

三维四翼广义增广 Lü 系统*

乔晓华† 包伯成

(江苏技术师范学院电气信息工程学院, 常州 213001)

(2009 年 8 月 13 日收到, 2009 年 8 月 31 日收到修改稿)

增广 Lü 系统是仅含有两个控制参数的三维混沌系统, 可产生一个伪四翼吸引子. 利用混沌反控制方法, 通过在增广 Lü 系统中引入一个简单的线性状态控制器, 提出了一个新三维混沌系统——广义增广 Lü 系统. 新系统实现了一个真正的具有复合结构的四翼吸引子, 它包含了两个镜像对称的子系统. 理论分析、数值仿真和电路实验证明了广义增广 Lü 系统四翼吸引子的存在性, 也阐述了广义增广 Lü 系统有着较增广 Lü 系统更加丰富的动力学特性.

关键词: 广义增广 Lü 系统, 四翼吸引子, 数值仿真, 电路实验

PACC: 0545

1. 引 言

典型的三维混沌系统一般只具有一到两个指数 2 的平衡点, 因此只能产生单翼或双翼的混沌吸引子^[1-14]. 限于信息工程应用领域对混沌系统的易实现性与高复杂度的双重需求, 如何构造能产生多翼吸引子的低维混沌系统成为一个新的研究热点. 近年来, 一些研究者通过构造系统代数方程较为复杂的新混沌系统或者在已有的混沌系统上采用混沌反控制的方法, 增加两个额外的指数 2 平衡点, 获得了拓扑结构较为复杂的四翼混沌吸引子^[15-19]. 王繁珍等在一个含有四个三次交叉乘积项的四维混沌系统上发现了一个真正的四翼吸引子^[15], Chen 等^[16]在一个系统方程右边含有九项的三维自治混沌系统上产生了三翼或四翼扇状吸引子, 胡国四^[17]基于坐标变换的方法提出了一类具有四翼吸引子的超混沌系统. 最近, Dong 等^[18]在 Liu 系统^[4]的基础上通过引入线性状态控制器实现了一个四翼扇状吸引子, 禹思敏等^[19]在两个改进型 Lorenz 系统中通过引入多段分段线性函数获得了两个 Lorenz 类型的四翼蝴蝶吸引子.

2004 年, Lü 等^[5]在 Liu 系统^[4]的基础上提出了一个三维自治混沌系统——增广 Lü 系统, 该系统含

有三个二次非线性项, 仅有两个控制参数, 在不同的初始值条件下能产生一个双翼的上吸引子或下吸引子. 通过在系统方程上加载一个常数控制器作为外加激励, 可以实现双翼上下吸引子的连接, 得到一个四翼的混沌吸引子. 本文采用混沌反控制的方法, 基于增广 Lü 系统, 通过在其第三方程上引入一个简单的线性状态反馈控制器, 推广构造了一个新三维自治混沌系统——广义增广 Lü 系统. 新系统含有三个二次交叉乘积项, 具有 5 个平衡点且仅有三个系统参数, 不需要外加激励即可生成一个真正的四翼扇状混沌吸引子.

2. 广义增广 Lü 系统及其四翼吸引子

Lü 等^[5]提出的三维混沌系统的数学模型为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -[ab(a+b)]x - yz, \\ \dot{y} &= ay + xz, \\ \dot{z} &= bz + xy, \end{aligned} \quad (1)$$

式中 a, b 为负实数. 我们把系统 (1) 称之为增广 Lü 系统. 选择控制参数 $a = -10, b = -4$, 当初始值为 (x_0, y_0, z_0) 且 $z_0 \geq 0$ 时, 系统 (1) 产生一个双翼的上混沌吸引子, 如图 1 上部实线部分所示; 当初始值为 (x_0, y_0, z_0) 且 $z_0 < 0$ 时, 则系统 (1) 产生一个双翼的下混沌吸引子, 如图 1 下部虚线部分所示. 如在系

* 江苏省自然科学基金 (批准号: BK2009105) 资助的课题.

† E-mail: ahqxh@126.com

统 (1) 第二方程上加载一个常数控制器作为外加激励, 该系统还可以实现上下吸引子的连接^[5], 得到一个四翼混沌吸引子.

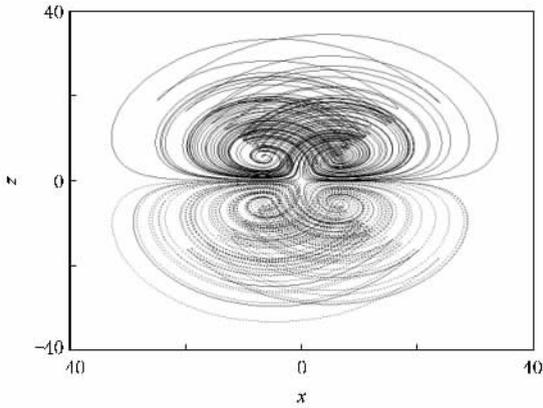


图 1 增广 Lü 系统共存的双翼上吸引子和下吸引子 $a = -10$, $b = -4$

为了获得真正的四翼混沌吸引子, 可以通过在增广 Lü 系统的第三方程上引入一个简单的线性状态反馈控制器来实现, 其数学模型描述如下:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -[ab(a+b)]x - yz, \\ \dot{y} &= ay + xz, \\ \dot{z} &= bz + xy + cx. \end{aligned} \tag{2}$$

这里 a, b 为负实数, c 为实参数.

