

# 具有轨道角动量光束入射下的单球粒子散射研究\*

吕 宏† 柯熙政

(西安理工大学自动化与信息工程学院, 西安 710048)

(2008 年 12 月 3 日收到, 2009 年 3 月 12 日收到修改稿)

根据广义 Mie 理论,研究了具有轨道角动量拉盖尔-高斯光束(LGB)的空间传输特性以及单粒子散射特性.在单体球粒子对高斯光束散射研究的基础上,分析了在自由空间不同传输距离 LGB 光束的光强分布情况,在不考虑散射和波束相移关系的情况下,将 LGB 作为入射高斯光束,通过对波束入射时的散射衰减截面求解得到波束因子,利用矢量球谐函数对入射高斯波束进行展开,从而研究了单球粒子在在轴条件下对具轨道角动量高斯波束入射的散射问题.通过数值计算,讨论了散射强度及角分布在不同波束宽度情况下对其散射特性的影响,并与平面波的情况做了对比.结果表明,当波束束腰半径较小时,束腰半径对衰减率的影响较大,而当束腰半径远大于粒子半径时,接近于平面波的情况.

关键词:广义 Mie 理论,轨道角动量, Laguerre-Gauss 光束,单球粒子

PACC: 4260, 9265

## 1. 引 言

随着激光在军事、通信等领域中的广泛应用,激光在大气中的传输也成为许多学者感兴趣的领域.近年来的研究表明,光束具有两种角动量,一种是由于光束的偏振特性产生的角动量,另一种由于光束具有螺旋形相位结构而产生的轨道角动量.具有轨道角动量的光束在量子计算、光波通信、光电子学以及远程传感等领域的潜在应用也正在受到越来越多的关注.然而由于大气的散射,会对自由空间光通信的可靠传输产生影响.到目前为止,关于这种光束在自由空间中传输以及散射问题的研究还未见报道,因此研究此种具有轨道角动量的光束在随机介质中传播和散射的规律对于研究空间光通信也具有重要的意义<sup>[1]</sup>.

1908 年, Mie 通过电磁波的 Maxwell 方程给出了各向同性均匀介质球的平面电磁波散射的精确解,得出了任意直径和任意成分的均匀粒子的散射规律<sup>[2]</sup>.在入射的激光束是高斯光束的情况下, Gouesbet 等根据 Davis 发展的高斯波束的一阶近似,发展了广义 Mie 理论,给出了计算波束因子  $g_{n, TM}^m$  和

$g_{n, TM}^m$  的算法.本文基于高斯波束入射下粒子的广义 Mie 散射理论,并将其推广到单体球粒子对具有轨道角动量的拉盖尔-高斯光束(LGB)入射的散射研究.文中通过对 LGB 传输特性的研究,分析了波束宽度等因素对其散射特性的影响,讨论了单球粒子对具有轨道角动量光束的散射问题.

## 2. 理论分析

根据 Maxwell 经典电磁理论,电磁辐射同时具有能量和动量,其动量包括线动量和角动量.并且电磁场的总角动量可以分解成两部分:与空间相位分布有关的角动量  $L$  以及与偏振有关的自旋角动量  $S$ . Allen 等在 1992 年首次提出在近轴传播条件下,形如  $\exp(i\ell\theta)$  相位因子的光束(即光学涡旋)具有确定的轨道角动量<sup>[3]</sup>.按照经典的电磁场理论,电磁场的总角动量可分解为两个部分,即轨道角动量和自旋角动量,光波本身也是一种电磁场,其角动量也是由这两部分组成,因此有

$$J = L + S, \quad (1)$$

其中  $J$  表示光束总角动量,  $L$  是轨道角动量,  $S$  是自旋角动量.

\* 国家自然科学基金(批准号:60977054)、国防科技重点实验室基金(批准号:9140C3601010901)、国家高技术研究发展计划(批准号:2008AAJ159)、陕西省教育厅科研基金(批准号:07JK332)和陕西省自然科学基金(批准号:2007F12)资助的课题.

