

多光子激发相干态的 Wigner 函数*

蓝海江^{1)†} 庞华锋²⁾ 韦联福^{2)†}

1) 柳州师范高等专科学校物理与信息科学系 柳州 545003)

2) 西南交通大学量子光电信息实验室 成都 610031)

(2008 年 12 月 23 日收到 2009 年 3 月 8 日收到修改稿)

Wigner 函数的负性是非经典量子态的重要判据之一. 利用 Fock 态表象下 Wigner 函数的一般表达式, 重构了相干态 $|z\rangle$ 的 k 光子激发态 $|+k, z\rangle \sim a^{-k}|z\rangle$ ($k \geq 1$) 的 Wigner 函数, 并根据其数值结果讨论了该量子态的非经典特性(这里 a^{-1} 为 Bose 湮没算符的逆算符, 其作用相当于 Bose 产生算符). 结果表明, 不论 k 取奇数还是偶数, 相干态的这些 k 光子激发态都具有非经典特性, 而且 k 的取值越大, 这些量子态的非经典特性越明显.

关键词: 非经典量子态, 激发相干态, Wigner 函数, 非经典特性

PACC: 4250

1. 引 言

量子光学研究的重大进展之一, 是根据量子力学原理构造出许多具有明显非经典效应的量子态, 如电磁场两相位正交分量的压缩和光子的反群聚效应等情形. 例如从一些熟知的基本量子态(如 Fock 态、相干态及压缩态等)出发, 理论上构造出一些新的量子态并对其进行深入研究^[1-6]. 这些研究推动了量子态工程的发展, 并为量子信息编码与低噪声信息传输提供了新的载体.

量子态的测量是获得量子系统信息的必要手段, 也是当今量子力学与量子光学领域中的重要课题. 单粒子的量子态是不可观测的, 但对于在同样实验条件下制备出来的粒子所构成的系综而言, 量子态的测量是有意义的^[7,8]. 原则上, 足够多次的测量后量子态的准概率分布函数^[9], 即 Wigner 函数就可以被重构出来. Wigner 函数是定义于相空间中的一个实函数^[10], 在描述量子态方面与波函数或密度矩阵是等价的, 而且同样包含了量子态的所有信息. 因而对 Wigner 函数进行测量, 即可获得量子态的各种信息, 其动力学变化可用于监控量子系统在演化过程中的各种特性.

由于 Wigner 函数具有准概率分布函数的性质, 而不是严格的概率分布函数, 故可正可负. 对于准经

典态(如典型的相干态), 其 Wigner 函数值总是非负, 而 Wigner 函数取负值则是量子态具有非经典特性的反映. 所以, 重构 Wigner 函数并对其正负性进行考查, 就成为判断其所对应的量子态是否具有非经典特性的直接判据之一.

目前, 理论和实验均已提出多种利用重构 Wigner 函数来测量量子态的方法^[11-18]. 在理论上, 典型的重构方案有光学零拍层析法^[11]、光子计数法^[12]、原子偏转技术^[13]及微脉塞方案^[14]等. 在实验上, Smithey 等^[15]利用光学零拍层析法重构了电磁场真空态和压缩态的 Wigner 函数, Banaszek 等^[16]利用光子计数法测量了真空态和相干态的 Wigner 函数, Nogues 等^[17]利用原子偏转技术测量了单光子 Fock 态的 Wigner 函数, 叶晨光等^[18]采用量子层析技术重构出真空压缩态光场的 Wigner 函数. 利用 Wigner 函数研究各种新的量子态, 目前仍然是人们研究的热点^[19-21].

最近, 实验上^[22]已经实现了利用 Bose 产生算符 a^+ 作用来激发相干态, 从而制备了所谓的单光子激发相干态. 实际上, 相干态的激发还可以通过多种途径来实现. 利用 Bose 湮没算符的逆算符 a^{-1} (其作用与 Bose 产生算符相当) 作用于相干态, 也可以得到单光子激发相干态. 相应地, 从相干态中激发出 k 个光子的 k 光子激发相干态^[2]则可以用 Bose 湮没算符的逆算符连续作用到相干态上 k 次来制备. 业

* 国家自然科学基金(批准号: 30874142)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: lfwei@home.swjtu.edu.cn

已证明, 这样的光子激发相干态与原始的相干态有完全不同的特性. 本文利用 Fock 态表象下的 Wigner 函数表示式, 重构利用 Bose 湮没算符的逆算符作用于相干态所得到的 k 光子激发态的 Wigner 函数, 并据此讨论与其不同激发情况所对应的非经典特性.

