

# 超短激光脉冲在多能级系统中的传输特性\*

陆剑清<sup>1)</sup> 张向韵<sup>2)</sup> 张诗按<sup>1)</sup> 贾天卿<sup>1)</sup> 孙真荣<sup>1)†</sup> 王祖赓<sup>1)</sup>

1) 华东师范大学物理系 精密光谱科学与技术国家重点实验室, 上海 200062)

2) 华东师范大学数学系, 应用数学和交叉学科研究中心, 上海 200062)

(2008 年 2 月 22 日收到, 2008 年 6 月 16 日收到修改稿)

运用数值方法研究了超短激光脉冲在多能级系统中的传输特性. 当激光脉冲能量相对较弱时, 适当的脉冲面积可以实现自感应透明, 激光脉冲能量逐渐增强, 脉冲将产生分裂. 脉冲分裂的基本面积(即脉冲实现稳定传播的最小面积)与二能级系统不同, 而是  $A_0 = 2\pi/\sqrt{\kappa}$ , 与激发态的能级个数和跃迁偶极矩密切相关. 由于分裂和吸收, 超短激光脉冲传输了一段距离以后, 将演化为一个脉冲宽度更窄、峰值强度更高且面积为  $A_0$  的超短激光脉冲.

关键词: 超短激光脉冲, 多能级系统, 特征时间

PACC: 3280, 4265G

## 1. 引 言

超短激光脉冲的传输是近几年被广泛关注的研究领域<sup>[1-7]</sup>. 目前, 人们可以获得周期量级的超短激光脉冲, 其与物质的相互作用和多周期脉冲的情况存在本质上的区别, 慢变包络近似和旋波近似已经不能准确描述超短脉冲的传输过程<sup>[8,9]</sup>. 超短激光脉冲在非线性介质中传输特性的研究在阿秒脉冲的产生、高次谐波的产生、软 X 射线的产生、相干控制和原子电离等方面具有重要的科学意义和广泛的应用价值<sup>[3-7]</sup>. 就目前而言, 超短激光脉冲在二能级系统中的传输特性研究已经取得了丰硕的成果<sup>[8-18]</sup>. 然而, 实际的量子系统能级结构比较复杂, 而超短激光脉冲的频谱较宽, 可同时与多个能级相互作用, 因此用二能级系统不能准确地描述超短激光脉冲的传输情况. 特别是多能级系统中脉冲的传输特性(如自感应透明、脉冲分裂等)有待进一步研究.

激光脉冲在多能级系统中的传输研究已经获得不少成果<sup>[19-22]</sup>, 一般采用 Maxwell-Bloch 方程来描述激光脉冲的传输过程. 1999 年 Rahman 研究脉冲在 V 型能级系统中传输时发现, 若是两束脉冲相互匹配

可将三能级系统等价为一个二能级系统<sup>[23]</sup>. de Araujo<sup>[24,25]</sup> 研究并获得了弱激光脉冲在多能级系统中传输的解析解, 并描述了多能级系统中电磁感应透明、相干布居囚禁等现象. 2005 年 de Araujo 在研究弱场脉冲在多能级系统的传输情况时发现<sup>[26]</sup>, 超短脉冲在传输过程中幅度随传输距离呈指数衰减. 研究表明, 多能级系统与二能级系统相比, 其吸收系数并非由能级的弛豫时间决定, 而主要是由多能级系统的特征时间确定. 超短脉冲与能级相互作用时会激发出一系列的脉冲串, 这些脉冲串的相位与初始脉冲频率的失谐量有关. 2005 年宋晓红等<sup>[27]</sup> 研究发现, 小面积的超短脉冲在 V 型能级系统中传输能产生高阶光谱分量, 且认为在 V 型能级系统中自感应透明难以实现. 因此, 由于考虑多个激发态能级, 超短脉冲在多能级系统中的色散、吸收等特性与二能级系统存在明显的区别. 在 de Araujo 的研究中只讨论了弱场情况, 即在相互作用过程中系统的粒子数始终布居在基态上. 实际上, 超短脉冲的强度一般都比较强, 足以使系统粒子产生明显的跃迁, 甚至布居数完全反转. 脉冲在传输过程中会受到巨大的影响. 因此, 研究较强脉冲在多能级系统中的传输特性十分必要. 为了使多能级系统更具有普遍性, 在数值

\* 国家自然科学基金(批准号:10574046)、国家重点基础研究发展计划(批准号:2006CB806006, 2006CB921105)、教育部科技创新工程重大项目培育基金(批准号:30800)、高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:20050269011)、上海市青年科技启明星跟踪计划(批准号:06QH14003)和上海市研发基地应用协作能力建设专项基金(批准号:07dz22025)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: zrsun@phy.ecu.edu.cn

模拟激光脉冲传输过程中我们选择激发态能级个数较多且各能级的跃迁偶极矩并不相同.