我们把系统 (2) 称之为广义增广 Lü 系统. 若系统 (2) 的参数 $c = 0$, 广义增广 Lü 系统则退化为增广 Lü 系统, 因此增广 Lü 系统是广义增广 Lü 系统的一个特例, 广义增广 Lü 系统包含了增广 Lü 系统所有的动力学特性.

当 $a = -10, b = -4, c = 1$ 时, 广义增广 Lü 系统可生成一个真正的四翼混沌吸引子, 如图 2 所示. 广义增广 Lü 系统的三个 Lyapunov 指数分别为 $L_1 = 1.0018, L_2 = 0, L_3 = -12.1319$, Lyapunov 维数 $d_L = 2.0826$. 广义增广 Lü 系统在截面 $y = 0$ 或 $z = 20/\sqrt{14}$ 上的 Poincaré 映射如图 3 所示, 从图 3(a) 可观察到, 混沌吸引子在 z 坐标上是上下连成片的. 从相轨图、Lyapunov 指数和 Poincaré 映射, 可以判断出广义增广 Lü 系统是混沌的, 其吸引子的拓扑结构具有四翼扇状结构.

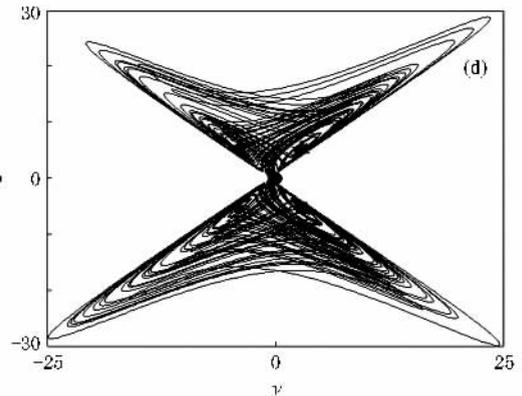
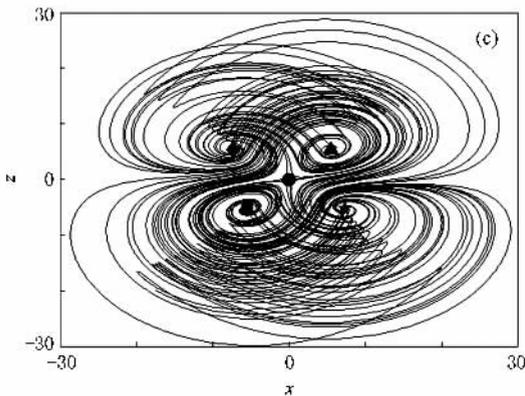
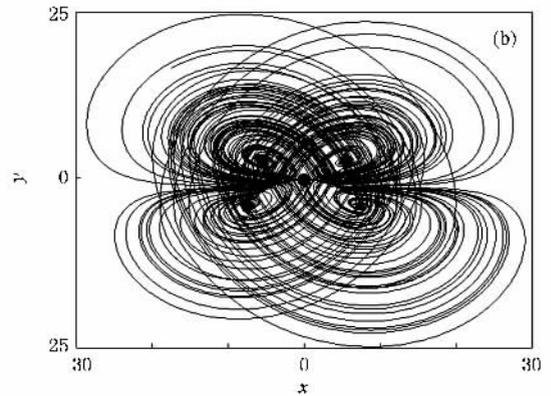
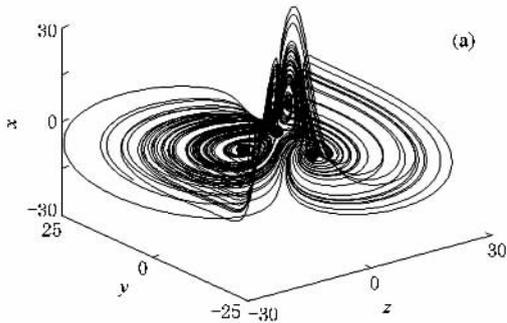


图 2 广义增广 Lü 系统真正的四翼吸引子. 带灰度的标记分别表示各平衡点在三个平面上的具体位置: ●代表原点 S_0 , ▲代表平衡点 S_1 , ■代表平衡点 S_2 , ★代表平衡点 S_3 , ◆代表平衡点 S_4 . (a) xyz 三维图 (b) $x-y$ 平面 (c) $x-z$ 平面 (d) $y-z$ 平面

