

# 回旋管光子带隙谐振腔冷腔电磁模式分析\*

刘 畅<sup>1)†</sup> 罗尧天<sup>1)</sup> 唐昌建<sup>1)</sup> 刘濮鲲<sup>3)</sup>

1) 四川大学应用物理系, 成都 610065)

2) 解放军后勤工程学院基础部, 重庆 400016)

3) 中国科学院电子学研究所, 北京 100080)

(2008 年 9 月 9 日收到, 2009 年 1 月 22 日收到修改稿)

利用二维三角格子金属光子带隙谐振腔代替回旋管的传统柱形谐振腔, 并对腔体进行了 TE 波模式的计算与分析. 综合考虑腔体内外的结构特征, 给出了光子带隙谐振腔冷腔模式理论的研究方法, 发现腔内存在单模工作的可能与条件以及非角对称情况下的电磁模式分布特征. 研究结果表明, 利用光子带隙谐振腔代替回旋管的传统腔体, 可使回旋管在不受腔体横向尺度限制的条件下实现单模工作. 这对于提高回旋管的功率容量、有效实现高次单模与高次回旋谐波耦合条件下的注-波相互作用、降低工作磁场并从物理上根本改变回旋管的工作状态提供了理论依据.

关键词: 回旋管, 金属光子带隙, 谐振腔

PACC: 2920H, 4270Q

## 1. 引 言

在新型毫米波源(30—300 GHz)家族中, 极具开发潜力的电磁辐射源是回旋管. 回旋管的研究必须解决以下两个问题: (1) 利用超尺度互作用谐振腔, 实现回旋管的高阶横向单模工作; (2) 为了降低对工作磁场的要求, 必须实现高次电子回旋谐波下的有效运行. 然而, 若回旋管的束-波相互作用能在高次回旋谐波下有效运行, 则必须提高谐振腔内的高次模式纯度. 因此, 如何设计超尺度互作用谐振腔, 以实现高次谐波下的单模工作是解决回旋管高技术指标的核心问题<sup>[1]</sup>.

借鉴光子晶体的“禁带”效应, 人们利用周期排列的介质柱或金属柱形成的光子带隙谐振腔取代传统的圆柱腔结构, 并将其应用于新型毫米波器件. 研究表明, 光子带隙谐振腔具有优良的模式选择特征, 并且工作频率与器件横向尺寸无关, 具有结构尺寸大、功率容量大、输入耦合器简单及腔体易于加工等特点. 因而光子带隙谐振腔毫米波器件的研究得到高度重视, 并初步展示出很好的研发前景<sup>[2-4]</sup>.

2001 年, Sirigiri 及其研究小组<sup>[4]</sup>利用光子带隙

谐振腔取代圆柱腔结构, 进行了光子带隙谐振腔回旋管的验证性实验, 证明了在回旋管中引入光子带隙谐振腔的可能性. 在光子带隙谐振腔回旋管的研究中, 寻求提高光子带隙谐振腔模式纯度的途径, 使光子带隙谐振腔回旋管能够单模工作于高阶横向模, 探讨高阶模与高次电子回旋模的耦合机制以及由此引起的电磁不稳定性特征, 可能从物理上根本改变回旋管的工作状态. 这对于发展电子回旋脉塞理论, 降低对回旋管工作磁场的要求, 兼顾提高其综合技术指标具有重要的价值<sup>[5]</sup>.

本文采用实空间传输矩阵理论<sup>[6-8]</sup>将 Helmholtz 方程离散后的场系数组成一个厄米共轭矩阵, 在第一 Brillouin 区内求解本征值系数矩阵得到金属光子全局带隙结构, 在带隙结构的基础上, 抽取中间金属柱形成空腔. 并对光子带隙谐振腔模式理论进行了研究, 发现存在单模工作的可能, 给出了非角对称情况下的电磁模式分布特征.

## 2. 理论基础

光子带隙谐振腔结构的截面图如图 1 所示, 中间部分为金属柱. 其排列方式为二维正三角格子金

\* 国家自然科学基金(批准号: 60871063)资助的课题.

