

不同序列拉曼光脉冲对原子重力仪灵敏度的影响^{*}

任利春^{1 2 3)} 周 林^{1 2 3)} 李润兵^{1 2 3)} 刘 敏^{1 2)} 王 谨^{1 2)} 詹明生^{1 2)}†

1 中国科学院武汉物理与数学研究所波谱与原子分子物理国家重点实验室, 武汉 430071)

2 中国科学院冷原子物理中心, 武汉 430071)

3 中国科学院研究生院, 北京 100049)

(2009 年 2 月 9 日收到, 2009 年 3 月 10 日收到修改稿)

研究了不同序列拉曼光脉冲对原子重力仪灵敏度的影响. 结果表明, 通过调节脉冲间隔可以改善原子干涉重力仪的灵敏度. 在标准配置下, 只考虑重力及一阶重力梯度时, 三脉冲序列 $(\frac{\pi}{2}-\pi-\frac{\pi}{2})$ 的原子干涉重力仪具有较大的灵敏度, 四脉冲序列 $(\frac{\pi}{2}-\pi-\pi-\frac{\pi}{2})$ 的原子干涉重力仪对重力不敏感, 可用来测量重力梯度, 五脉冲作用会降低原子干涉重力仪的灵敏度.

关键词: 原子重力仪, 拉曼激光脉冲序列, 灵敏度

PACC: 3580

1. 引 言

相对电子、中子、光子而言, 原子具有较大的质量, 因此原子干涉仪比中子干涉仪、激光干涉仪对重力更敏感. 利用原子干涉仪可构建原子陀螺仪、原子重力仪以及原子重力梯度仪等高灵敏度惯性传感器. 自从 1991 年原子干涉仪^[1]实现以来, 随着冷原子物理与技术的不断发展, 原子干涉仪在精密物理测量领域受到了越来越广泛的关注. 原子干涉重力仪测量重力加速度的灵敏度已达到 $2 \times 10^{-8} \text{ gHz}^{-1/2}$ ^[2, 3]; 原子重力梯度仪的灵敏度已达到 $4 \times 10^{-9} \text{ gHz}^{-1/2}$ ^[4]. 原子陀螺仪可测量转动速率及地球自转速率^[5-9]. 原子干涉仪还可用于牛顿引力常数的测量^[10-13]. 用原子干涉仪测量精细结构常数的进展^[14]以及验证广义相对论弱等效原理^[15, 16]的方案也引起了广泛的关注. 由此可见, 原子干涉仪在精密物理测量方面具有独特的优势和巨大的发展潜力.

原子干涉重力仪的基本组成是原子干涉仪^[17]. 比较典型的原子干涉仪有以下两种: 一种是利用周期性狭缝来操控原子的微结构式原子干涉仪^[18]; 另一种是利用拉曼光脉冲序列相干地操控原子内态和

外态的拉曼式原子干涉仪^[3, 19, 20]. 拉曼光脉冲序列的配置对原子重力测量灵敏度具有重要影响. 郑森林等^[21]基于描写原子运动的 3×3 阶矩阵, 研究了四脉冲拉曼光序列对三能级原子重力仪测量精度的影响, 提出了一种提高三能级原子重力仪测量精度的方法. 本文通过求解原子运动的 Lagrange 方程, 分析了三脉冲、四脉冲、五脉冲等不同序列拉曼光对原子干涉重力仪灵敏度的影响, 结果对开展实验研究具有指导意义.

2. 受激拉曼跃迁中干涉相位的计算

受激拉曼跃迁与三能级原子相互作用的结构如图 1 所示, 两个激光场 R_1, R_2 分别将原子的基态 $|a\rangle$ 及 $|b\rangle$ 耦合至激发态 $|e\rangle$. 在原子干涉仪中, 拉曼光脉冲序列有两脉冲 $(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2})$ 、三脉冲 $(\frac{\pi}{2}-\pi-\frac{\pi}{2})$ 、四脉冲 $(\frac{\pi}{2}-\pi-\pi-\frac{\pi}{2})$ 以及五脉冲 $(\frac{\pi}{2}-\pi-\pi-\pi-\frac{\pi}{2})$ 等多种形式. 不同脉冲序列组合的原子干涉仪的实验结果已有报道^[22].