本文利用数值模拟方法研究了超短激光脉冲在多能级系统中的传输特性.研究表明,在脉冲强度较弱时,适当的超短脉冲的能量可实现脉冲传输过程的自感应透明,实现超短激光脉冲的稳定传输;当超短激光脉冲强度逐步增强时(脉冲面积大于实现稳定传播的最小面积  $A_0$ ),激光脉冲在传输过程中将产生分裂,其分裂的规律与二能级系统情况不同.激光脉冲分裂的基本面积单位与激发态能级数和各能级跃迁偶极矩相关,激光脉冲分裂后强度较弱的子脉冲会被多能级系统更容易吸收(多能级对脉冲的吸收主要是由系统的特征时间决定),吸收效果比二能级系统情况更显著,分裂的脉冲传输了一定距离后将留下一个脉冲宽度较窄、峰值强度高的子脉冲.

## 2. 模 型

我们采用的多能级系统模型包括一个基态和多个激发态,如图 1 所示.假设基态与各个激发态之间都存在跃迁,各激发态之间不发生任何的相互作用,相邻激发态之间的能级间隔相等且为  $\Delta$ ,即设系统的特征时间  $T = 2\pi/\Delta$ ;假设超短激光脉冲的频谱宽度能覆盖  $m$  个激发态能级,基态到第一激发态的跃迁偶极矩为  $d$ ,到其他激发态的跃迁偶极矩依次为  $\gamma_2 d, \gamma_3 d, \gamma_4 d, \dots, \gamma_m d$ ,  $\gamma_i$  为跃迁强度系数;假定初始状态下粒子都布居在基态上.

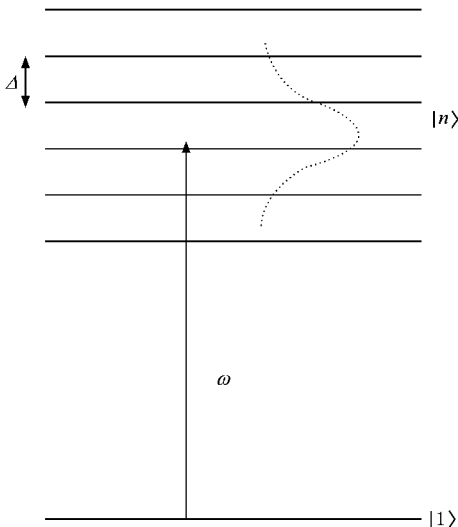


图 1 多能级系统能级图

由于系统的弛豫时间是超短激光脉冲与系统相互作用时间的数个量级,因而可忽略相互作用过程中系统弛豫时间的影响.因此,超短激光脉冲的传输可采用如下的 Maxwell-Schrödinger 模型描述(假设输入激光脉冲的中心频率对应多能级系统激发态能带的中心能级):

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_x}{\partial z}, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial z} - \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial P_x}{\partial t}, \quad (1b)$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H\Psi, \quad (1c)$$

其中  $E_x(z, t)$  和  $H_y(z, t)$  分别表示沿  $z$  方向传播的电场和磁场,  $\epsilon_0$  为真空介电常数,  $\mu_0$  为真空磁导率,  $\Psi = (a_0, a_1, a_2, \dots, a_m)$  为波函数,  $P_x = \sum_{n=1}^m 2N_{\text{atom}} d \text{Re}(a_0 a_n^*)$  为极化率,  $a_0 a_n^*$  反映了基态与能级  $n$  之间的相互作用,  $\Omega_i = \gamma_i d E_x / \hbar$  为拉比频率,  $N_{\text{atom}}$  为粒子密度,且 Schrödinger 方程(1c)的哈密顿量  $H$  可以表示为

$$H = \begin{pmatrix} 0 & \Omega_1 & \Omega_2 & \dots & \Omega_m \\ \Omega_1 & -\frac{m-1}{2}\Delta & 0 & \dots & 0 \\ \Omega_2 & 0 & -\frac{m-3}{2}\Delta & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & 0 \\ \Omega_m & 0 & \dots & 0 & \frac{m-1}{2}\Delta \end{pmatrix}. \quad (2)$$