† E-mail: lc003@163.com

属柱 ,如图 2 所示。

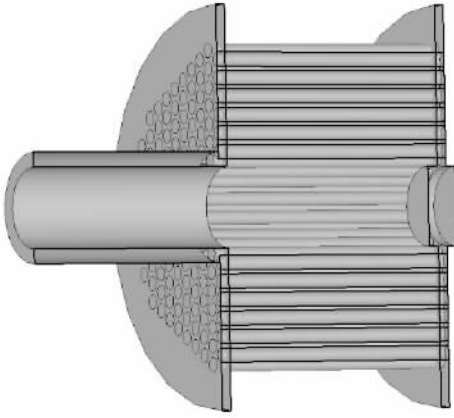


图 1 光子带隙谐振腔结构的截面图

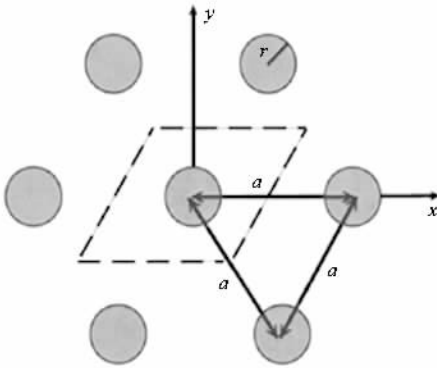


图 2 二维正三角格子金属柱的排列方式

根据 Maxwell 方程可得到关于位函数  $\psi(\mathbf{r}_\perp)$  的 Helmholtz 方程

$$\nabla_\perp^2 \psi(\mathbf{r}_\perp) + \left( \frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 \right) \psi(\mathbf{r}_\perp) = 0. \quad (1)$$

具有晶格周期特性的金属光子带隙结构中, Helmholtz 方程的解满足布洛赫定理,即

$$\psi(\mathbf{r}_\perp + \mathbf{T}) = \psi(\mathbf{r}_\perp) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{T}}. \quad (2)$$

这里  $\mathbf{k}$  为任意波矢量,  $\mathbf{r}_\perp$  和  $\mathbf{T}$  分别为直角坐标系下的空间位置和晶格周期矢量,即

$$\mathbf{r}_\perp = x\hat{e}_x + y\hat{e}_y,$$

$$\mathbf{T} = \left( m + \frac{n}{2} \right) a\hat{e}_x + \frac{\sqrt{3}}{2} na\hat{e}_y,$$

其中  $a$  为晶格常数,  $m, n$  为整数. 将 Helmholtz 方程左边二阶差分可得<sup>[9,10]</sup>

$$\begin{aligned} & 4[\psi_{i+1,j} + \psi_{i-1,j} + \psi_{i,j+1} + \psi_{i,j-1}] \\ & - [\psi_{i+1,j+1} + \psi_{i-1,j-1} - \psi_{i+1,j-1} - \psi_{i-1,j+1}] - 16\psi_{i,j} \\ & = -3\gamma^2 h^2 \psi_{i,j}. \end{aligned} \quad (3)$$

对于正三角形格子,利用周期边界进行坐标变换可得

$$\begin{aligned} \psi_{N+1,j} &= \psi_{-N,j} e^{ik_z a}, \\ \psi_{i,N+1} &= \psi_{i,-N} e^{ik_y a}. \end{aligned} \quad (4)$$

在第一 Brillouin 区内,对应三个特殊点  $\Gamma, X$  和  $J$  的波矢值为

$$\begin{aligned} \mathbf{k} &= 0, \\ \mathbf{k} &= \left( \frac{2\pi}{\sqrt{3}a} \right) (\hat{e}_x + 2\hat{e}_y), \\ \mathbf{k} &= \left( \frac{4\pi}{3a} \right) \hat{e}_y. \end{aligned}$$