相干态是一种最常见的准经典光场态. 本文建议的从相干态光场中可控制地激发出有限光子得到非经典光场态的方案, 可能在两个方面具有潜在的应用价值. 首先, 本方案可应用于验证量子行为与经典世界的根本性区别: 在经典全同无相互作用系统中任意取走一个或少数几个粒子, 系统本身将不会有任何影响, 但本文的工作表明, 在相干态光场中即使是任意激发出去一个光子, 光场态就发生了根本性的改变, 成为非经典光场. 其次, 本文所得出的相干态光场的物理性质随着其激发光子数的改变而变化的特性, 可能应用于量子编码理论和量子密码技术. 所以, 本文所讨论的利用强度相关耦合 Jaynes-Cummings 相互作用来激发相干态光场从而制备出与激发光子数相关的非经典光场态的方案, 可能在基本物理理论的验证及量子信息技术等领域中找到实际的应用.

2. k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$

考虑如下两能级原子与单模电磁场相互作用的强度相关耦合 Jaynes-Cummings 模型^[23, 24]:

$$\hat{H}_I = g[a^\dagger f(\hat{N})\sigma_+ + f(\hat{N})a\sigma_-], \quad (1)$$

其中 a 和 a^\dagger 是单模电磁场的湮没算符和产生算符, σ_+ 和 σ_- 为原子的赝自旋算符, g 是耦合常数, $f(\hat{N}) = \hat{N}^{-1}$. 算符 \hat{N}^{-1} 通过下式来定义:

$$\hat{N}^{-1}|n\rangle = a^{-1}a^{+1}|n\rangle = \begin{cases} n^{-1}|n\rangle & (n \neq 0), \\ 0 & (n = 0), \end{cases}$$

其中 a^{-1} 和 a^{+1} 为 Bose 算符的广义逆算符^[25], 定义为

$$a^{-1}|n\rangle = (n+1)^{-1/2}|n+1\rangle,$$

$$a^{+1}|n\rangle = \begin{cases} n^{-1/2}|n-1\rangle & (n \neq 0), \\ 0 & (n = 0). \end{cases}$$

假设初态原子处于激发态而场处于相干态 $|z\rangle$ 即

$$|\varphi(0)\rangle = \begin{pmatrix} |z\rangle \\ 0 \end{pmatrix},$$

由于耦合常数 g 是个小量 (即 $gt \ll 1$), 故 t 时刻波函数可近似地表示为

$$|\varphi(t)\rangle \cong |\varphi(0)\rangle - iH_I t |\varphi(0)\rangle$$

$$= \begin{pmatrix} |z\rangle \\ -gt\hat{N}^{-1}a^{+1}|z\rangle \end{pmatrix}. \quad (2)$$

如果在 t 时刻测量得到原子处于基态上, 则光场将塌缩到态 $|\psi_f\rangle \sim \hat{N}^{-1}a^{+1}|z\rangle = a^{-1}|z\rangle$ 上. 显然, $a^{-1}|z\rangle$ 是从相干态中激发出一个光子后的量子态, 称为单光子激发相干态. 若再以 $a^{-1}|z\rangle$ 为场的初态而原子仍处于激发态来重复上面的非么正演化过程, 即可得到双光子激发相干态 $a^{-2}|z\rangle$. 如此循环 k 次就可产生 k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ (k 为正整数),

$$\begin{aligned} |+k, z\rangle &= a^{-k}|z\rangle \\ &= Fz^{-k} \left[|z\rangle - \exp\left(-\frac{1}{2}|z|^2\right) \right. \\ &\quad \left. \times \sum_{m=0}^{k-1} \frac{z^m}{\sqrt{m!}} |m\rangle \right], \end{aligned} \quad (3)$$

其中 F 为归一化系数,

$$F^2 = |z|^{-2k} \left[1 - \exp(-|z|^2) \sum_{m=0}^{k-1} \frac{|z|^{2m}}{m!} \right].$$

由此可见, k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 是相干态 $|z\rangle$ 中激发出 k 个光子后的量子态. 尽管 $a^k|z\rangle = z^k|z\rangle$, 但 $a^{-k}|z\rangle \neq z^{-k}|z\rangle$, 所以 $a^{-k}|z\rangle$ 具有与相干态 $|z\rangle$ 完全不同的特性.

3. k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数

3.1. 在 Fock 态表象下 Wigner 函数的表示

为方便计算光场任意量子态的 Wigner 函数, 先回顾其在 Fock 态空间中的表示形式. 通常 Wigner 函数定义为如下的基本形式^[9]:

$$\begin{aligned} W(q, p) &= \frac{1}{\pi} \int \psi^*(q+y)\psi(q-y)e^{2ipy} dy \\ &= \frac{1}{\pi} \langle \psi | \hat{T}(q, p) | \psi \rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

利用量子态的密度算符表示形式 $\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|$ 及求迹规则, 有

$$W(q, p) = \frac{1}{\pi} \text{Tr}[\hat{\rho}\hat{T}(q, p)]. \quad (5)$$

进一步, 在 Fock 态空间中有^[26, 27]

$$\begin{aligned} W(\alpha) &= \frac{1}{\pi} \text{Tr} \left[\hat{\rho} \int \exp(\beta^* \alpha - \beta \alpha^*) \hat{D}(\alpha) d^2\beta \right] \\ &= \frac{1}{\pi} \sum_{m, n} \rho_{mn} \langle n | \hat{T}(\alpha) | m \rangle, \end{aligned} \quad (6)$$