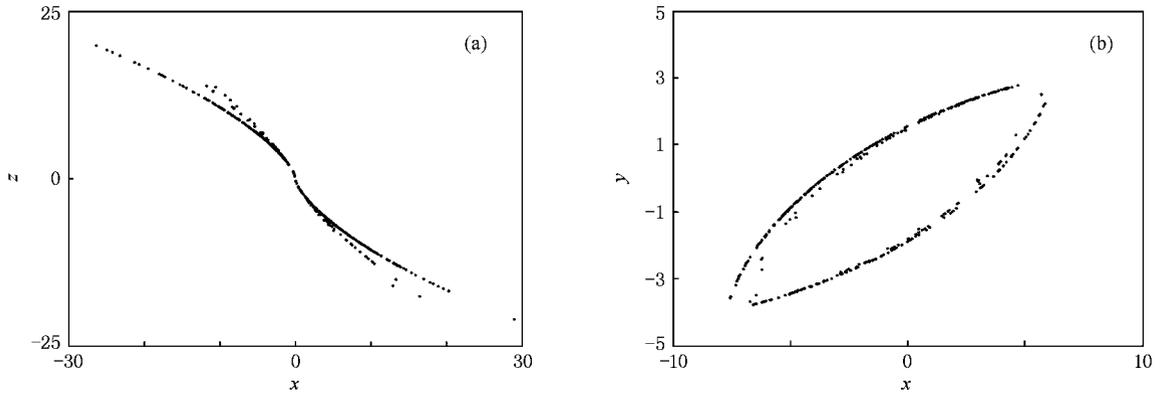


图3 广义增广 Lü 系统的 Poincaré 映射 (a) $y=0$ 截面 (b) $z=20/\sqrt{14}$ 截面

3. 广义增广 Lü 系统平衡点分析

广义增广 Lü 系统具有与增广 Lü 系统一样的耗散性,且具有关于 y 轴的对称性.其对称性可从 $(x, y, z) \rightarrow (-x, y, -z)$ 坐标变换的不变性得到.与增广 Lü 系统比较,控制项的引入使得广义增广 Lü 系统不具有关于 $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$ ($x, y, z) \rightarrow (-x, -y, z)$ 坐标变换的对称性.

当 $a = -10, b = -4$ 时,在平衡点 $S^* = (x^*, y^*, z^*)$ 对广义增广 Lü 系统进行线性化,得到 Jacobi 矩阵为

$$J_{S^*} = \begin{bmatrix} 20/7 & -z^* & -y^* \\ z^* & -10 & x^* \\ y^* + c & x^* & -4 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

为求广义增广 Lü 系统的平衡点,令(2)式中 $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0$,解得该系统存在如下 5 个平衡点:

$$\begin{aligned} S_0 &= (0, 0, 0), \\ S_1 &= \left(\frac{\sqrt{14}}{4}(-c + \eta), \frac{1}{2}(-c + \eta), \frac{20}{\sqrt{14}} \right), \\ S_2 &= \left(\frac{\sqrt{14}}{4}(c - \eta), \frac{1}{2}(-c + \eta), -\frac{20}{\sqrt{14}} \right), \\ S_3 &= \left(\frac{\sqrt{14}}{4}(c + \eta), \frac{1}{2}(-c - \eta), -\frac{20}{\sqrt{14}} \right), \\ S_4 &= \left(\frac{\sqrt{14}}{4}(-c - \eta), \frac{1}{2}(-c - \eta), \frac{20}{\sqrt{14}} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\eta = \sqrt{c^2 + 320/7}$.从 4 个非零平衡点的表达式可观察到, S_1 与 S_2 以及 S_3 与 S_4 均是关于 y 轴对称的,分别具有相同的动力学特性.

由(3)式的 Jacobi 矩阵可推导出广义增广 Lü 系统的特征根方程为

$$\lambda^3 + \frac{78}{7}\lambda^2 + (y^{*2} + z^{*2} + cy^* - x^{*2})\lambda + \frac{20}{7}x^{*2} + 30y^{*2} + 4z^{*2} + 20cy^* - \frac{800}{7} = 0. \quad (5)$$

对于原点 $S_0 = (0, 0, 0)$,由(5)式可得到三个特征根为 $\lambda_1 = 20/7, \lambda_2 = -4, \lambda_3 = -10$.因此,原点为不稳定的鞍点,且与控制参数 c 无关.

现以控制参数 $c = 1$ 为例,分析广义增广 Lü 系统其他 4 个非零平衡点的稳定性.由(4)和(5)式可得到非零平衡点的位置值及其对应的特征根分别为

$$\begin{aligned} S_1 &= (5.4579, 2.9174, 5.3452), \\ \lambda_{1,2} &= 0.8207 \pm j5.5246, \\ \lambda_3 &= -12.7842; \\ S_2 &= (-5.4579, 2.9174, -5.3452), \\ \lambda_{1,2} &= 0.8207 \pm j5.5246, \\ \lambda_3 &= -12.7842; \\ S_3 &= (7.3288, -3.9174, -5.3452), \\ \lambda_{1,2} &= 1.7265 \pm j5.8058, \\ \lambda_3 &= -14.5958; \\ S_4 &= (-7.3288, -3.9174, 5.3452), \\ \lambda_{1,2} &= 1.7265 \pm j5.8058, \\ \lambda_3 &= -14.5958. \end{aligned} \quad (6)$$

因此 4 个非零平衡点两两关于 y 轴对称,分别具有相同的特征根,且所有非零平衡点均具有一对实部为正的共轭复根和一个负实根,表明它们都是不稳定的鞍结,即平衡点为指数 2.从这 4 个非零平衡点处将会有有一个四翼混沌吸引子生成.