对于 TE 波和 TM 波的内边界,

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial n} \right|_s = 0 \quad (\text{TE 波}), \quad (5)$$

$$\psi|_s = 0 \quad (\text{TM 波}). \quad (6)$$

对于每一个  $\psi_{i,j}$  得到一个方程,所以划分  $L = (2N+1) \times (2N+1)$  个网格,就有  $L$  个方程. 除去网格点落在理想导体柱内的  $M$  个方程,剩下  $L - M$  个方程,左边构成的矩阵是  $(L - M) \times (L - M)$  阶矩阵,然后求解特征值,即可得到金属光子带隙结构。

### 3. 数值计算

本文对二维正三角格子金属光子晶体的带隙进行了计算. 对于快波回旋管而言,由于注-波互作用的能量交换主要集中在横向,研究中主要考虑了 TE 模的情况. 归一化频率  $\omega a / (2\pi c)$  的范围为 0—2, 填充率  $r/a$  从 0.01 到 0.42 变化,步长为 0.01<sup>[10]</sup>. 进而利用实空间传输矩阵理论,计算了不同填充率情况下的带隙关系,并得出二维正三角格子金属光子晶体的全带隙图,如图 3 所示. 图 3 中两条线之间为

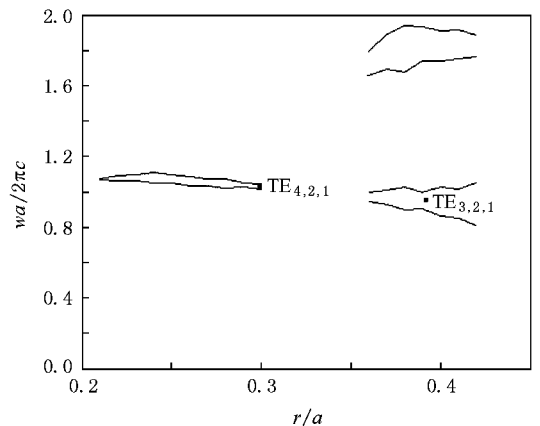


图 3 正三角格子金属光子晶体的全带隙图

禁带,禁带宽度小于 1% 的视为假带隙,  $r/a$  在 0.23—0.30 范围内存在有一个带隙,在 0.35—0.44 范围内有两个带隙.

回旋管中谐振腔作为电子注与高频场的相互作用区,腔内的电磁模式纯度很大程度上影响着注-波的相互作用和能量交换效率.光子带隙谐振腔的作用是需要使腔内驻留的工作模式所对应的电磁频率落在禁带,使不需要的模式频率落在通带,从而提高腔体的单模工作性能.由谐振腔工作在截止频率附近可得腔体的截止半径为

$$R = \frac{cx_{n,m}}{\omega} \quad (7)$$

此处  $x_{n,m}$  是  $n$  阶 Bessel 函数导数  $J'_n(x)$  的第  $m$  个零点.对应于归一化频率  $f = \omega a / (2\pi c)$  所对应的禁带频率,可得

$$R = \frac{ax_{n,m}}{2\pi f} \quad (8)$$

抽去 19 根金属柱(如图 4 所示)和 7 根金属柱(如图 5 所示)所形成的相互作用半径分别为  $R = (\sqrt{7}a - r)$  和  $R = (\sqrt{3}a - r)$  故

$$x_{n,m} = \begin{cases} 2\pi f \left( \sqrt{7} - \frac{r}{a} \right) & \text{(抽去 19 根金属柱),} \\ 2\pi f \left( \sqrt{3} - \frac{r}{a} \right) & \text{(抽去 7 根金属柱).} \end{cases} \quad (9)$$

被抽去金属柱的中间区域作为注-波相互作用腔体,周围是周期金属结构,整个大的金属圆桶视为另一个腔体.

根据圆柱谐振腔理论,对照全带隙图,由(9)式可以得到  $r/a$  与模式关系,结果如图 6 和图 7 所示.