† E-mail: lvhongmailbox@126.com

LGB 是一类应用最为广泛的暗中空光束,其具有固有的光轨道角动量.本文以 LGB 作为具有轨道角动量的光束的典型例子,进行介绍与讨论.LGB 的电场表达式可由下式给出<sup>[41]</sup>:

$$E = i\omega \left[ (\alpha \hat{x} + \beta \hat{y})u - \frac{i}{k} \left( \alpha \frac{\partial u}{\partial x} + \beta \frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{z} \right] \exp(-ikz), \quad (2)$$

其中

$$u = \frac{c}{(1 + z^2/z_R^2)^{l/2}} \left[ \frac{r\sqrt{2}}{u(z)} \right]^l L_p^l \left[ \frac{2r^2}{w^2(z)} \right] \times \exp \left[ \frac{-r^2}{w^2(z)} \right] \exp \left[ \frac{-ikr^2 z}{2(z^2 + z_R^2)} \right] \times \exp(-il\theta) \exp \left[ (2p + l + 1) \arctan \left( \frac{z}{z_R} \right) \right].$$

这里的  $\alpha$  和  $\beta$  是系数,  $z_R = k\omega_0^2/2$  是 Rayleigh 长度,  $k = 2\pi/\lambda$  是波数,  $\omega_0$  是束腰半径,  $u(z) = [2(z^2 + z_R^2)/kz_R]^{1/2}$  是距离束腰为  $z$  处的光束宽度,  $l$  和  $p$  是整数变量,也是标定 LGB 的特征量子数,  $c = \sqrt{2p! [\pi (|l| + p)!]}$  是归一化因子,  $L_p^l$  是缔合拉盖尔多项式.由(1)式可以看出,LGB 存在一个相位因子  $\exp(i l \theta)$ ,表明此模式的光束具有螺旋波前,是一种涡旋结构的光束.LGB 具有轨道角动量  $lh$ .由于  $l$  值越大 LGB 直径越大,而当  $l=1$  时光束中心是暗的,这是由于相位奇点引起强度为零,LGB 的强度分布在一定的传播过程中不发生变化,也就是在一定距离的传播过程中,暗中心可一直保持强度为零,这里以单环的 LGB( $p=0$ )作为研究对象. $LG_0^1$  的强度图和等相面如图 1 所示.

由于在傍轴近似下,任何光束通过傍轴光学系统传输满足柯林斯公式,而在柱坐标下的柯林斯公

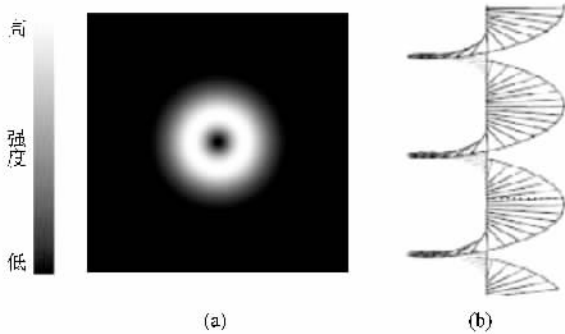


图 1  $LG_0^1$  光束的强度图和等相面示意图  $p=0, l=1^\circ$  (a) 强度图 (b) 等相面示意图

式为

$$E(r, z) = \frac{i}{\lambda B} \exp(-ikz) \int_0^{2\pi} \int_0^\infty E_0(r', \theta') \times \exp \left\{ -\frac{ik}{2B} [Ar' - 2r'r\cos(\theta - \theta') + Dr^2] \right\} r' dr' d\theta', \quad (3)$$

其中  $\lambda$  为光波长,  $A, B, C, D$  为傍轴光学系统的变换矩阵元.空心高斯光束在  $z=0$  处光场分布可以定义如下:

$$E_n(r, \theta) = G_0 \left( \frac{r^2}{\omega_0^2} \right)^n \exp \left( -\frac{r^2}{\omega_0^2} \right) \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (4)$$

将(4)式中的  $E_n(r, \theta)$  作为  $E_0(r', \theta')$  代入(3)式,通过积分变换可得到

$$E(r, z) = \frac{ikAG_0 n!}{2B\omega_0^{2n}} \left( \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{ikA}{2B} \right)^{-n-1} \exp(-ikz) \times \exp \left( -\frac{ikDr^2}{2B} \right) \exp \left[ -\frac{\left( \frac{kr}{2B} \right)^2}{\left( \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{ikA}{2B} \right)} \right] \times L_n \left[ \frac{\left( \frac{kr}{2B} \right)^2}{\left( \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{ikA}{2B} \right)} \right], \quad (5)$$

其中  $L_n$  为拉盖尔多项式.(5)式就是空心高斯光束通过傍轴光学系统的传输和变换公式<sup>[5]</sup>.通过(5)式并结合自由空间的传输变换矩阵,即可对空心高斯光束在自由空间的传输特性进行分析.结果表明:当这种光束在自由空间中传输时,近场空心高斯光束保持了初始光束的分布特性,轴上光场为零,即光场关于传输轴  $z$  呈圆对称环状分布.在传输过程中,空心高斯光束能量逐渐向原来的光轴  $z$  集中.当传输距离足够长后,黑心区域消失,而且随着传输距离的增加,最后光强分布会转化为高斯形状,横向光强最大值位于  $z$  轴上.图 2 给出了此类光束在湍流介质中不同距离的传输特性.可以看出,光束在空间传播时在近场有很好的传输稳定性,当传输距离  $z$  增大时空心光束的光斑发散,同时黑斑面积占总光斑面积的比率减小,而在远场轴上的光强变为最大.