原子干涉仪中两个干涉路径的总相移由以下三部分组成: 传播相位、激光相位和波包分离相位, 可

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10774160, 10827404)和国家重点基础研究发展计划(批准号: 2005CB724505-1)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: mszhan@wipm.ac.cn

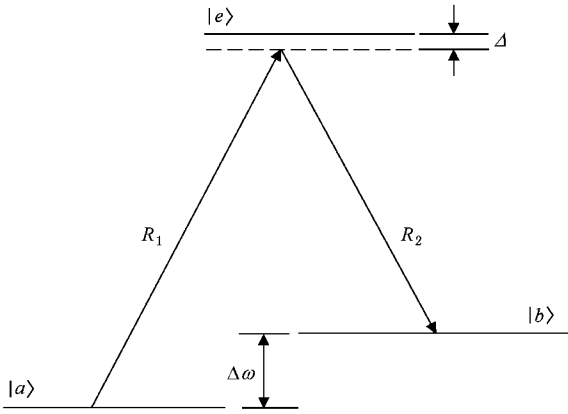


图 1 三能级原子体系与双光子受激拉曼跃迁示意图

以写成^[22]

$$\Delta\varphi_{\text{total}} = \Delta\varphi_{\text{prop}} + \Delta\varphi_{\text{laser}} + \Delta\varphi_{\text{sep}}. \quad (1)$$

计算相位差时,先写出原子系统的 Lagrange 量 L ,然后计算出经典的原子运动的轨迹方程.通过轨迹方程来求不同干涉路径所引起的相互作用量,最后利用量子力学中相互作用量与相位对应的关系,将其转换为原子物质波的相位差.在原子干涉仪实验中,原子团分开的距离是一个很小的量.本文中,在计算原子位置时取其速度的平均值,即 $v_0 + v_{\text{rec}}/2$.这样便于在一定量级上研究脉冲间隔对相位差的影响,而且误差很小,在某种情况下甚至与完整的路径积分给出的结果一致.

假定原子在具有一阶线性梯度的重力场中运动,原子的运动可以通过经典力学的方式来描述,同时原子具有内部的量子态,通过光与原子的相互作用,把内部量子状态与外部运动状态联系起来.原子的运动可以通过求解 Lagrange 方程得到,在一阶线性梯度重力场中运动的 Lagrange 量可写为^[31]

$$L = \frac{1}{2} m \dot{z}^2 - mg_0 z + \frac{1}{2} m \gamma z^2, \quad (2)$$

其中 m 为原子质量, z 为原子位移, g_0 为原点处的

重力加速度, γ 为重力场的一阶线性梯度.把 (2) 式代入 Euler-Lagrange 方程,代入初始条件 $z(t=0) = z_0, \dot{z}(t=0) = v_0$,求解后可得^[31]

$$z(t, v_0, z_0) = \frac{g_0}{\gamma} + \left(z_0 - \frac{g_0}{\gamma} \right) \cosh(t\sqrt{\gamma}) + \frac{v_0}{\sqrt{\gamma}} \sinh(t\sqrt{\gamma}). \quad (3)$$

为了表示的方便,在此定义

$$\phi_i(t_i) = k_{\text{eff}} z(t_i, v_0 + v_{\text{rec}}/2, z_0), \quad (4)$$

其中 $v_{\text{rec}} = \frac{\hbar k_{\text{eff}}}{m}$ 为双光子反冲速度,与拉曼光的有效波矢 k_{eff} 成正比,代表了一个拉曼光脉冲作用后原子获得的速度增量大小,决定了干涉仪不同路径分开距离的大小.同时定义 $\Delta\phi_{\text{three}}$, $\Delta\phi_{\text{four}}$ 和 $\Delta\phi_{\text{five}}$,分别代表三脉冲、四脉冲、五脉冲作用下获得的相位差.