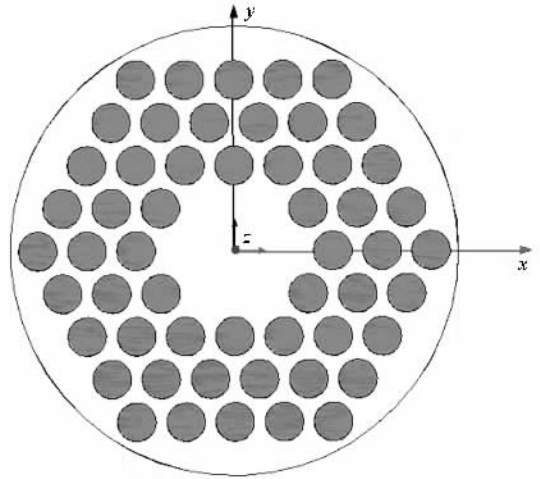


图 5 抽去 7 根金属柱的腔体

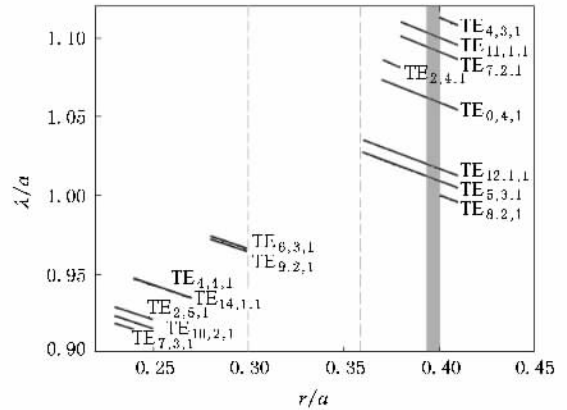


图 6 抽去 19 根金属柱的  $r/a$  与模式关系

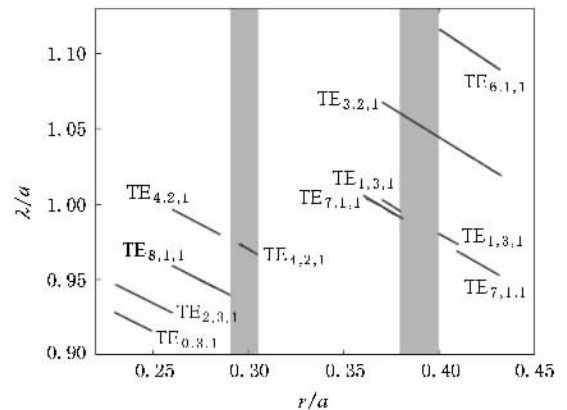


图 7 抽去 7 根金属柱的  $r/a$  与模式关系

由图 6 可以看出,在  $r/a$  变化的范围内没有单模存在,文献 [4] 中实验所选的类  $TE_{041}$  模仍然存在模式竞争问题.而从图 7 可以看出,当抽去中间 7 根金属

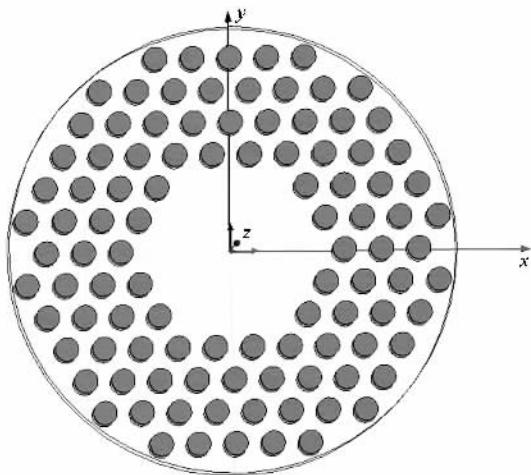


图 4 抽去 19 根金属柱的腔体

柱并取  $r = 0.3a$  时,谐振腔能够在类  $TE_{421}$  单模下工作,禁带中心频率  $\omega = 1.026(2\pi c/a)$ ,宽度  $\Delta\omega = 0.032(2\pi c/a)$ ,对应的带隙图如图 8 所示.当  $r = 0.39a$  时,回旋管能够在类  $TE_{321}$  单模下工作,如图 9 所示.由图 9 可知,此时金属光子带隙有两个禁带,第二个禁带较宽,带隙中存在更多模式,第一个禁带中心频率  $\omega = 0.953(2\pi c/a)$ ,宽度  $\Delta\omega = 0.084(2\pi c/a)$ .