通过引入一个简单的线性状态控制器,广义增

广 Lü 系统破坏了增广 Lü 系统方程关于 z 轴和坐标原点的对称性, 改变了 4 个非零平衡点原先的对称均匀分布格局, 从而消除了增广 Lü 系统因动力学特性的对称性而形成的一个隔离上下混沌吸引域的边界 ($z=0$ 的平面), 使得 4 个非零平衡点各自的混沌吸引域连接成了一片, 确保了新系统的运行轨线可以自由穿越 $z=0$ 的平面, 由此实现了一个四翼扇状的混沌吸引子。

4. 广义增广 Lü 系统四翼吸引子的复合结构

通过大量的数值仿真, 可以验证广义增广 Lü 系统在控制参数 c 的正值变化区间与负值变化区间具有相似的动力学特性, 其不同点仅是系统的运行轨线穿越 $x=0$ 和 $z=0$ 平面的方向互为镜像。因此, 在参数 c 的正值和负值区间, 广义增广 Lü 系统的四翼吸引子形成了复合结构。

假设 (4) 式表示的 4 个非零平衡点表达式中参数 c 均为正值, 因此在参数 c 的正值区间 (4) 和 (5) 式的表达式都不变。

考虑广义增广 Lü 系统控制参数 c 在负值区间变化, 4 个非零平衡点的表达式变为

$$\begin{aligned} S_1^r &= \left(\frac{\sqrt{14}}{4}(|c| + \eta), \frac{1}{2}(|c| + \eta), \frac{20}{\sqrt{14}} \right), \\ S_2^r &= \left(\frac{\sqrt{14}}{4}(-|c| - \eta), \frac{1}{2}(|c| + \eta), -\frac{20}{\sqrt{14}} \right), \\ S_3^r &= \left(\frac{\sqrt{14}}{4}(-|c| + \eta), \frac{1}{2}(|c| - \eta), -\frac{20}{\sqrt{14}} \right), \end{aligned}$$

$$S_4^r = \left(\frac{\sqrt{14}}{4}(|c| - \eta), \frac{1}{2}(|c| - \eta), \frac{20}{\sqrt{14}} \right). \quad (7)$$

从 4 个非零平衡点的表达式可观察到, S_1^r 与 S_2^r 以及 S_3^r 与 S_4^r 也均是关于 y 轴对称的, 分别具有相同的动力学特性。特征根方程变为

$$\begin{aligned} \lambda^3 + \frac{78}{7}\lambda^2 + (y^{*2} + z^{*2} - |c|y^* - x^{*2})\lambda + \frac{20}{7}x^{*2} \\ + 30y^{*2} + 4z^{*2} - 20|c|y^* - \frac{800}{7} = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

将 S_1^r 值代入 (8) 式, 并将 S_3 值代入 (5) 式, 不难得出非零平衡点 S_1^r 和 S_3 具有相同的特征根方程。同理, 非零平衡点 S_3^r 和 S_1 也具有相同的特征根方程。考虑到原点的特征根与参数 c 无关, 因此, 广义增广 Lü 系统在控制参数 c 的负值区间与正值区间有着相似的动力学特性。

同时, 比较 (7) 与 (4) 式可发现, 非零平衡点 S_1^r 与 S_3 , S_2^r 与 S_4 , S_3^r 与 S_1 , S_4^r 与 S_2 的位置分布均关于 x 轴镜像对称; 非零平衡点 S_1^r 与 S_4 , S_2^r 与 S_3 , S_3^r 与 S_2 , S_4^r 与 S_1 的位置分布均关于 z 轴镜像对称。

平衡点位置的对称分布, 致使广义增广 Lü 系统在 $c < 0$ 时的子系统与 $c > 0$ 时的子系统有着相似的动力学特性。因此可以认为广义增广 Lü 系统在控制参数 $c < 0$ 与 $c > 0$ 时存在两个镜像对称的子系统, 而增广 Lü 系统则为广义增广 Lü 系统在 $c = 0$ 时两个子系统的连接系统。

当 $c = -1$ 时, 广义增广 Lü 系统的四翼吸引子如图 4 所示。将图 4(a) 和 (b) 与其对应的图 2(b) 和 (c) 对比可以发现, 它们同样是单一的四翼混沌吸引子, 有着相似的拓扑结构, 只是混沌轨线穿越对应平