式中

$$\hat{T}(\alpha) = \int \exp(\beta^* \alpha - \beta \alpha^*) \hat{D}(\alpha) d^2 \beta.$$

更一般地,

$$\hat{T}(\alpha, s) = \int \exp(\beta^* \alpha - \beta \alpha^*) \hat{D}(\alpha) \times \exp\left(\frac{s |\xi|^2}{2}\right) d^2 \xi,$$

其中序参量 $s = [-1, 0, 1]$ 分别对应于 Bose 算符的反正规有序、对称有序和正规有序, 对于 Wigner 函数, $s = 0$.

为了确定矩阵元 $\langle n | \hat{T}(\alpha) | m \rangle$ 的具体表示形式, 需返回相干态表象. 容易证明,

$$\begin{aligned} & \exp(|\beta|^2) \beta |\hat{T}(\alpha, s) | \beta \\ &= \sum_{m, n} (m! n!)^{-\frac{1}{2}} (\beta^*)^m \beta^n \langle n | \hat{T}(\alpha, s) | m \rangle \\ &= \frac{2}{1-s} \exp\left(-\frac{2|\alpha|^2}{1-s}\right) \sum_{m, n} \frac{(\beta^*)^m (\beta)^n}{m!} \\ & \quad \times \left(\frac{2\alpha^*}{1-s}\right)^{m-n} \left(\frac{s+1}{s-1}\right)^n L_n^{m-n}\left(\frac{4|\alpha|^2}{1-s^2}\right). \end{aligned}$$

对比上述等式的对应项, 并取 $s = 0$, 得

$$\langle n | \hat{T}(\alpha) | m \rangle = (-1)^n 2^{m-n+1} (\alpha^*)^{m-n} \sqrt{\frac{n!}{m!}} \times \exp(-2r^2) L_n^{m-n}(4r^2), \quad (7)$$

其中,

$$\begin{aligned} \alpha^* &= q - ip, \\ r^2 &= |\alpha|^2 = q^2 + p^2, \end{aligned}$$

$$L_n^{m-n}(x) = \sum_{p=0}^n \frac{(-1)^p x^p m!}{(m-n+p)! (n-p)! p!}.$$

$L_n^{m-n}(x)$ 为关联 Laguerre 多项式.

3.2. 相干态 $|z\rangle$ 及 k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数解析式

为了把 k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 与相干态

$|z\rangle$ 相比较, 先计算相干态的 Wigner 函数. 在 Fock 态表象下相干态表示为^[28]

$$|z\rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}|z|^2\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (8)$$

由(8)式可知, 相干态的密度矩阵为

$$\hat{\rho} = \exp(-|z|^2) \sum_{m, n} \frac{(z^*)^n z^m}{\sqrt{m! n!}} |m\rangle \langle n|. \quad (9)$$

由(6)(7)及(9)式可得出相干态的 Wigner 函数为

$$\begin{aligned} W(q, p) &= \exp(-|z|^2 - 2r^2) \frac{1}{\pi} \\ & \quad \times \sum_{m, n} \frac{(z^*)^n z^m}{m!} (-1)^n 2^{m-n+1} \\ & \quad \times (q - ip)^{m-n} L_n^{m-n}(4r^2). \quad (10) \end{aligned}$$

令 $m = n$, 则(10)式变为

$$\begin{aligned} W(q, p) &= \exp(-|z|^2 - 2r^2) \frac{2}{\pi} \\ & \quad \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|z|^{2n}}{n!} (-1)^n L_n(4r^2), \quad (11) \end{aligned}$$

其中

$$L_n(x) = \sum_{p=0}^n \frac{(-1)^p x^p n!}{(p!) (n-p)!}$$

为 n 阶 Laguerre 多项式.

下面计算 k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数. 由(3)式可知, 态 $|+k, z\rangle$ 的密度矩阵为

$$\begin{aligned} \hat{\rho} &= F^2 |z\rangle \langle z|^{-2k} \exp(-|z|^2) \\ & \quad \times \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|z|^{2n}}{n!} |n\rangle \langle n| \right. \\ & \quad + \sum_{m=0}^{k-1} \frac{|z|^{2m}}{m!} |m\rangle \langle m| \\ & \quad - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \langle m| \sum_{m=0}^{k-1} \frac{(z^*)^m}{\sqrt{m!}} \\ & \quad \left. - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z^*)^n}{\sqrt{n!}} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{z^m}{\sqrt{m!}} |m\rangle \langle n| \right]. \quad (12) \end{aligned}$$