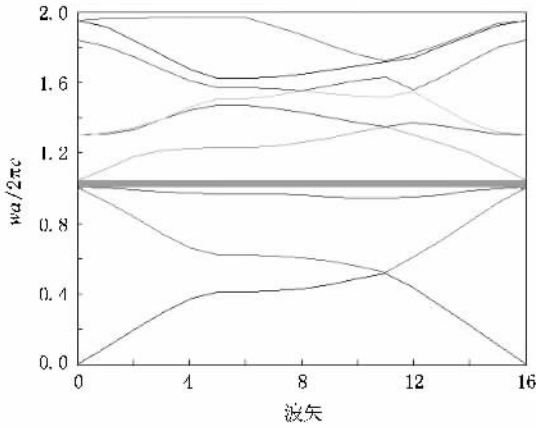


图 8  $r = 0.3a$  的带隙结构

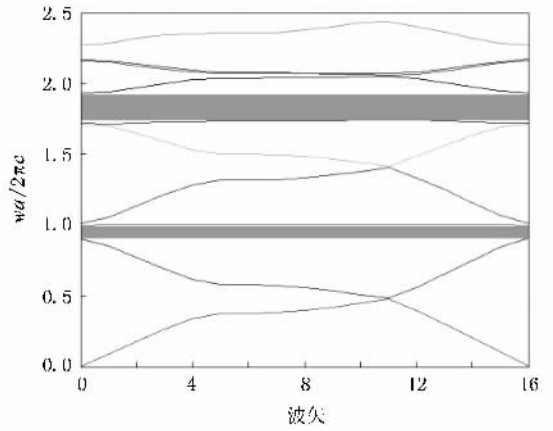


图 9  $r = 0.39a$  的带隙结构

前面理论研究中获得类  $TE_{321}$  单模所取的参数(晶格常数  $a = 8.15 \text{ mm}$ ,归一化频率  $f = \omega a / (2\pi c) = 0.9508$ ,中间抽去 7 根金属柱形成谐振腔的相互作用区半径为  $R = 10.9375 \text{ mm}$ ,工作频率为  $35 \text{ GHz}$ ),以及利用 HFSS 软件对光子带隙谐振腔内的相对电场强度分布进行了模拟,结果如图 10 所示.从图 10 可以清晰地看出,光子带隙谐振腔中只存在一个模式的电场分布.另外,为了验证腔内电磁模式的性质,我们按缺陷区半径( $R = 10.9375 \text{ mm}$ )计算了理想情况下的普通金属圆柱形谐振腔内  $TE_{321}$  的相对电场分布图如图 11 所示.