利用非线性 Schrödinger 方程也能够讨论光学涡旋在线性媒质中的传播<sup>[6]</sup>.Rozas 等<sup>[5]</sup>利用更为完善的涡旋场研究了光学涡旋在线性媒质中的传播.在

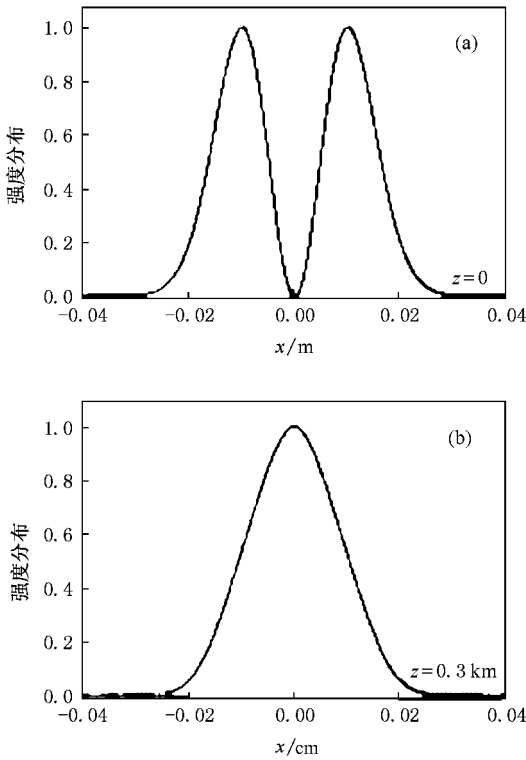


图2 LC<sub>0</sub>在自由空间中的传输特性 (a)z=0 (b)z=0.3 km

柱坐标系中, 涡旋场描述成如下形式:

$$E(r, \theta, z) = E_0 G_{bg}(r, z) \times \exp[i\Phi(r, z)]A(r, z) \times \exp(i\theta) \exp(-ikz) = E_0 u(r, \theta, z) \exp(-ikz),$$

其中  $E_0$  是振幅分布,  $\Phi(r, z)$  描述传播过程中发生变化的相位,  $A(r, z)$  描述涡旋的振幅分布,  $G_{bg}$  是光学涡旋所存在的背景场的振幅分布,  $u$  是一个缓慢变化的归一化复函数. 通常假设背景场是高斯分布, 即  $G_{bg}(r, z) = \exp[-r^2/w^2(z)]$ .

Gouesbet 等<sup>[7]</sup> 基于 Mie 理论, 提出了广义 Mie 理

论, 可用于求解高斯波束对球粒子的散射特性<sup>[7-9]</sup>. 设单色高斯波束, 束腰半径为  $w_0$ , 在均匀介质中沿  $z$  轴正向传播, 如图 3 所示. 省去时间因子  $\exp(i\omega t)$ , 则电场的横向分量为

$$E_x(x, y, 0) = E_0 \exp\left[-\frac{(x^2 + y^2)}{w_0^2}\right],$$

其中  $E_0$  是束腰中心的电场幅度. 而电场沿  $y$  轴分量  $E_y(x, y, z) = 0$ . 散射效率因子  $Q_s$ 、衰减效率因子  $Q_e$  以及吸收效率因子  $Q_a$  表示如下:

$$Q_s = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{m=n} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{(n+|m|)!}{(n-|m|)!} \times (|g_{n, TM}^m|^2 |a_n|^2 + |g_{n, TE}^m|^2 |b_n|^2),$$

$$Q_e = \frac{2}{x^2} \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{m=n} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{(n+|m|)!}{(n-|m|)!} \times (|g_{n, TM}^m|^2 |a_n| + |g_{n, TE}^m|^2 |b_n|),$$

$$Q_a = Q_e - Q_s. \tag{6}$$

相应的散射截面  $\sigma_s$ 、衰减截面  $\sigma_e$  及吸收截面  $\sigma_a$  为

$$\sigma_s = \pi R^2 Q_s,$$

$$\sigma_e = \pi R^2 Q_e,$$

$$\sigma_a = \pi R^2 Q_a. \tag{7}$$

这里  $R$  为球粒子的半径,  $a_n$  和  $b_n$  是平面波对球粒子的散射系数. (6) 式中的  $m$  为整数, 不同于散射系数  $a_n$  和  $b_n$  中的相对复折射率  $m$ .  $g_{n, TM}^m$  和  $g_{n, TE}^m$  是高斯波束在球坐标系中的展开系数, 又称波束因子. 波束因子在波束散射中起着重要的作用. 在 Mie 理论的基础上, 波束因子的求解即是波束入射时散射衰减截面的求解.