为了满足原子的干涉以及相位匹配条件,整个脉冲的作用时间为 $2T$ 时,对于三个脉冲作用,难以进行脉冲时间间隔的调节.四个以及更多脉冲作用的时候,可以进行脉冲时间间隔的调节.在只考虑重力加速度和一阶重力梯度、不考虑转动加速度等其他条件下,进行下面的分析.实际上, γ 约为 10^{-6} s^{-2} 量级^[31],比其他参数要小若干个量级,因此在分析时只考虑到 γ 的一次项.当不考虑一阶重力梯度(即取 $\gamma = 0$)时,重力加速度引起的相位为主要相位项.

3. 计算结果及分析

三脉冲拉曼光序列 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{\pi}{2} \right)$ 作用过程如图 2 所示.计算可得

$$\Delta\phi_{\text{three}} = T^2 g_0 k_{\text{eff}} + \frac{1}{12} T^2 \gamma k_{\text{eff}} (7T^2 g_0 - 12Tv_0 - 6Tv_{\text{rec}} - 12z_0). \quad (5)$$

这个结果与文献[3]所报道的结果相符,和 Wolf 等^[23]对经典轨迹进行 Lagrange 积分所得出的结果一

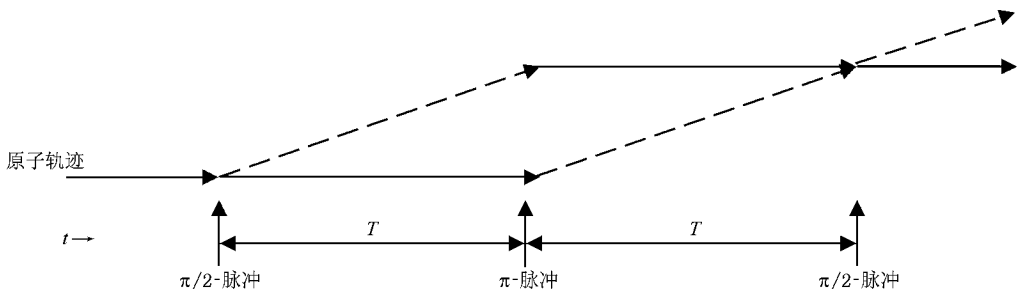


图 2 三脉冲作用下原子态的演化及运动轨迹 实线和虚线分别对应于原子态 $|a\rangle$ 和 $|b\rangle$

致,也和 Bordé 等^[24]利用 2×2 矩阵方法得到的结果相同. 此种情况下 (5) 式中与重力加速度相关的第一项的系数为 1.