### 4. 仿真分析

为了验证上述关于单模计算的正确性,本文按

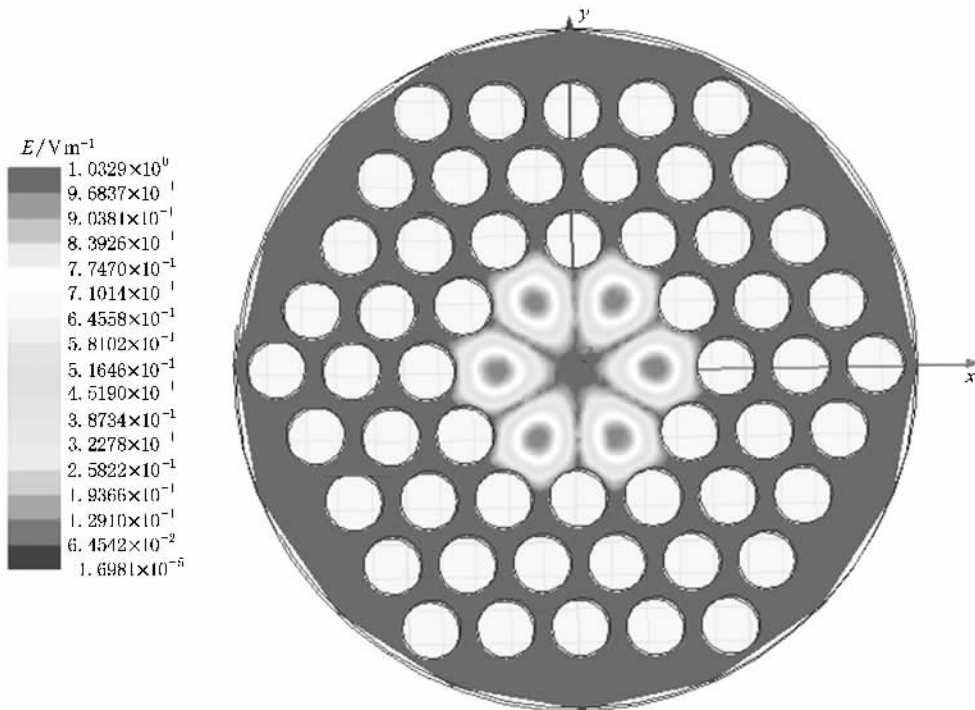


图 10 光子带隙谐振腔中的类  $TE_{321}$  模  $f = 35 \text{ GHz}$

比较图 10 和图 11 可以发现,光子带隙谐振腔的场强在径向上的峰值比普通金属谐振腔少一个.从物理上究其原因,光子带隙谐振腔已经改变了其腔体的边界结构,由于金属柱的存在,电场沿径向将急剧衰减,其第二个场峰值区域几乎被淹没在周期分布的金属柱区域内.相当于光子带隙谐振腔有一个等效半径,在这个半径内的场强才与半径为  $R = 10.9375 \text{ mm}$  的普通金属谐振腔内场强分布一致.根据(9)式,可以得到这个等效半径为  $R = 18.385 \text{ mm}$ .这说明要在光子带隙谐振腔中获得与普通腔同样的场强分布,则光子带隙谐振腔的等效体积与普通金属谐振腔的体积之比应为  $V_1/V_2 = 2.825$ .光子带隙谐振腔相当于是将普通金属谐振腔的腔体半径扩大,被扩大的腔体尺寸有利于降低腔体内由注波互

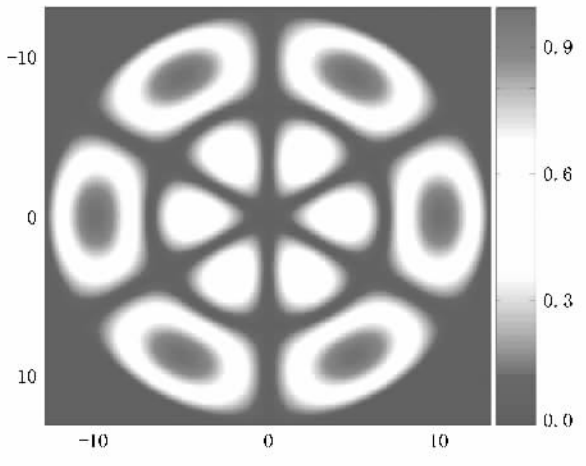


图 11 理想情况下普通圆柱型谐振腔内  $TE_{321}$  的相对电场分布

作用引起的欧姆损耗,也有利于增加腔体的功率容量.从而解决因腔体尺寸过小而限制回旋管向高功率发展的问题.在类  $TE_{321}$  模式的回旋管设计时就要考虑等效半径问题.

另外,我们对文献[4]中所使用的类  $TE_{041}$  模式也进行了上述研究.结果发现,光子带隙腔内的类  $TE_{041}$  模其场分布与普通金属谐振腔内相同,没有上述腔体扩大效应的现象.这主要是由于类  $TE_{041}$  模式是角对称模式的原因,而本文计算的类  $TE_{321}$  模式属于边廊模.一般情况下不需要长程渡越,采用边廊模容易获得单模工作及足够的功率容量;如果需要长程渡越,则通常使用对称模式,因为这种情况下必须考虑腔体的壁损<sup>[11]</sup>,这与文献[4]分析的情况一致.