由(6)(7)及(12)式可得出态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数

$$\begin{aligned} W(q, p) &= F^2 |z\rangle \langle z|^{-2k} \frac{1}{\pi} \exp(-|z|^2 - 2r^2) \left[2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|z|^{2n}}{n!} (-1)^n L_n(4r^2) + 2 \sum_{n=0}^{k-1} \frac{|z|^{2n}}{n!} (-1)^n L_n(4r^2) \right. \\ & \quad - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{(z^*)^m}{\sqrt{m!}} (-1)^m 2^{n-m+1} (\alpha^*)^{n-m} L_m^{n-m}(4r^2) \\ & \quad \left. - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z^*)^n}{\sqrt{n!}} \sum_{m=0}^{k-1} \frac{z^m}{\sqrt{m!}} (-1)^m 2^{m-n+1} (\alpha^*)^{m-n} L_n^{m-n}(4r^2) \right]. \quad (13) \end{aligned}$$

取 $m = n$, (13)式变为

$$W(q, p) = F^2 |z|^{-2k} \frac{2}{\pi} \exp(-|z|^2 - 2r^2) \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|z|^{2n}}{n!} (-1)^n L_n(4r^2) - \sum_{n=0}^{k-1} \frac{|z|^{2n}}{n!} (-1)^n L_n(4r^2) \right]. \quad (14)$$

把归一化系数 F^2 代入(14)式, 则态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数最后可表示为

$$W(q, p) = \frac{2 \exp(-|z|^2 - 2r^2) \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|z|^{2n}}{n!} (-1)^n L_n(4r^2) - \sum_{n=0}^{k-1} \frac{|z|^{2n}}{n!} (-1)^n L_n(4r^2) \right]}{\pi \left(1 - \exp(-|z|^2) \sum_{m=0}^{k-1} \frac{|z|^{2m}}{m!} \right)}. \quad (15)$$

3.3. 相空间中相干态 $|z\rangle$ 及 k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 的准概率分布特性

借助上面得到的态 $|z\rangle$ 及 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数解析式, 即可分析它们在所对应相空间中的准概

率分布特性.

不失一般性, 取 $|z| = 0.5$ 及 $|z| = 1.5$ 两个值来作图分析. 依据(11)式, 可绘出相干态 $|z\rangle$ 的 Wigner 函数随变量 r (或 q, p) 变化的分布图, 如图 1 所示.