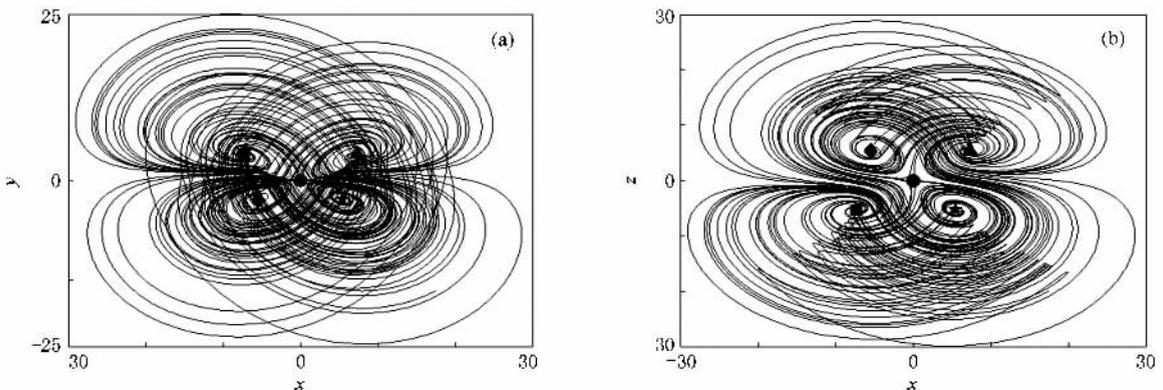
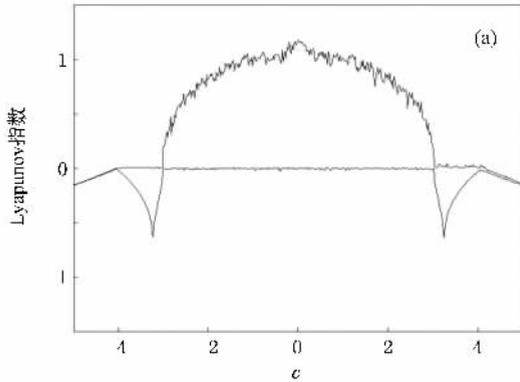


图 4 广义增广 Lü 系统四翼吸引子的复合结构 $c = -1$. (a) x - y 平面 (b) x - z 平面

面方向发生了镜像改变.因此,广义增广 Lü 系统的四翼混沌吸引子在控制参数 c 正负值区间变化时具有复合结构.

5. 广义增广 Lü 系统动力学分析

广义增广 Lü 系统随控制参数 c 变化的 Lyapunov 指数谱如图 5(a) 所示(这里为了观察清晰,



略去了第三条 Lyapunov 指数曲线),对应的状态变量 y 的分岔图如图 5(b) 所示.从图 5 可以清晰地观察到,广义增广 Lü 系统在 c 变化的正负区间内的动力学特性具有明显的对称性,且在 $-3 \leq c \leq 3$ 区间内始终保持 Lyapunov 指数 $L_1 > 0$,其混沌轨线在截面上的落点分布较为均匀,不存在周期窗等阵发混沌现象.此结果表明了广义增广 Lü 系统的混沌态具有良好的鲁棒性.

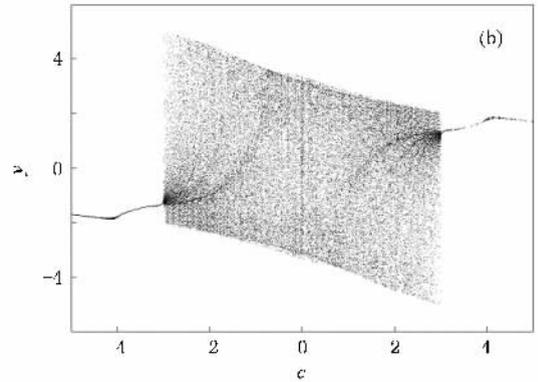


图 5 广义增广 Lü 系统的 Lyapunov 指数谱和对应的分岔图 (a) Lyapunov 指数谱 (b) 分岔图

当 c 逐渐增加时,广义增广 Lü 系统有着不同的 Lyapunov 指数值,这意味着系统在 c 变化时有着不同的动力学行为.随着 c 的增加,广义增广 Lü 系统的运行状态演变主要历了以下的轨道状态:当 $c < -4.039$ 时,由图 5(a) 可看到,系统的三个 Lyapunov 指数均小于零,系统轨线渐进趋向平衡点 S_4^r ,在参数负值区间平衡点 S_4^r 是系统的一个汇,如图 6(a) 所示.当 $-4.039 < c < -3$ 时, Lyapunov 指数 $L_1 = 0, L_2 < 0, L_3 < 0$,系统处于周期态,系统轨线在平衡点 S_4^r 附近以周期 1 绕动,典型的周期相轨如图 6(b) 所示.当 $-3 \leq c \leq 3$ 时, Lyapunov 指数 $L_1 > 0, L_2 = 0, L_3 < 0$,系统处于混沌态,系统轨线所形成的吸引子在参数 c 正负值区间具有复合结构,如图 2、图 4 和图 6(c)、(d) 所示.这里,图 6(c)、(d) 所显示的双翼吸引子的拓扑结构相似,仅是混沌轨线运行的方向互为镜像对称.当 $3 < c < 4.039$ 时, Lyapunov 指数 $L_1 = 0, L_2 < 0, L_3 < 0$,系统处于周期态,但系统轨线在平衡点 S_1 附近以周期 1 绕动.当 $c > 4.039$ 时, Lyapunov 指数 $L_1 < 0, L_2 < 0, L_3 < 0$,系统轨线渐进趋向平衡点 S_1 ,在参数 c 正值区间平衡点 S_1 是系统的一个汇.