## 5. 结 论

本文通过计算和模拟发现,在抽去 7 根金属柱形成腔体时回旋管能够分别在类  $TE_{421}$  和类  $TE_{321}$  单模下工作.通过对类  $TE_{321}$  模式的模拟仿真发现,在角向不对称的边廊模情况下光子带隙谐振腔内的场分布出现“等效半径”效应,在工作频率为 35 GHz 时谐振腔的体积变大.这为从物理上根本改变回旋管的工作状态,降低工作磁场频率,提高功率容量,并使回旋管向太赫兹波源方向发展的可能提供了技术支撑和研究方法.

[1] Granatstein V L, Levush B, Danly B G, Parker R K 1997 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **25** 1322  
 [2] Shapiro M A, Chen C, Sirigiri J R, Smimova E I, Temkin R J 2004 *Microwave Symp. Digest* **2** 1005  
 [3] Sirigiri J R, Chen C, Shapiro M A, Smimova E I, Temkin R J 2002 *J. Appl. Phys.* **91** 960  
 [4] Sirigiri J R, Kreischer K E, Machuzak J, Mastovsky I, Shapiro M A, Temkin R J 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 5628  
 [5] Li W P, Zhang Y X, Liu S G, Liu D G 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2875 (in Chinese) [李文平、张雅鑫、刘盛纲、刘大刚 2008 物理学报 **57** 2875]  
 [6] Pendry J B, MacKinnon A 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 2772

[7] Sigalas M, Soukoulis C M, Economou E N, Chan C T, Ho K M 1993 *Phys. Rev. B* **48** 14121  
 [8] Smimova E I, Chen C, Shapiro M A, Sirigiri J R, Temkin R J 2002 *J. Appl. Phys.* **91** 960  
 [9] Huang K 1988 *Solid Physics* (Beijing: Higher Education Press) (in Chinese) [黄 昆 1988 固体物理学(北京:高等教育出版社)]  
 [10] Hao B L, Liu P K, Tang C J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1862 (in Chinese) [郝保良、刘濮鲲、唐昌建 2006 物理学报 **55** 1862]  
 [11] Liu S G 1988 *The Evolution of Electron Cyclotron Maser and Gyrotron* (Chengdu: Sichuan Education Publishing Company) (in Chinese) [刘盛纲 1988 电子回旋脉塞和回旋管的进展(成都:四川教育出版社)]

# Electromagnetic mode analysis on the cold characteristics of photonic-band-gap resonant cavity loaded in gyrotron<sup>\*</sup>

Liu Chang<sup>1,2)†</sup> Luo Yao-Tian<sup>1)</sup> Tang Chang-Jian<sup>1)</sup> Liu Pu-Kun<sup>3)</sup>

1) *Department of Applied Physics, Sichuan University, Chengdu 610065, China*

2) *Department of Foundation Studies, Logistics Engineering University, Chongqing 400016, China*

3) *Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*

( Received 9 September 2008 ; revised manuscript received 22 January 2009 )

## Abstract

The traditional cylindrical resonant cavity loaded in gyrotron is substituted by the photonic-band-gap resonant cavity ( PBGC ) which is constructed by triangular arrays of metal posts , and the TE operating modes in PBGC are analyzed and calculated . Under the consideration of the cavity structure features , a research method for the mode theory on PBGC is provided . The single-mode operation in the cavity is found , and the distribution characteristics of the azimuthally inhomogeneous electromagnetic modes are reported . The research results show that the resonant frequency in the cavity can be excited without the limitation of transverse dimension . The study provides a physical theoretical fundamental of which reveals the possibility of changing the operating status of gyrotron essentially . This possibility will play an important role in the following aspects : enhancing the power capacity of cavity , carrying out the beam-wave interaction between high order electromagnetic single-mode and high electronics cyclotron harmonic wave efficiently , and reducing the gyrotron operating magnetic field .

**Keywords** : gyrotron , metal photonic-band-gap , resonant cavity

**PACC** : 2920H , 4270Q

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No.60871063 ) .

<sup>†</sup> E-mail : lc003@163.com