超短脉冲与多能级系统的相互作用过程比较复杂,为了能够对这一过程进行分析,我们借鉴 Rahman<sup>[23]</sup>的研究方式,把图 1 所示的  $m+1$  能级系统当作一个准二能级系统,定义有效拉比频率  $\Omega_{\text{eff}}$  近似处理超短脉冲与  $m+1$  能级系统的相互作用,

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{eff}} &= \sqrt{(\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \dots + \gamma_m^2)} \Omega \\ &= \sqrt{\kappa} \Omega. \end{aligned} \quad (3)$$

基于这样的近似,超短脉冲在  $m+1$  能级系统的传输过程中可产生自感应透明现象和脉冲分裂现象,

脉冲分裂的基本单位  $A_0 = 2\pi/\sqrt{\kappa}$ , 其中  $\kappa = \sum_{n=1}^m \gamma_n^2$ . 为了验证上述近似的合理性,我们对方程(1)和(2)所描述的  $m+1$  能级系统传输问题进行了数值模拟.

### 3. 计算结果及分析

本文采用时域有限差分(FDTD)方法模拟超短激光脉冲在多能级系统的传输特性.假设输入的超短激光脉冲为

$$E_x(0, t) = E_0 \text{sech}[1.7(t - t_0)/\tau_0] \cos(\omega t),$$

其中  $\omega$  为中心频率,  $E_0$  为峰值强度,  $\tau_0$  是脉冲包络的半高全宽,  $t_0$  表示脉冲在  $t = 0$  时刻脉冲中心的偏移位置,并假设脉冲在均匀介质中传输,介质的线性折射率约为 1.000068.

由于基态到各激发态的跃迁偶极矩不相同,与超短脉冲作用时布居数变化比较复杂,将导致脉冲在多能级系统中传输不稳定.因此一般认为,超短脉冲在多能级系统中难以发生自感应透明现象<sup>[27]</sup>.我们的数值模拟表明,对于  $m + 1$  能级系统,若初始脉冲满足一定的条件,在脉冲传输过程中系统的布居数能发生完整的拉比振荡,并且有自感应透明现象产生.

图 2 所示为超短脉冲在  $m = 2$  的能级系统中传输情况,选取的参数如下:  $\gamma_2^2 = 2$ ,  $N_{\text{atom}} = 1 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ ,  $d = 2.65 \text{ e}\text{\AA}$ ,  $\tau_0 = 10 \text{ fs}$ ,  $\omega = 2.36 \times 10^{15} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $T = 1 \text{ ps}$ , 初始脉冲面积为  $2\pi/\sqrt{3}$ .由图 2 可见,超短脉冲在  $z = 12.5, 37.5, 62.5 \mu\text{m}$  处其形状基本没有变化,且脉冲与系统相互作用时粒子数出现了反转,随后受激辐射作用使粒子最终回到基态,同时将吸收的激发能量返还给了脉冲,使得脉冲能够在介质中稳定无损地传输,即在多能级系统中产生自感应透明现象.此外,在  $m = 5$  的能级系统中通过控制输入脉冲的面积也可产生自感应透明现象.当系统激发

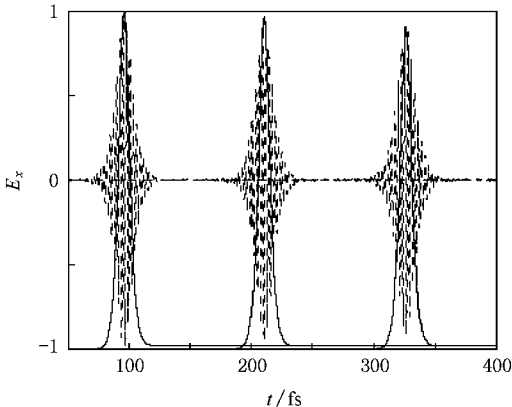


图 2 超短激光脉冲在  $m = 2$  多能级系统中的传输情况.虚线为脉冲的传输演化情况(归一化),实线为布居数反转情况

态能级个数较多时,脉冲在传输过程中的粒子布居变化越来越复杂,导致脉冲稳定传输的距离越来越短.数值结果表明,当能级个数  $m > 5$  时未发现自感应透明现象的产生.