四脉冲拉曼光序列作用的冷原子干涉过程如图

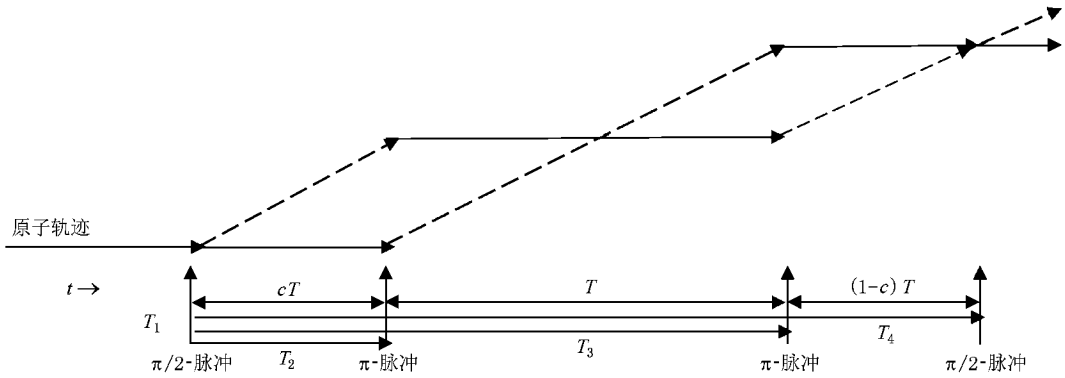


图 3 四脉冲作用下原子态的演化及运动轨迹 实线和虚线分别对应于原子态 $|a\rangle$ 和 $|b\rangle$

在四脉冲拉曼光序列 $(\frac{\pi}{2}-\pi-\pi-\frac{\pi}{2})$ 作用下, 原子干涉形成了两个干涉环路, 此时, 总干涉面积的一部分被抵消. 具体计算如下:

$$\Delta\phi_{\text{four}} = -[\phi_4(T_4) - 2\phi_3(T_3) + 2\phi_2(T_2) - \phi_1(T_1)]. \quad (6)$$

把 $T_1 = 0, T_2 = cT, T_3 = (1+c)T, T_4 = 2T$ 代入(6)式得到

$$\Delta\phi_{\text{four}} = -[\phi_4(2T) - 2\phi_3(T+cT) + 2\phi_2(cT) - \phi_1(0)]. \quad (7)$$

把(3)(4)与(7)式结合, 整理可得

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{\text{four}} = & -(-1+2c)T^2 g_0 k_{\text{eff}} - \frac{1}{12}T^2 \gamma k_{\text{eff}} \\ & \times [(-7+4c+6c^2+4c^3)g_0 T^2 \\ & + 1\mathcal{X}(1-c-c^2)Tv_0 + \mathcal{A}(1-c-c^2)Tv_{\text{rec}} \\ & + 1\mathcal{X}(1-2c)z_0]. \end{aligned} \quad (8)$$

当整个作用时间为 $2T$ 时, 如果脉冲序列中

$(\frac{\pi}{2}-\pi)$ 之间的时间间隔是 $(\pi-\pi)$ 的一半, 则称为标准配置. 这种情况下形成的所有干涉环路的面积相等. 令 $(-1+2c)=0$, 则有 $c=1/2$, 得到标准四脉冲序列. 此时由(8)式可以看出, 与重力相关的主要相位项为零. 这与文献[25]中所讨论的标准四脉冲干涉仪对重力加速度不敏感的结论一致. $c=0$ 时, 与重力相关的主要相位项系数为最大值 1. 此时, 中间的一个 π 脉冲没有发挥作用, 四脉冲作用相当于三脉冲作用. 这说明在上述条件下三脉冲序列的原子干涉重力仪具有最佳的灵敏度.

3 所示.

假定整个脉冲的作用时间为 $2T$. 为了满足原子的干涉以及相位匹配条件, 各个脉冲作用的时刻分别为 $T_1 = 0, T_2 = cT, T_3 = (1+c)T, T_4 = 2T$ 其中 $0 < c < 1$.

五脉冲拉曼光序列作用的情况如图 4 所示. 同样假定整个脉冲的作用时间为 $2T$, 原子的干涉路径形成了三个环路. 为了满足原子的干涉以及相位匹配条件, 各个脉冲作用的时刻分别为 $T_1 = 0, T_2 = aT, T_3 = (1+a-b)T, T_4 = (2-b)T, T_5 = 2T$, 其中 $0 < a, b < 1$.