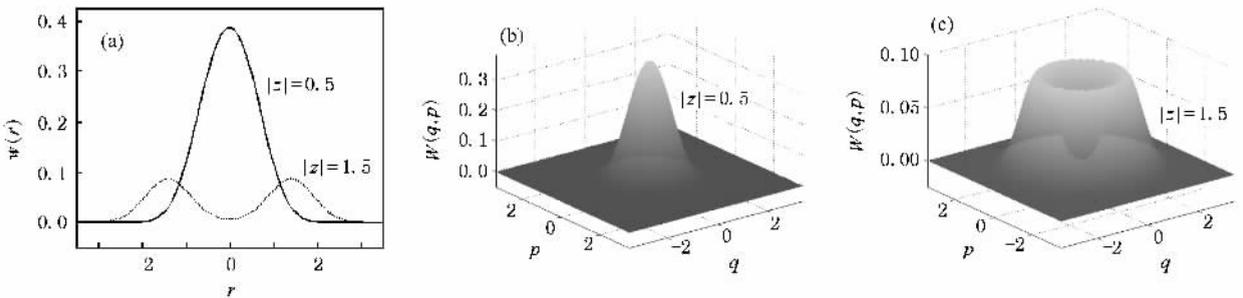


图 1 相干态 $|z\rangle$ 的 Wigner 函数 (a) 二维图 (b) $|z| = 0.5$ (c) $|z| = 1.5$

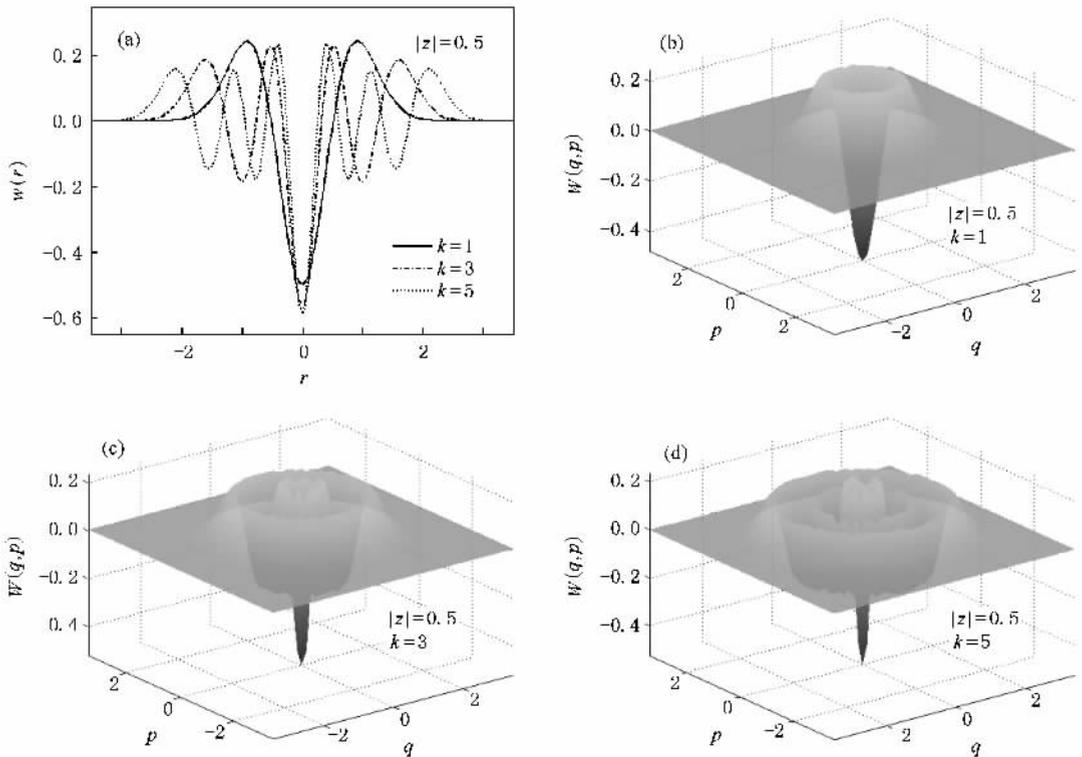


图 2 $|z| = 0.5, k$ 为奇数时 k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数 (a) 二维图 (b) $k=1$ (c) $k=3$ (d) $k=5$

由图 1 可知,相干态 $|z\rangle$ 的 Wigner 函数值总为非负,所以“相干态是最理想的准经典态”。随着 $|z|$ 的增大,函数的主峰值逐渐下陷,但不会小于零。

在同样的参数条件下,即 $|z| = 0.5$ 及 $|z| = 1.5$ 并取 $k \leq 6$ 利用 (15) 式可绘出 k 光子激发相干

态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数随变量 r (或 q, p) 变化的分布图,如图 2—图 5 所示。

由图 2 可知, k 为奇数时, k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数值在零附近剧烈振荡,函数共有 k 个负峰值, k 越大,负峰值越大,且主峰值均为负。

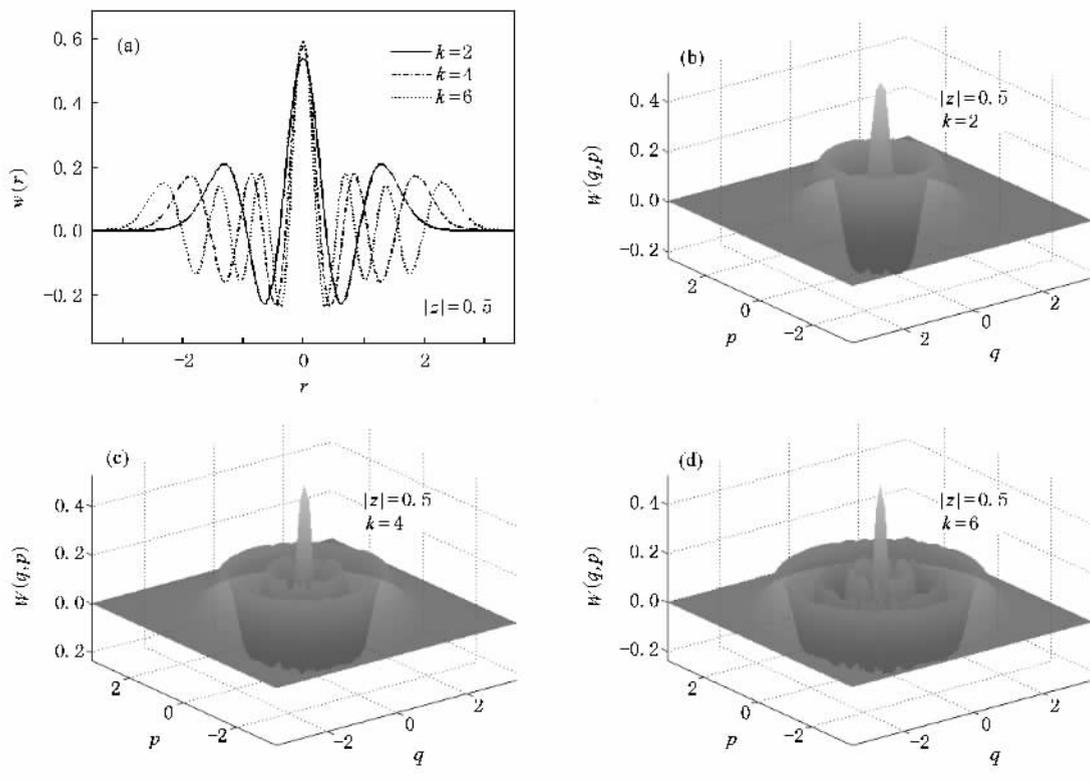


图 3 $|z| = 0.5$, k 为偶数时 k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数 (a) 二维图 (b) $k=2$ (c) $k=4$ (d) $k=6$