我们知道,面积定理能够预言二能级系统中脉冲面积演化的趋势<sup>[10]</sup>,当脉冲面积为  $2N\pi$  ( $N = 2, 3, \dots$ ) 时,激光脉冲传输会以  $2\pi$  脉冲为单位分裂<sup>[8]</sup>,分裂为  $N = 2, 3, \dots$  个面积为  $2\pi$  的子脉冲.如图 3 和图 4 所示,脉冲在多能级系统中传输一定距离后同样会产生类似的分裂,但其分裂基本单位为  $A_0 = 2\pi/\sqrt{\kappa}$ .

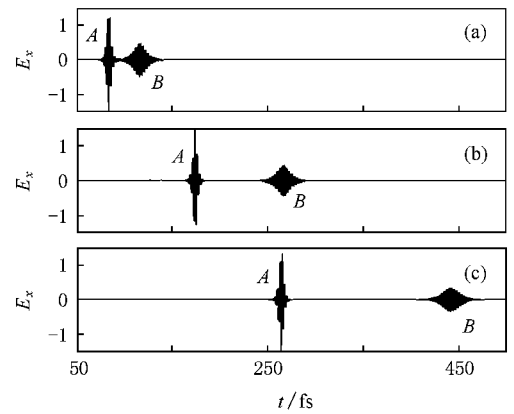


图 3 初始面积为  $4\pi/\sqrt{7}$  的超短脉冲在  $m = 5$  多能级系统中不同位置的传输演化情况 (a)  $z = 12.5 \mu\text{m}$ , (b)  $z = 37.5 \mu\text{m}$ , (c)  $z = 62.5 \mu\text{m}$

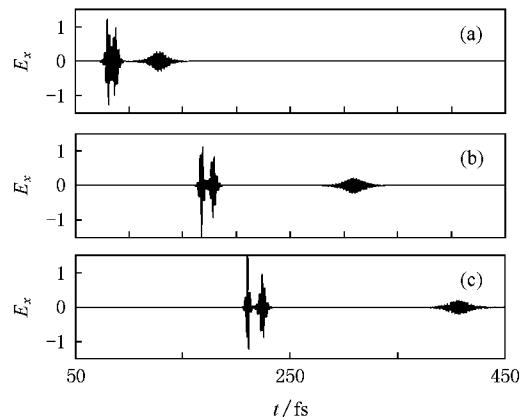


图 4 初始面积为  $6\pi/\sqrt{7}$  的超短脉冲在  $m = 5$  多能级系统中不同位置的传输演化情况 (a)  $z = 12.5 \mu\text{m}$ , (b)  $z = 37.5 \mu\text{m}$ , (c)  $z = 50 \mu\text{m}$

图 3 为初始面积为  $4\pi/\sqrt{7}$  的超短脉冲在的  $m = 5$  能级系统中  $z$  为  $12.5, 37.5, 62.5 \mu\text{m}$  位置处的传输演化情况,其中系统的参数选取如下:  $N_{\text{atom}} = 2 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ ,  $d = 2.65 \text{ e}\text{\AA}$ ,  $\tau_0 = 10 \text{ fs}$ ,  $\omega = 2.36 \times 10^{15} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ,

$T = 1$  ps, 多能级系统激发态能级个数  $m = 5$ , 各能级的跃迁强度系数分别为  $\gamma_1^2 = 1, \gamma_2^2 = 1.2, \gamma_3^2 = 1.3, \gamma_4^2 = 1.7, \gamma_5^2 = 1.8$ , 系数  $\kappa = 7$ . 超短脉冲传输过程中分裂为两个子脉冲, 由于分裂后的子脉冲群速度不一样, 各子脉冲在传输过程中会逐渐分开, 且子脉冲的面积为  $2\pi/\sqrt{7}$ . 图 4 为脉冲的面积为  $6\pi/\sqrt{7}$  的超短脉冲的传输情况, 脉冲在传输过程中分裂为 3 个子脉冲, 且子脉冲的面积为  $2\pi/\sqrt{7}$ . 由此可见, 多能级系统中超短激光脉冲的传输依然存在一个面积定理, 其面积并非  $2\pi$  而是  $A_0 = 2\pi/\sqrt{\kappa}$ , 其值与激发态的能级个数和跃迁偶极矩密切相关.