五脉冲拉曼光序列 $(\frac{\pi}{2}-\pi-\pi-\pi-\frac{\pi}{2})$ 作用引起的相位差可以表示为

$$\Delta\phi_{\text{five}} = -[\phi_5(T_5) - 2\phi_4(T_4) + 2\phi_3(T_3) - 2\phi_2(T_2) - \phi_1(T_1)]. \quad (9)$$

把 $T_1 = 0, T_2 = aT, T_3 = (1+a-b)T, T_4 = (2-b)T, T_5 = 2T$ 代入(9)式有

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{\text{five}} = & -[\phi_5(2T) - 2\phi_4(2T-bT) \\ & + 2\phi_3(T+aT-bT) \\ & - 2\phi_2(aT) - \phi_1(0)]. \end{aligned} \quad (10)$$

整理后可得

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{\text{five}} = & (-1+2a+2b-2ab)k_{\text{eff}}g_0 T^2 + 2k_{\text{eff}}z_0 \\ & + \frac{1}{12}\mathcal{X}[-7+4a+6a^2+4a^3+28b \\ & -12ab-12a^2b-4a^3b-18b^2 \\ & +12ab^2+6a^2b^2+4b^3-4ab^3] \\ & \times k_{\text{eff}}g_0 T^4 + 1\mathcal{X}(1-a-a^2-3b+2ab \\ & +a^2b+b^2-ab^2)k_{\text{eff}}v_0 T^3 + \mathcal{A}(1-a \\ & -a^2-3b+2ab+a^2b+b^2-ab^2) \\ & \times k_{\text{eff}}v_{\text{rec}} T^3 + 1\mathcal{X}(1-2a-2b+2ab) \\ & \times k_{\text{eff}}z_0 T^2], \end{aligned} \quad (11)$$

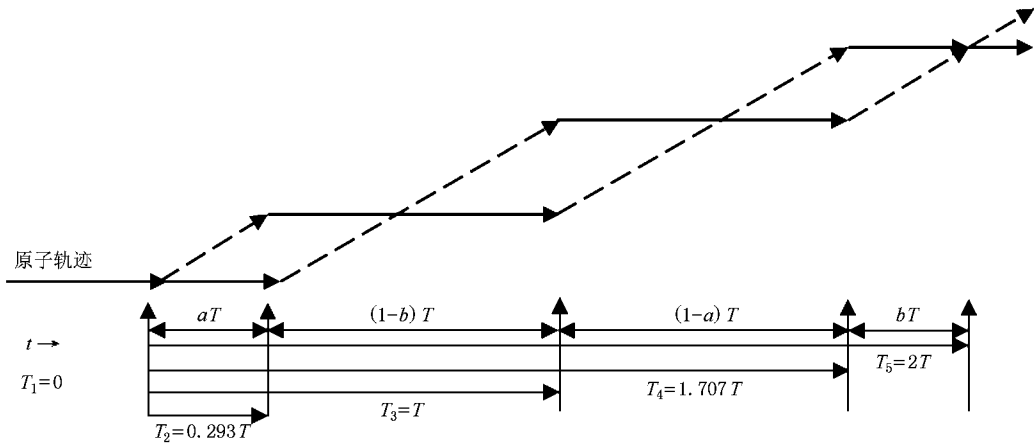


图 4 五脉冲作用下原子态的演化及运动轨迹 实线和虚线分别对应于原子态 $|a\rangle$ 和 $|b\rangle$

在 (11) 式中, 第一项的系数为 $-1 + 2a + 2b - 2ab$. 为了研究该系数的变化, 在 a, b 的取值范围内有 $f(a, b) = -1 + 2a + 2b - 2ab$, 其中 $0 < a, b < 1$. 因而 $f(a, b)$ 的取值在 -1 到 1 之间.

当 $f(a, b) = 1$ 时, 得到 $a + b - ab = 1$. 所有在取值范围内满足这个条件的 a 和 b 都能够得到重力最佳敏感的脉冲序列配置. a 和 b 的取值有以下两种情况: 一种是 $a = 1, b$ 在取值范围内取任意值; 另一种是 $b = 1, a$ 在取值范围内取任意值. 当 a 和 b 满足上述条件时, 系数 $f(a, b)$ 取最大值 1 . 此时五脉冲作用相当于三脉冲作用, 这也说明在上述条件下三脉冲序列的原子干涉重力仪具有最佳的灵敏度.