当参数 c 从负值逐渐增大时,在 $c = -4.039$

处,两个非零平衡点 S_3^r 与 S_4^r 的特征根从具有负实部的共轭复根变化为 $\lambda_{1,2} = \pm j5.2075, \lambda_3 = -11.1428$ (其他两个非零平衡点 S_1^r 与 S_2^r 均为不稳定的鞍结),进而向具有正实部的共轭复根转变.因此, $c = -4.039$ 是广义增广 Lü 系统的一个 Hopf 分岔点,系统的运行轨线在该参数值处发生了 Hopf 分岔,从一个稳定的有界点经由 Hopf 分岔后变成了周期轨,并逐步向混沌轨演化.从图 5(b) 分岔图中可以看到,系统运行轨线分岔演化的结果与这里分析的结果具有一致性.同理, $c = 4.039$ 也是广义增广 Lü 系统的一个 Hopf 分岔点.当 $c = 0$ 时, (1) 与 (2) 式相同,此时广义增广 Lü 系统退化为增广 Lü 系统.增广 Lü 系统作为本文提出的广义增广 Lü 系统的一个特例,其动力学特性文献 [5] 中已进行了全面的分析.

6. 广义增广 Lü 系统电路设计和实验观察

用实际电路进行混沌系统实验验证具有重要的物理意义和应用价值.本文采用纯模拟电路实验方法,制作一个实现三维广义增广 Lü 系统的硬件实验电路.选择型号为 LM324N 的运算放大器完成广义

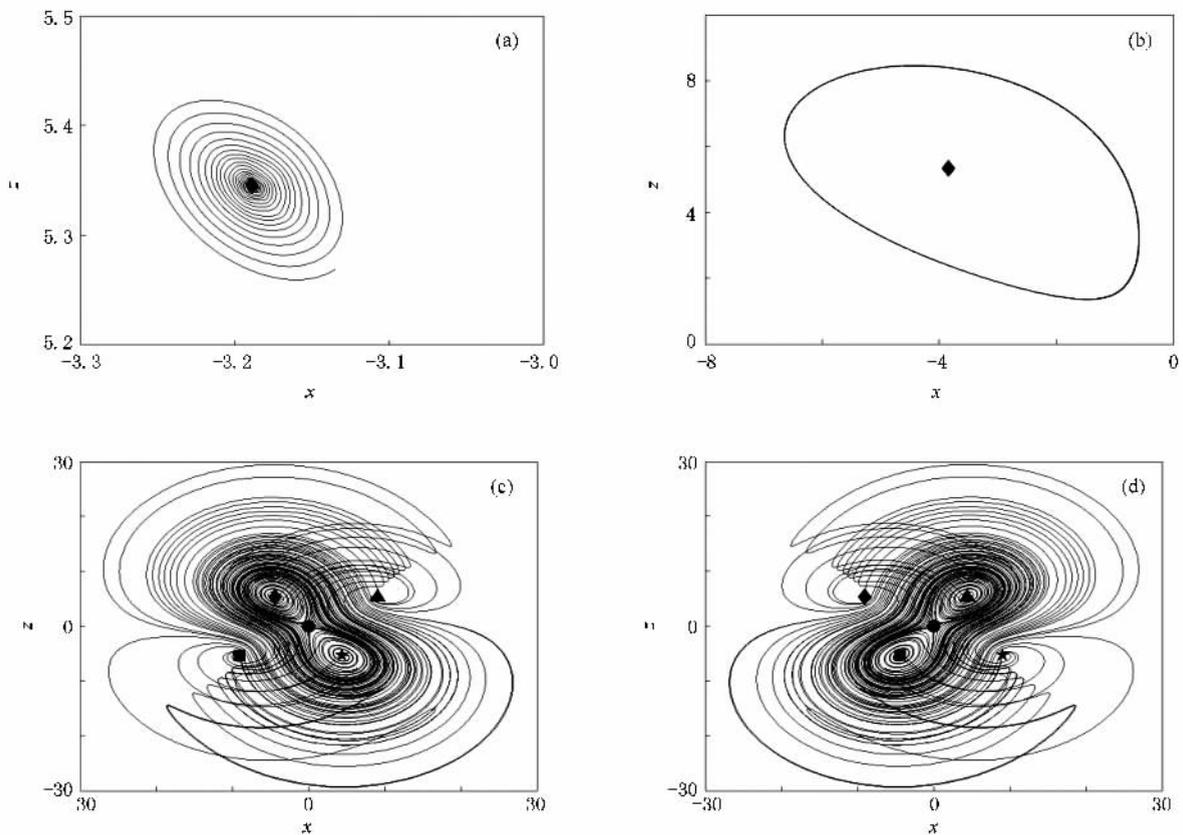


图 6 广义增广 Li₃ 系统的相轨演变 $a = -10, b = -4$ 。(a)点, $c = -5$ (b)周期, $c = -3.5$ (c)双翼吸引子, $c = -2.5$ (d)双翼吸引子, $c = 2.5$