由于脉冲的自压缩效应, 脉冲分裂后的第一个子脉冲的峰值强度明显增强, 脉冲宽度会明显压缩, 如图 3 和图 4 所示. 与二能级系统的现象类似, 其超短激光脉冲自压缩取决于孤子数量  $N$  和初始脉冲宽度  $\tau_0$ , 满足  $\tau_0/\tau_{\min} \propto N^\beta$  的关系, 其中  $\tau_{\min}$  为压缩脉冲的最小宽度,  $\beta$  与初始宽度  $\tau_0$  有关<sup>[28]</sup>.

超短脉冲在介质中的传输遵循比尔定律, 脉冲以  $\exp(-\alpha z/2)$  的速度衰减,  $\alpha$  决定于能级的弛豫时间和系统特征时间  $T$ <sup>[13, 26]</sup>. 系统特征时间  $T$  一般在飞秒量级, 而能级弛豫时间一般为皮秒量级, 因而多能级系统的衰减系数主要由系统特征时间  $T$  来确定. 二能级系统中  $T$  相当于无穷大, 因此衰减系数只由弛豫时间确定, 比多能级系统的衰减系数更大.

图 5 为在  $m = 5$ , 特征时间  $T = 300$  fs 的多能级系统中, 脉冲在  $z$  分别为 0, 12.5, 37.5, 62.5  $\mu\text{m}$  时的传输情况, 且初始脉冲面积为  $4\pi/\sqrt{7}$ . 脉冲在传输过程中产生了分裂, 分裂后有的子脉冲会被展宽, 展宽的脉冲在传输过程中会被明显吸收<sup>[28]</sup>, 随着传输距离的增加, 系统对强度弱的子脉冲的吸收越来越强烈. 与图 3 相比, 这些子脉冲的衰减更加明显. 由此可见, 随着系统特征时间的减小, 脉冲的衰减反而增

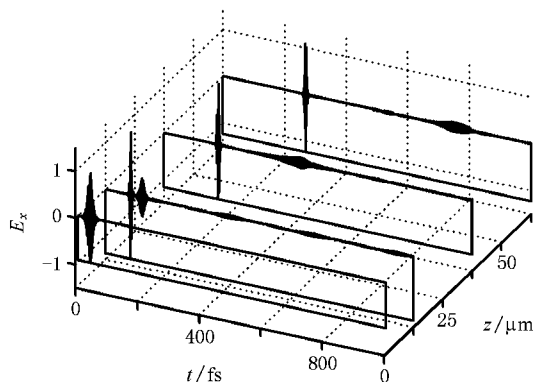


图 5 脉冲在  $m = 5$  多能级系统中传输的吸收情况. 脉冲的初始面积为  $4\pi/\sqrt{7}$ .

强. 脉冲传输了一定距离后留下的脉冲脉宽度变窄, 其脉冲宽度约为初始脉冲的一半, 而峰值能量为初始脉冲的 1.5 倍左右.

## 4. 结 论

本文数值模拟了超短脉冲在多能级系统中的传输情况. 研究表明, 当脉冲较弱时, 适当面积的输入脉冲在传输过程中产生自感应透明现象; 当脉冲逐步增强时(脉冲面积大于  $A_0$ ), 与二能级系统一样, 脉冲在传输过程中将产生基本单位面积为  $A_0$  的脉冲分裂,  $A_0$  值不是  $2\pi$ , 其值为  $A_0 = 2\pi/\sqrt{\kappa}$ , 由能级个数和各能级跃迁偶极矩决定. 在多能级系统中, 由于超短脉冲的脉冲宽度比能级弛豫时间小若干个数量级, 能级的弛豫时间对脉冲的吸收影响可以忽略不计, 系统的吸收决定于系统特征时间, 分裂后强度较低的子脉冲在传输过程中的衰减十分明显, 脉冲在传输了一定的距离后, 将会只剩下强度高、脉冲宽度较窄的子脉冲.

