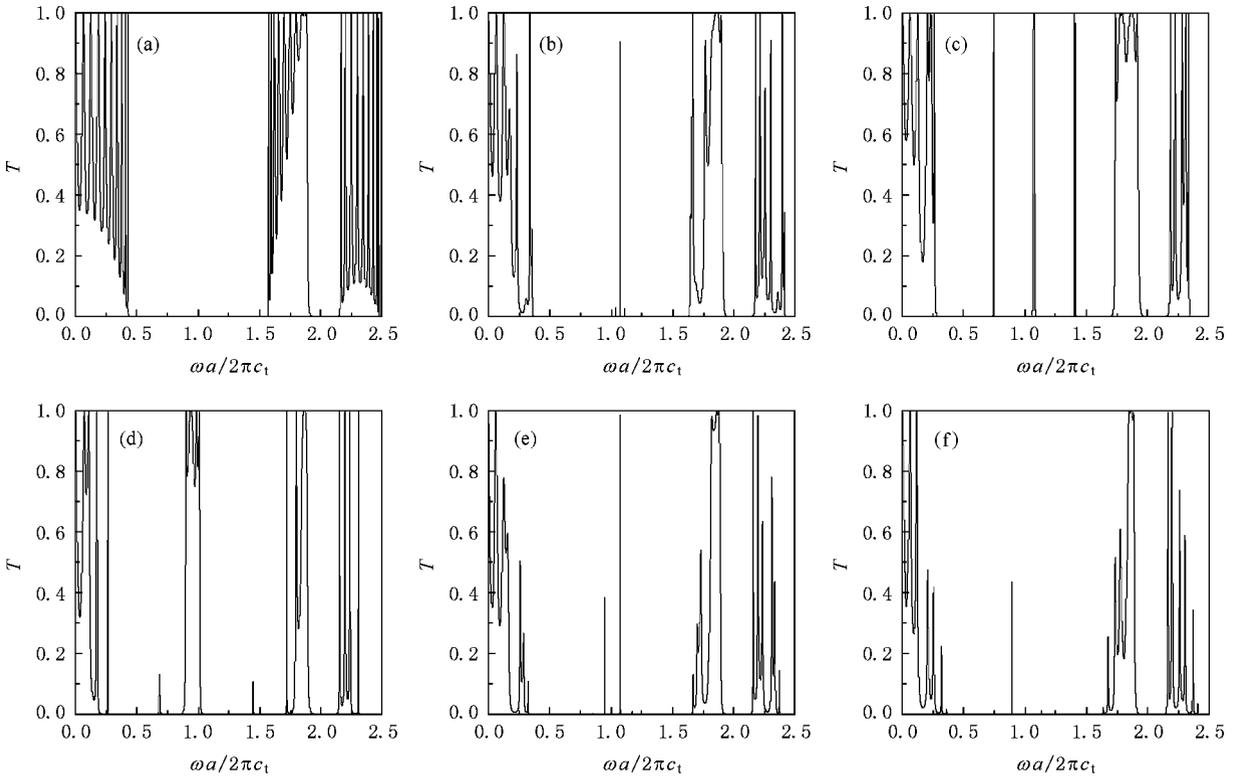


图 4 纵平面弹性波垂直入射 $\theta = 0^\circ$ 到 21 层一维复合材料系统时的透射谱

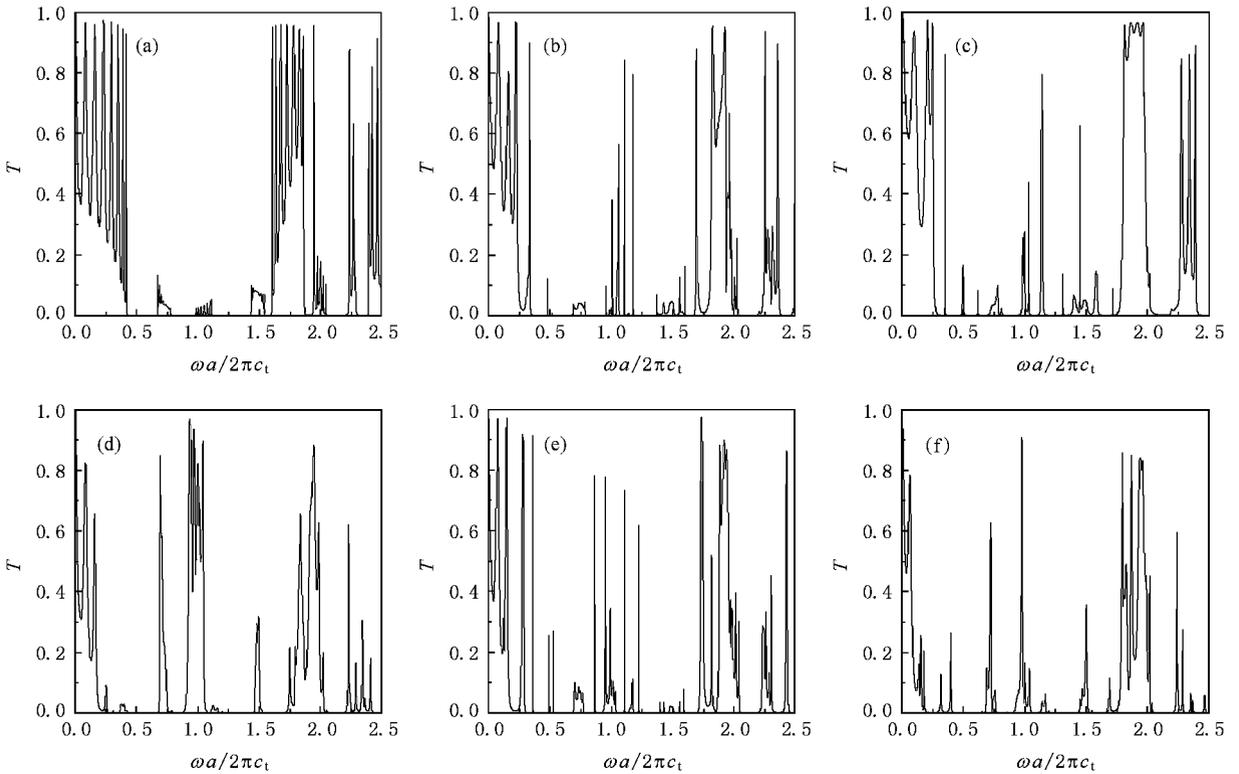


图 5 纵平面弹性波垂直入射 $\theta = 15^\circ$ 到 16 层一维复合材料系统时的透射谱

应问题,并不是系统所有的本征模式均可被激发出来的,须满足一定的条件,即除入射波与本征模式的频率相同、空间分布对称性相同外,还得使入射能量与本征模式发生有效的耦合作用,这样系统的层数不同,透射性质就有所不同.可见,若利用声子晶体复合材料制作弹性波/声波器件材料时,根据问题的需要,控制复合系统的介质层数或厚度是一个关键的因素.

当纵弹性波以 $\theta = 15^\circ$ 入射角斜入射到 16 层一维复合材料系统时,透射谱如图 5(a)~(f)所示,其对应的系统结构与图 2 和图 4 的情形完全一致.与图 2、图 4 比较,发现斜入射情况时,第一带隙内出现了更丰富的局域共振模,特别是在图 5(a)所示的周期结构系统的透射谱中,第一带隙内出现了几个透射率不是很高的通带.这是因为纵弹性波以一定的波矢 k 沿 $\theta \neq 0^\circ$ 的角度入射时,如图 1 所示,波矢 k 沿 X 方向和 Y 方向均有分量,较多的入射波在空间对称性上能够与系统的本征模式匹配,表现在透射谱上就有较多的本征模式被激发出来.在实际应

用中,若能控制好入射角度,利用一维不同结构的复合材料系统可实现弹性波/声波在不同频率范围内的滤波和导波作用的选择.