由图 3 可知, k 为偶数时, k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数值也在零附近剧烈振荡,函数亦有 k 个负峰值, k 越大,负峰值也越大,且主峰值均为正。

比较图 2 和图 4 可知,在 k 相同的情况下,随着 $|z|$ 的增大, k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数的振荡幅度及正、负峰值均逐渐减小。

同理,比较图 3 和图 5 可知, k 相同时,随着 $|z|$ 的增大,态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数的振荡幅度及正、负峰值均逐渐减小。由于 $|z|$ 对应于相干态中的平均光子数,因而再次说明光强越弱的量子态其非经典特性越明显。

以上的数值结果表明 (1) k 光子激发相干态的 Wigner 函数可视为相干态的 Wigner 函数与其激发出的光子数态的 Wigner 函数的相干叠加。由 (11) 和 (15) 式可知,若忽略归一化系数 F 的影响,则 k 光

子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数为相干态 $|z\rangle$ 的 Wigner 函数与干涉项的叠加。这里,干涉项来自于由相干态中激发出 k 个光子的贡献。当干涉项为零时, (15) 式变为 (11) 式。由图 1—图 5 可知,态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数取负值正是来自于这些干涉项。(2) k 光子激发相干态具有明显的非经典特性。由图 2—图 5 可知, k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数值在零附近剧烈振荡,不论 k 取奇数还是偶数,态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数都有 k 个负峰值。由此说明,态 $|+k, z\rangle$ 具有明显的非经典特性。这和文献 [2] 中通过计算其二阶相关函数及 Mandel 因子得到的结论一致。(3) k 光子激发相干态的非经典特性与 k 有关。由图 2—图 5 可知,在 $|z|$ 相同的情况下, k 的取值越大, k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ Wigner 函数的负峰值越大,态 $|+k, z\rangle$ 的非经典特性越明显,也越偏离相干态;而 k 的取值越小,则负

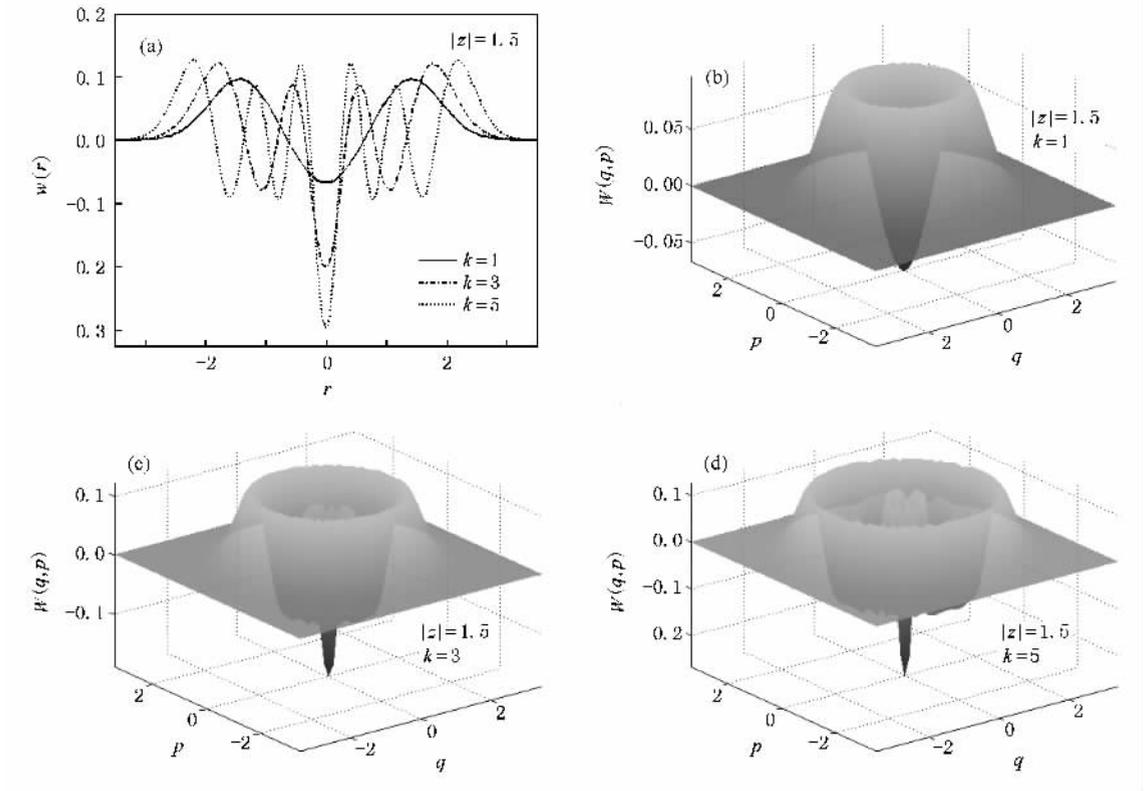


图 4 $|z|=1.5$, k 为奇数时 k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数 (a) 二维图 (b) $k=1$ (c) $k=3$ (d) $k=5$