[1] Lamb G L Jr 1971 *Rev. Mod. Phys.* **43** 99

[2] Eberly J H 1969 *Phys. Rev. Lett.* **22** 760

[3] Leblond H, Sanchez F 2003 *Phys. Rev. A* **67** 013804

[4] Kinsler P, New G H C 2004 *Phys. Rev. A* **69** 013805

[5] Loiko Y, Serrat C 2006 *Phys. Rev. A* **73** 063809

[6] Ziolkowski R W 1995 *Phys. Rev. A* **52** 3082

[7] McCall S L, Hahn E L 1969 *Phys. Rev.* **183** 457

[8] Hughes S 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 3363

[9] Fu X Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1693 (in Chinese) [傅喜泉 1997 *物理学报* **50** 1693]

[10] Xiao J, Wang Z Y, Xu Z Z 2002 *Phys. Rev. A* **65** 031402

[11] Wu J W, Cheng J, Yu X Y, Zhou J Y 2005 *Acta Opt. Sin.* **25** 1265 (in China) [吴佳文、程静、余向阳、周建英 2005 *光学学报* **25** 1265]

[12] Tarasishin A V, Magnitskii S A, Zhelkitov A M 2001 *Opt. Commun.* **193** 187

- [ 13 ] Crisp M D 1970 *Phys. Rev. A* **1** 1604
- [ 14 ] Kalosha V P , Herrmann J 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 544
- [ 15 ] Kalosha V P , Herrmann J 2000 *Phys. Rev. A* **62** 011804
- [ 16 ] Slavcheva G , Hess O 2005 *Phys. Rev. A* **72** 053804
- [ 17 ] Song X H , Gong S Q , Li R X , Xu Z Z 2006 *Phys. Rev. A* **74** 015802
- [ 18 ] Song X H , Gong S Q , Li R X , Xu Z Z 2005 *Phys. Rev. A* **72** 043820
- [ 19 ] Park Q H , Shin H J 1998 *Phys. Rev. A* **57** 4621
- [ 20 ] Paspalakis E , Kis Z 2002 *Phys. Rev. A* **66** 025802
- [ 21 ] Slavcheva G , Arnold J M , Wallace I , Ziolkowski R W 2002 *Phys. Rev. A* **66** 063418
- [ 22 ] Genes C , Berman P R 2006 *Phys. Rev. A* **73** 053809
- [ 23 ] Rahman A 1999 *Phys. Rev. A* **60** 4187
- [ 24 ] de Araujo L E E 2004 *Phys. Rev. A* **69** 013408
- [ 25 ] de Araujo L E E 2006 *Phys. Rev. A* **73** 053821
- [ 26 ] de Araujo L E E 2005 *Phys. Rev. A* **72** 053802
- [ 27 ] Song X H , Gong S Q 2005 *Opt. Spectr.* **99** 0517
- [ 28 ] Skobelev S A , Kartashov D V , Kim A V 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 203902

## Propagation property of ultra-short laser pulses in multi-level quantum system \*

Lu Jian-Qing<sup>1)</sup> Zhang Xiang-Yun<sup>2)</sup> Zhang Shi-An<sup>1)</sup> Jia Tian-Qing<sup>1)</sup> Sun Zhen-Rong<sup>1)†</sup> Wang Zu-Geng<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> State Key Laboratory of Precision Spectroscopy , Department of Physics , East China Normal University , Shanghai 200062 , China )

<sup>2)</sup> Center for Applied and Interdisciplinary Mathematics , Department of Mathematics , East China Normal University , Shanghai 200062 , China )

( Received 22 February 2008 ; revised manuscript received 16 June 2008 )

### Abstract

The propagation property of an ultrashort pulse in multi-level quantum system has been investigated with numerical method. A strong absorption is observed and its degree depends on the characteristic time of quantum system. For rather weak laser field, the self-induced transparency can still be observed with proper pulse area of the input ultrashort laser. When the ultrashort laser pulse becomes stronger, it will be split, and its basic split unit (i.e. the minimum area of a stably propagating laser pulse)  $A_0$  is not the same as that of two-level quantum system, which depends on the number of the excited states and their dipoles. Furthermore, after a rather long propagating distance, there only remains a shorter but more intense sub-pulse with an area of  $A_0$ .

**Keywords** : ultrashort pulse , multi-level quantum system , characteristic time

**PACC** : 3280 , 4265G

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10574046 ), the State Key Development Program for Basic Research of China ( Grant Nos. 2006CB806006 2006CB921105 ), the Cultivation Foundation of the Major Program of Scientific and Technical Innovation of Ministry of Education , China ( Grant No. 30800 ), the Doctoral Program Foundation of Institution of Higher Education ,China ( Grant No.20050269001 ), Rising-Star Follow-Up Program for Young Research Scientist of Shanghai ( Grant No. 06QH14003 ) and Shanghai Municipal Science and Technology Commission ( Grant No. 07dz22025 ).

† Corresponding author. E-mail : zrsun@phy.ecu.edu.cn