当 $f(a, b) = 0$ 时, 得到 $a + b - ab = 1/2$. 所有在取值范围内满足这个条件的 a 和 b 都能够得到重力加速度不敏感的脉冲序列配置. 以 $a = b$ 情况为例, 则有 $f(a) = -1 + 4a - 2a^2$.

在特殊条件 ($a = b$) 下, 系数 $f(a)$ 随脉冲间隔 a

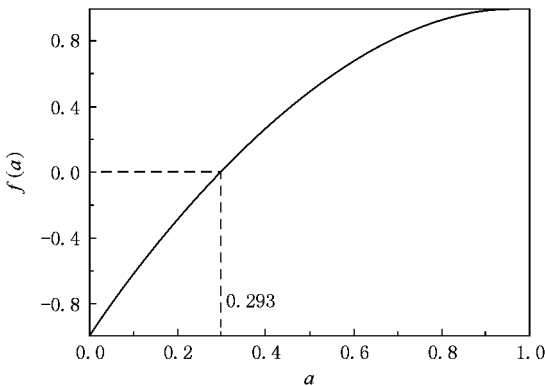


图 5 重力加速度系数与脉冲间隔的关系 图中显示了 $a = b = 0.293$ 时重力不敏感零点的存在

变化的关系如图 5 所示, 由此可以看出曲线存在零点. 此时, 五脉冲原子干涉重力仪对重力加速度不敏感. 由 $a = b$ 和 $-1 + 2a + 2b - 2ab = 0$ 可推出, $a = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$. 取 $a < 1$ 的解, 对重力不敏感的条件为 $a = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.293$. 此时, 在脉冲序列中各个脉冲作用的时刻分别为 $T_1 = 0, T_2 = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} T, T_3 = T, T_4 = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} T, T_5 = 2T$.

下面就标准配置拉曼光脉冲序列作用的效果进行分析.

若在图 3 中取 $c = 1/2$, 则相当于四脉冲作用, 具体过程如图 6(a) 所示, 原子干涉形成了两个干涉环路, 此时总干涉面积的一部分被抵消, 结果如下:

$$\Delta\phi_{\text{four}} = \frac{1}{8} T^3 \gamma k_{\text{eff}} (2Tg_0 - 2v_0 - v_{\text{rec}}). \quad (12)$$

若在图 4 中取 $a = b = 1/3$ 则相当于四脉冲作用, 具体过程如图 6(b) 所示, 重力加速度引起的相位差可以由下式表示:

$$\Delta\phi_{\text{five}} = \frac{1}{972} T^2 \gamma k_{\text{eff}} (103 T^2 g_0 - 108 T v_0 - 54 T v_{\text{rec}} - 108 z_0) + \frac{1}{9} k_{\text{eff}} (T^2 g_0 + 18 z_0). \quad (13)$$

定义 C_i ($i = 3, 4, 5$ 为脉冲数) 为重力加速度相关的 T^2 项的系数. 在此种情况下, 四脉冲对重力加速度不敏感, $C_4 = 0$, 相位差中只含有与一阶重力梯度相关的项. 此时原子干涉仪系统可作原子梯度仪. 三脉冲 (见 (5) 式) 与五脉冲比较, 总的作用时间为 $2T$, 对于与重力加速度相关 T^2 项 $C_3 : C_5 = 9 : 1$. 由系数之比