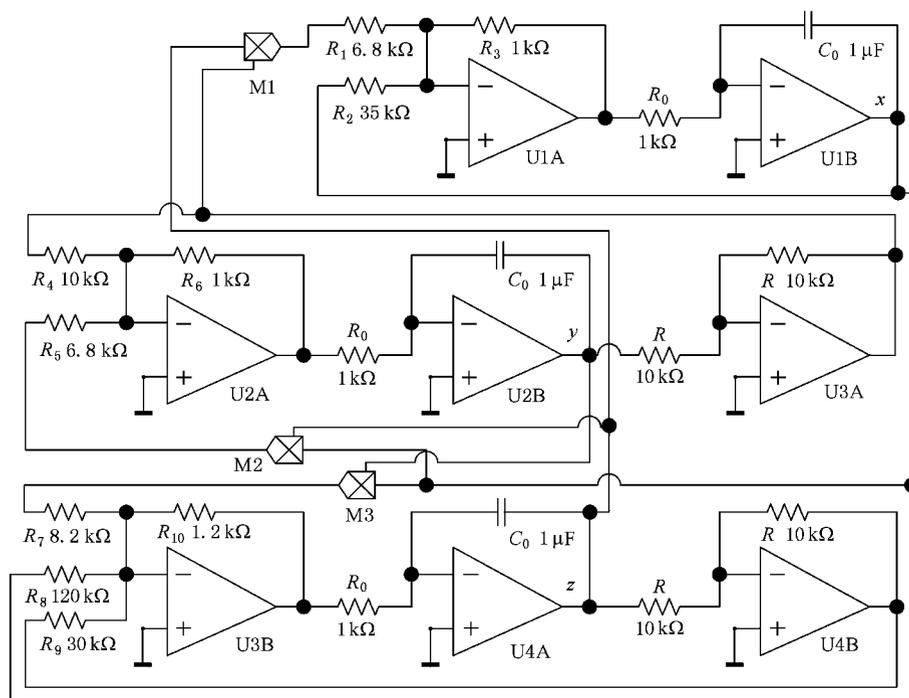


图 7 广义增广 Li₃ 系统的实验电路图

增广 Lü 系统方程中的加减和积分运算等功能,选择型号为 MPY634KP 的模拟乘积器完成广义增广 Lü 系统方程中的状态变量的乘积运算功能,进行系统方程的非线性运算处理.

在电路制作中,需要考虑到模拟乘积器的容许电压范围为 ± 10 V,运算放大器的容许电压范围为 ± 13.5 V,同时也要顾及到过小的输入信号,其乘积运算输出产生的误差会较大.因此,需要确保硬件实验电路工作在一个合适动态范围内,其信号幅度既不宜超过有源器件的饱和电压,也不宜过小使得输出信号失真.

从上面对广义增广 Lü 系统的仿真结果看,混沌吸引子的动态范围是 ± 40 .因此,需要对混沌系统的状态变量做适当的线性变换,才能使系统电路得到较为满意的实验输出结果.这里对系统方程的状态变量做如下线性变换:

$$(x, y, z) \rightarrow (15x, 15y, 15z). \quad (9)$$

此外,为了更有效地观察实验输出波形,需要对硬件电路中的积分器的时间常数因子作线性尺度变换, t

$\rightarrow 10\tau$.

经过以上各种实际制作考虑后,广义增广 Lü 系统的硬件实验电路如图 7 所示.在电路中,通过调节 R_4 , R_8 , R_9 的电阻值来改变所对应的系统参数 a , b 和 c 的值.系统参数与图 7 电路图中各元件值的关系为

$$\begin{aligned} a &= -\frac{R_6}{R_4 R_1 C_1}, \\ b &= -\frac{R_6}{R_9 R_1 C_1}, \\ c &= \frac{R_{10}}{R_8 R_1 C_1}. \end{aligned} \quad (10)$$

图 8 给出了广义增广 Lü 系统电路实验的输出波形.这里,实验输出仪器是数字存储示波器.图 8 (a) 和 (b) 分别显示了在 U1B 和 U4A 的输出端的相轨图及 U2B 和 U4A 的输出端的相轨图.将图 8 所示的硬件电路实验输出结果与图 2 (c) — (d) 所示的数值仿真结果作比较,可以发现两者基本一致,这说明通过以上电路实验方法,有效地验证了广义增广 Lü 系统可展示出四翼混沌吸引子的物理现象.