4. 结 论

本文构造了不同结构的一维复合材料系统模型,包括一维周期结构、标准 Fibonacci 准周期结构、广义 Fibonacci 准周期结构以及完全无序结构的复合材料系统.通过计算弹性波在不同结构中的透射系数,系统地比较了弹性波在其中的传播与局域行为.发现利用非周期排列的特殊复合材料系统,同样会有禁带的出现,且存在丰富的共振模式,相当于在周期的声子晶体结构中引入缺陷体的缘故.其中, B 族广义 Fibonacci 准周期结构的声子晶体更易于制作弹性波波导器件材料,其他准周期结构的声子晶体更易于制作弹性波/声波滤波器器件材料.但是,就同一种结构系统而言,系统的厚度和入射波的入射角度对滤波频率以及品质因子都有重要的影响.

- [1] Liu Z Y, Zhang X, Mao Y, Zhu Y Y, Yang Z, Chan C T, Sheng P 2000 *Science* **289** 1734
- [2] Kafesaki M, Sigalas M M, García 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 4044
- [3] Torres M, Montero De Espinosa F R, García-Pablos D, García N 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 3054
- [4] Khelif A, Djafari-Rouhani B, Vasseur J O *et al* 2002 *Phys. Rev. B* **65** 174308
- [5] Sigalas M M, Economou E N 1993 *Solid State Commun.* **86** 141
- [6] Zhong H L, Wu F G, Yao L N 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 275 (in Chinese) [钟会林、吴福根、姚立宁 2006 物理学报 **55** 275]
- [7] Wu F G, Liu Y Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1434 (in Chinese) [吴福根、刘有延 2002 物理学报 **51** 1434]
- [8] Wang G, Wen J H, Liu Y Z *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1247

(in Chinese) [王刚、温激鸿、刘耀宗等 2005 物理学报 **54** 1247]

- [9] Cao Y J, Dong C H, Zhou P Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 6470 (in Chinese) [曹永军、董纯红、周培勤 2006 物理学报 **55** 6470]
- [10] Cao Y J, Yang X 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 323 (in Chinese) [曹永军、杨旭 2008 物理学报 **57** 323]
- [11] King P D C, Cox T J 2007 *J. App. Phys.* **102** 014902
- [12] Hou Z L, Wu F G, Liu Y Y 2004 *Phys. B* **344** 391
- [13] Liu Y Y, Fu X J 1999 *Quasi-crystal* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) [刘有延、傅秀军 1999 准晶体(上海:上海科技教育出版社)]
- [14] Hou Z L, Fu X J, Liu Y Y 2004 *Phys. Rev. B* **70** 14304
- [15] Cao Y J, Li Y Z 2007 *Mod. Phys. Lett. B* **21** 1479

Transmission property of elastic wave through one-dimensional compound materials^{*}

Cao Yong-Jun[†] Yang Xu Jiang Zi-Lei

(College of Physics and Electronic Information , Inner Mongolia Normal University , Huhhot 010022 , China)

(Received 2 December 2008 ; revised manuscript received 20 February 2009)

Abstract

The models of elastic waves in one-dimensional compound materials , including one-dimensional periodical phononic crystals , abnormal Fibonacci quasi-periodical phononic crystals , generalized Fibonacci quasi-periodical phononic crystals and absolutely disordered compound materials , are proposed in this paper. The transmission coefficients of elastic waves through the above systems are numerically calculated using the mode matched theory method. The results shows that larger band gap can be obtained , and much more localized modes are present in the band gap of a given quasi-periodical structure phononic crystals than in the periodical phononic crystals. The effect of quasi-periodical structure is the same as that of the presence of defects in periodical phononic crystals. The study of the localized states of elastic waves/acoustic waves in compound materials is useful to the fabrications of the elastic/acoustic wave filters or wave-guides.

Keywords : compound materials of elastic waves , localization

PACC : 4320 , 8160H 4335 , 0260

^{*} Project supported by the Scientific Research Foundation of the Higher Education Institutions of Inner Mongolia Autonomous Region ,China(Grant No. NJ09037) , and the Inner Mongolia Normal University Research Grant , China(Grant No. ZRYB08016).

[†] E-mail : phyjcao@imnu.edu.cn