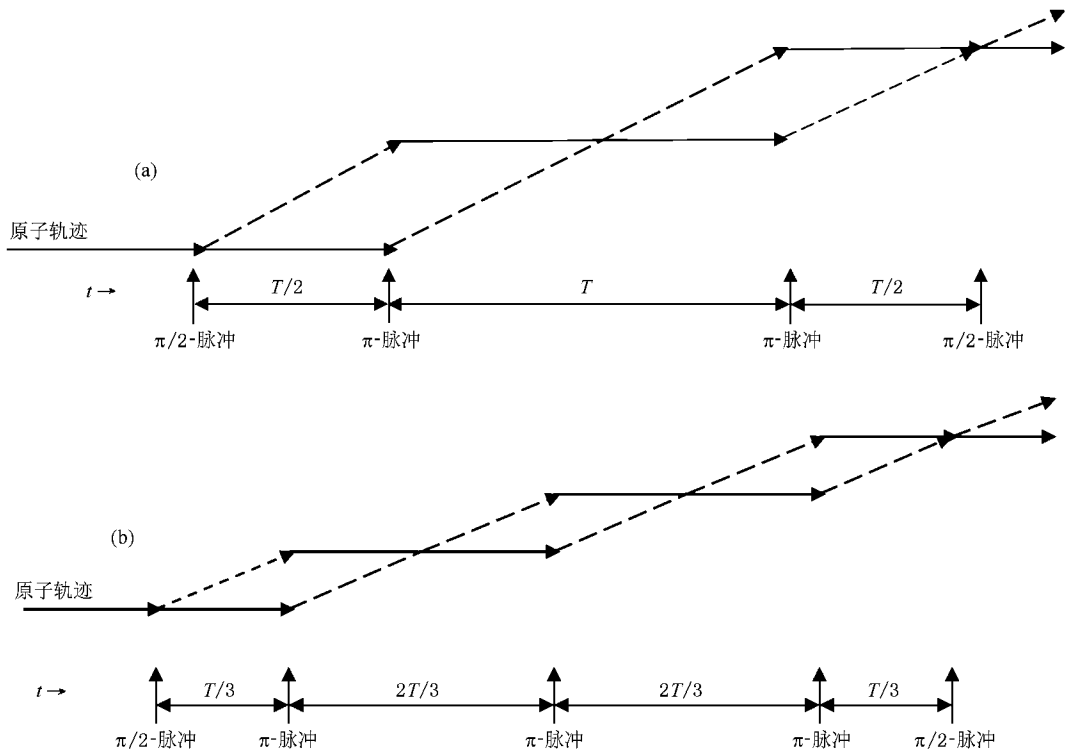


图6 标准配置的四脉冲、五脉冲拉曼光序列作用下原子态的演化以及原子运动轨道变化 (a)四脉冲,(b)五脉冲,实线和虚线分别对应于原子态 $|a\rangle$ 和 $|b\rangle$ 。

可以看出,在相同的作用时间 $2T$ 下,脉冲数越多,重力加速度相关 T^2 项的系数越小,重力仪的灵敏度越低。

4. 结 论

总之,在只考虑重力以及一阶重力梯度的情况下,不同序列拉曼光脉冲对原子干涉重力仪的灵敏度有较大的影响。在相同时间间隔的脉冲作用下,三

脉冲拉曼光序列为最佳的作用形式,此时原子重力的灵敏度最高。四脉冲拉曼光序列作用时,原子干涉仪形成了两个环路,相位差相互抵消,此时如果采用标准配置的脉冲序列,原子重力仪对重力加速度不敏感。考虑一阶重力梯度时,相位项只与一阶重力梯度有关,四脉冲拉曼光序列的原子干涉仪不能用来测量重力加速度,但可以用来测量一阶重力梯度。多于四个脉冲的拉曼光序列作用时,原子重力仪对于重力引起的相位差变小,对重力加速度的响应减小。

- [1] Kasevich M A, Chu S 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 181
 [2] Peters A, Chung K Y, Chu S 1999 *Nature* **400** 849
 [3] Peters A, Chung K Y, Chu S 2001 *Metrologia* **38** 25
 [4] McGuirk J M, Foster G T, Fixler J B, Snadden M J, Kasevich M A 2002 *Phys. Rev. A* **65** 033608
 [5] Gustavson T L, Landragin A, Kasevich M A 2000 *Class. Quantum Grav.* **17** 2385
 [6] Canuel B, Leduc F, Holleville D, Gauguier A, Fils J, Virdis A, Clairon A, Dimarcq N, Bordé C J, Landragin A 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 010402
 [7] Durfee D S, Shaham Y K, Kasevich M A 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 240801