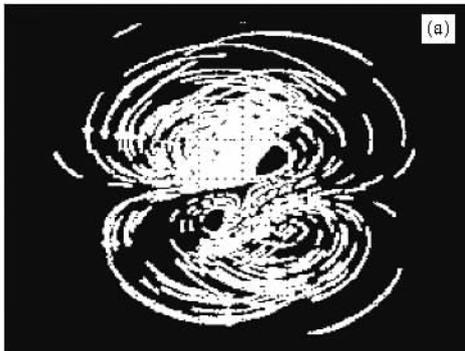


图 8 广义增广 Lü 系统电路输出的四翼吸引子 (a) U1B 和 U4A 的输出端 (b) U2B 和 U4A 的输出端

7. 结 论

通过在增广 Lü 系统生成模型上引入一个简单的线性状态控制器,本文推广并提出了一个新的三维混沌系统——广义增广 Lü 系统,新系统可生成一个真正的具有复合结构的四翼吸引子.通过理论分析和数值仿真发现,广义增广 Lü 系统有着以下显著特点 (1) 广义增广 Lü 系统丰富并推广了增广 Lü 系统的动力学特性,增广 Lü 系统为广义增广 Lü 系统控制参数 $c = 0$ 时的一个特例. (2) 线性状态控制器的引入,破坏了增广 Lü 系统方程关于 z 轴和坐标原

点的对称性,改变了 4 个非零平衡点原先的对称均匀分布格局,致使新系统的相轨能够自由穿越原系统形成的上下吸引域界限,实现了一个真正的四翼吸引子. (3) 在控制参数 c 正负值区间变化时,广义增广 Lü 系统包含了两个互为镜像对称的子系统,其生成的四翼吸引子具有复合结构.在 $c = 0$ 时,增广 Lü 系统则为广义增广 Lü 系统的两个子系统的连接系统. (4) 当控制参数 c 变化时,广义增广 Lü 系统是从一个有界点由 Hopf 分岔通过周期态演化到混沌态的,其混沌区间系统具有鲁棒性.最后,设计了实现三维广义增广 Lü 系统的硬件电路,输出结果验证了理论分析和数值仿真的正确性.

- [1] Stewart I 2000 *Nature* **406** 948
- [2] Chen G R , Ueta T 1999 *Int. J. Bifur. Chaos* **9** 1465
- [3] Lü J H , Chen G R 2002 *Int. J. Bifur. Chaos* **12** 659
- [4] Liu W B , Chen G R 2003 *Int. J. Bifur. Chaos* **13** 261
- [5] Lü J H , Chen G R , Cheng D Z 2004 *Int. J. Bifur. Chaos* **14** 1507
- [6] Liu C X , Liu T , Liu L , Liu K 2004 *Chaos Soliton. Fract.* **22** 1031
- [7] Qi G Y , Chen G R , Du S Z , Chen Z Q , Yuan Z Z 2005 *Physica A* **352** 295
- [8] Wang G Y , Qiu S S , Xu Z Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3295 (in Chinese)[王光义、丘水生、许志益 2006 物理学报 **55** 3295]
- [9] Liu L , Su Y C , Liu C X 2007 *Chin. Phys.* **16** 1897
- [10] Liu L , Su Y C , Liu C X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1966 (in Chinese)[刘 凌、苏燕辰、刘宗新 2007 物理学报 **56** 1966]
- [11] Bao B C , Li C B , Xu J P , Liu Z 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4022
- [12] Zhang J X , Tang W S , Xu Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6799 (in Chinese)[张健雄、唐万生、徐 勇 2008 物理学报 **57** 6799]
- [13] Li C B , Wang D C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 764 (in Chinese)[李春彪、王德纯 2009 物理学报 **58** 764]
- [14] Tang L R , Li J , Fan B , Zhai M Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 785 (in Chinese)[唐良瑞、李 静、樊 冰、翟明岳 2009 物理学报 **58** 785]
- [15] Wang F J , Qi G Y , Chen Z Q , Yuan Z Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3137 (in Chinese)[王繁珍、齐国元、陈增强、袁著祉 2007 物理学报 **56** 3137]
- [16] Chen Z Q , Yang Y , Yuan Z Z 2008 *Chaos Soliton. Fract.* **38** 1187
- [17] Hu G S 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3734 (in Chinese)[胡国四 2009 物理学报 **58** 3734]
- [18] Dong E N , Chen Z P , Chen Z Q , Yuan Z Z 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2680
- [19] Yu S M , Tang W K S 2009 *Chaos Soliton. Fract.* **41** 1740

Three-dimensional four-wing generalized augmented Lü system *

Qiao Xiao-Hua[†] Bao Bo-Cheng

(School of Electrical and Information Engineering , Jiangsu Teachers University of Technology , Changzhou 213001 , China)

(Received 13 August 2009 ; revised manuscript received 31 August 2009)

Abstract

The augmented Lü system is a three-dimensional chaotic system , which can generate a false 4-wing attractor with only two control parameters. By using the method of anti-control chaos , a new three-dimensional chaotic system , named as generalized augmented Lü system , is proposed by the introducing a simple linear state controller into the augmented Lü system. The new system implements a real 4-wing attractor with compound structure and contains two mirrored symmetrical sub-system. By either of theoretical analyses , numerical simulations and circuit experiments , the existence of 4-wing chaotic attractor evolved from the generalized augmented Lü system is verified. It is also elaborated that the generalized augmented Lü system having more abundant dynamical behaviors than the augmented Lü system.

Keywords : generalized augmented Lü system , four-wing attractor , numerical simulation , circuit experiment

PACC : 0545

* Project supported by the Natural Science Foundation of Jiangsu Province , China (Grant No. BK2009105).

[†] E-mail : ahqxh@126.com