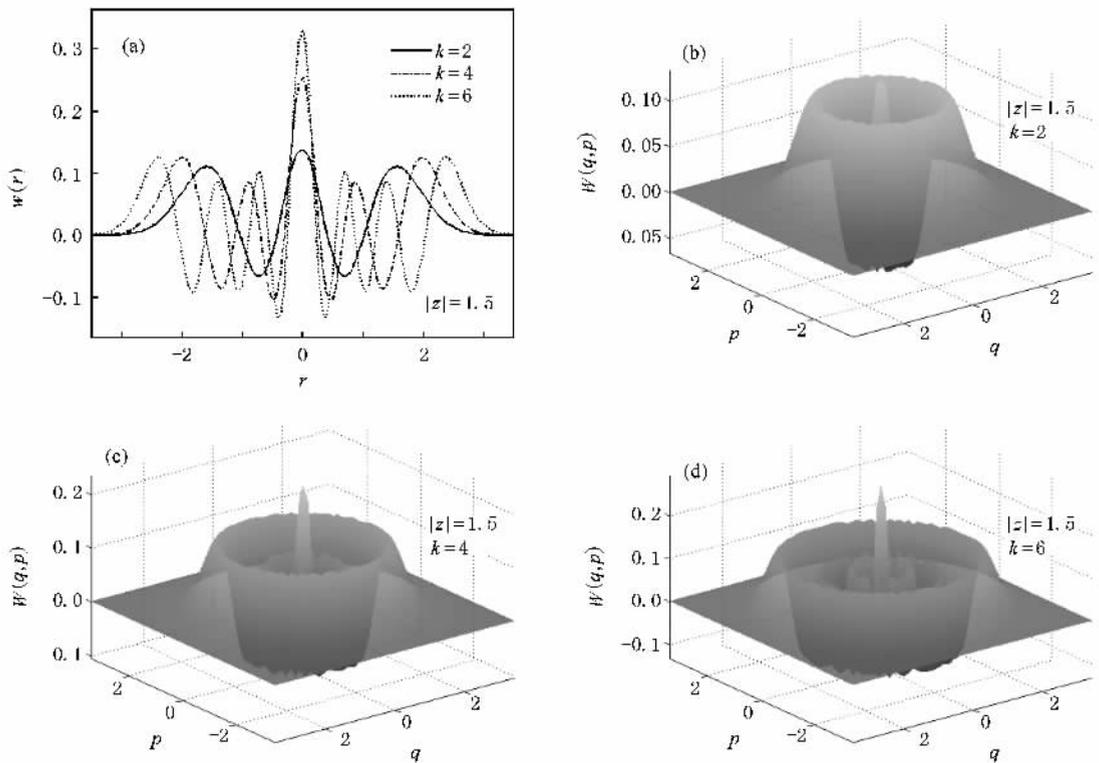


图 5 $|z|=1.5$, k 为偶数时 k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数 (a) 二维图 (b) $k=2$ (c) $k=4$ (d) $k=6$

峰值也越小,态 $|+k, z\rangle$ 的非经典特性越不明显,也越接近于相干态(参见图 1(c)和图 4(b)).此外,在 $|z|$ 相同的情况下, k 取奇数时态 $|+k, z\rangle$ 的非经典特性明显大于 k 取偶数时的状况.(4) k 光子激发相干态的非经典特性与 $|z|$ 有关.对比图 2、图 4 及图 3、图 5 可知,在 k 相同的情况下, $|z|$ 的取值越小, k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ Wigner 函数的负峰值越大,态 $|+k, z\rangle$ 的非经典特性越明显,而 $|z|$ 的取值越大,则负峰值越小,态 $|+k, z\rangle$ 的非经典特性越不明显.由于相干态的平均光子数为 $|z|^2$,因此 $|z|$ 的值越大相干态的强度也越大.显然,在强度很大的相干态中激发出少量光子对其量子统计分布的影响很小.

4. 结 论

本文利用在 Fock 态表象下 Wigner 函数的表示,

重构了相干态在 Bose 算符的逆算符 a^{-1} 作用 k 次下产生的量子态—— k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数,绘制了函数在相空间中的分布图,并据此讨论了态 $|+k, z\rangle$ 的非经典特性.数值结果表明,对于所构造的 k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 的 Wigner 函数,不论 k 取奇数还是偶数,函数都有 k 个负峰值.由于 Wigner 函数所出现的负值描述了量子态的非经典性质,因此 k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 具有明显的非经典特性.此外, k 光子激发相干态 $|+k, z\rangle$ 的非经典特性还与 $k, |z|$ 的取值有关.在 $|z|$ 相同的情况下, k 的取值(奇数或偶数)越大,态 $|+k, z\rangle$ 的非经典特性越显著;反之,态 $|+k, z\rangle$ 的非经典特性不显著,而且 k 取奇数时态 $|+k, z\rangle$ 的非经典特性明显大于 k 取偶数时的状况.在 k 相同的情况下, $|z|$ 的取值越小,态 $|+k, z\rangle$ 的非经典特性越显著;反之,态 $|+k, z\rangle$ 的非经典特性不显著.