- [8] Gustavson T L 2000 *Ph. D. Dissertation* (Palo Alto: University of Stanford)
 [9] Zhu C X, Feng Y Y, Ye X Y, Zhou Z Y, Zhou Y J, Xue H B 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 808 (in Chinese) [朱常兴、冯焱颖、叶雄鹰、周兆英、周永佳、薛洪波 2008 物理学报 **57** 808]
 [10] Fixler J B, Foster G T, McGuirk J M, Kasevich M A 2007 *Science* **315** 74
 [11] Bertoldi A, Lemporeti G, Cacciapuoti L, de Angelis M, Fattori M, Petelski T, Peters A, Prevedelli M, Stuhler J, Tino G M 2006 *Euro. Phys. J. D* **40** 271
 [12] Lemporeti G, Bertoldi A, Cacciapuoti L, Prevedelli M, Tino G M 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 050801

- [13] Müller H , Chiow S , Herrmann S , Chu S 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 031101
- [14] Weiss D S , Young B C , Chu S 1994 *Appl. Phys. B* **59** 217
- [15] Fray S , Diez C A , Hänsch T W , Weitz M 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 240404
- [16] Dimopoulos S , Graham P W , Hogan J M , Kasevich M A 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 111102
- [17] Zhou S K , Zhan M S 1993 *Chin. J. Quantum Electron.* **10** 97 (in Chinese) [周士康、詹明生 1993 量子电子学报 **10** 97]
- [18] Keith D W , Ekstrom C R , Turchette Q A , Pritchard D E 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 2693
- [19] Moler K , Weiss D S , Kasevich M A , Chu S 1992 *Phys. Rev. A* **45** 342
- [20] Li R B , Wang P , Yan H , Wang J , Zhan M S 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033425
- [21] Zheng S L , Chen J , Lin Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3535 (in Chinese) [郑森林、陈君、林强 2005 物理学报 **54** 3535]
- [22] Bongs K , Launay R , Kasevich M A 2006 *Appl. Phys. B* **84** 599
- [23] Wolf P , Tourrenc P 1999 *Phys. Lett. A* **251** 241
- [24] Bordé C J 2001 *C. R. Acad. Sci. Paris* **2** 509
- [25] Dubetsky B , Kasevich M A 2006 *Phys. Rev. A* **74** 023615

Dependence of sensitivity of atom interferometer gravimeters on the Raman laser pulse sequences^{*}

Ren Li-Chun^{1 2 3)} Zhou Lin^{1 2 3)} Li Run-Bing^{1 2 3)} Liu Min^{1 2)} Wang Jin^{1 2)} Zhan Ming-Sheng^{1 2)†}

¹ *State Key Laboratory of Magnetic Resonance and Atomic and Molecular Physics, Wuhan Institute of Physics and Mathematics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China*

² *Center for Cold Atom Physics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China*

³ *Graduate School, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*

(Received 9 February 2009 ; revised manuscript received 10 March 2009)

Abstract

We investigate the dependence of the sensitivity of atom interferometer gravimeter on the Raman laser pulse sequence. The sensitivity of atom gravimeter can be adjusted by changing the pulse duration. Under the standard pulse configuration condition, the atom interferometer with four pulses is insensitive to the gravity if only gravity and its first order gradient are taken into account. The three-pulse Raman atom interferometer gravimeter displays best sensitivity. Atom interferometers with more than four Raman pulses show poorer sensitivity.

Keywords : atom gravimeter , Raman laser pulse sequence , sensitivity

PACC : 3580

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10774160 , 10827404) , the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2005CB724505-1).

† Corresponding author. E-mail : mszhan@wipm.ac.cn