- [1] Janszky J, Domokos P, Adam P 1993 *Phys. Rev. A* **48** 2213
- [2] Wei L F, Wang S J, Jie Q L 1997 *Chin. Sci. Bull.* **42** 1686
- [3] Wang X G, Yu R J 1998 *Acta Photon. Sin.* **27** 300 (in Chinese) [王晓光、于荣金 1998 光子学报 **27** 300]
- [4] Yang Q Y, Wei L F, Ding L E 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1390 (in Chinese) [杨庆怡、韦联福、丁良恩 2003 物理学报 **52** 1390]
- [5] Wei L F, Wang S J, Xi D P 1999 *J. Opt. B* **1** 619
- [6] Zhang M, Jia H Y, Ji X H, Si K, Wei L F 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7650 (in Chinese) [张 淼、贾焕玉、姬晓辉、司 坤、韦联福 2008 物理学报 **57** 7650]
- [7] Royer A 1989 *Found. Phys.* **19** 3
- [8] D'Ariano G M, Yuen H P 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 2832
- [9] Wigner E P 1932 *Phys. Rev.* **40** 749
- [10] Zeng J Y 2007 *Quantum Mechanics (Volume II)* (Beijing: Science Press) p47 (in Chinese) [曾谨言 2007 量子力学(卷 II) (北京: 科学出版社) 第 47 页]
- [11] Vogel K, Risken H 1989 *Phys. Rev. A* **40** 2847
- [12] Wallentowitz S, Vogel W 1996 *Phys. Rev. A* **53** 4528
- [13] Luttermann L G, Davidovich L 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 2547
- [14] Zhang Z M 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 70 (in Chinese) [张智明 2004 物理学报 **53** 70]
- [15] Smithey D T, Beck M, Cooper J, Raymer M G 1993 *Phys. Rev. A* **48** 3159
- [16] Banaszek K, Radzewicz C, Wodkiewicz K 1999 *Phys. Rev. A* **60** 674
- [17] Noguees G, Rauschenbeutel A, Osnaghi S, Bertet P, Brune M, Raimond J M, Haroche S, Lutterbach L G, Davidovich L 2000 *Phys. Rev. A* **62** 054101
- [18] Ye C C, Zhang J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6962 (in Chinese) [叶晨光、张 靖 2008 物理学报 **57** 6962]
- [19] Piovella N, Cola M M, Volpe L, Schiavi A, Bonifacio R 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 044801
- [20] Meng X G, Wang J S, Liang B L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2160 (in Chinese) [孟祥国、王继锁、梁宝龙 2007 物理学报 **56** 2160]
- [21] Yang Q Y, Sun J W, Wei L F, Ding L E 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2704 (in Chinese) [杨庆怡、孙敬文、韦联福、丁良恩 2005 物理学报 **54** 2704]
- [22] Parigi V, Zavatta A, Kim M S, Bellini M 2007 *Science* **317** 1890
- [23] Bužek V 1990 *J. Mod. Opt.* **37** 1033
- [24] Fan H Y, Fan J F 1994 *Commun. Theory Phys.* **22** 495
- [25] Mehta C L, Roy A K, Saxena G M 1992 *Phys. Rev. A* **46** 1565
- [26] Cahill K E, Glauber R J 1969 *Phys. Rev.* **177** 1882
- [27] Tanaš R, Miranowicz A, Gantsog T 1996 *Progress in Optics* (Volume 35) (Amsterdam: North Holland) p355
- [28] Klauder J R, Skagerstam B 1985 *Coherent States* (Singapore: World Scientific) p10

Wigner functions of multiple-photon excited coherent states^{*}

Lan Hai-Jiang^{1,2)} Pang Hua-Feng²⁾ Wei Lian-Fu²⁾†

¹ *Department of Physics and Information Science, Liuzhou Teachers College, Liuzhou 545003, China*

² *Laboratory of Quantum Opt-electronic Information, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China*

(Received 23 December 2008 ; revised manuscript received 8 March 2009)

Abstract

Wigner functions in phase space are reconstructed for the excited coherent states, which are generated by applying the inverse of k -Boson operators repeatedly to the coherent states. The non-classicality of these states is discussed by calculating their Wigner functions in Fock-state space. Numerical results show that these excited coherent states always reveal non-classical characteristics, no matter whether the excited number k is even or odd, and also the corresponding non-classicality is more obvious with the number k increasing.

Keywords : non-classical quantum states, excited coherent states, Wigner function, non-classicality

PACC : 4250

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10874142).

† Corresponding author. E-mail: lfw@home.swjtu.edu.cn