当球粒子的中心位于入射波束的轴上, 球粒子的中心坐标为  $(0, 0, z_0)$ , 除了  $m = \pm 1$  外, 所有的系数  $g_{n, TM}^m$  和  $g_{n, TE}^m$  皆为零, 其中当  $m = \pm 1$  时有如下关系:

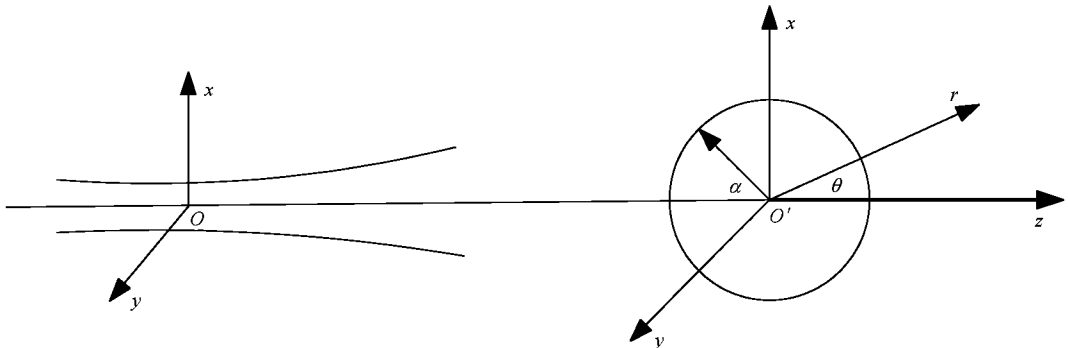


图3 单球粒子对在轴高斯波束的散射

$$g_{n, TM}^1 = g_{n, TM}^{-1} = \frac{1}{2} g_n, \quad (11)$$

$$g_{n, TE}^1 = g_{n, TE}^{-1} = \frac{i}{2} g_n. \quad (8)$$

当  $w_0 \rightarrow \infty$  时,  $g_{n, TM}^1 = g_{n, TM}^{-1} = 1/2$ ,  $g_{n, TE}^1 = g_{n, TE}^{-1} = i/2$ , 高斯波束退化为平面波. 对于在轴粒子 (6) 式退化为

$$Q_s = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) |g_n|^2 (|a_n|^2 + |b_n|^2),$$

$$Q_e = \frac{2}{x^2} \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) |g_n|^2 (|a_n| + |b_n|). \quad (9)$$

Doicu 等<sup>[10]</sup>于 1997 年提出局域近似法求解波束因子, 算式如下:

$$g_{n, TM}^m = (-1)^{m-1} K_{nm} \psi_0 \exp(ikz_0) \frac{1}{2}$$

$$\times \left\{ \exp[i(m-1)\varphi_0] \mathbb{J}_{m-1} \left( 2 \frac{Q_0 \rho_0 \rho_n}{w_0^2} \right) \right.$$

$$\left. + \exp[i(m+1)\varphi_0] \mathbb{J}_{m+1} \left( 2 \frac{Q_0 \rho_0 \rho_n}{w_0^2} \right) \right\},$$

$$g_{n, TE}^m = -(-1)^{m-1} K_{nm} \psi_0 \exp(ikz_0) \frac{1}{2}$$

$$\times \left\{ \exp[i(m-1)\varphi_0] \mathbb{J}_{m-1} \left( 2 \frac{Q_0 \rho_0 \rho_n}{w_0^2} \right) \right.$$

$$\left. - \exp[i(m+1)\varphi_0] \mathbb{J}_{m+1} \left( 2 \frac{Q_0 \rho_0 \rho_n}{w_0^2} \right) \right\} \quad (10)$$

其中

$$\psi_0 = iQ_0 \exp(-iQ_0 \rho_0^2 / w_0^2)$$

$$\times \exp[-iQ_0(n+0.5)l],$$

$$K_{nm} = \begin{cases} (-i)^{|m|} \frac{i}{(n+0.5)^{|m|} - 1} & (m \neq 0), \\ \frac{n(n+1)}{n+0.5} & (m = 0), \end{cases}$$

$$\rho_n = (n+0.5) \frac{1}{k},$$

$$Q_0 = \frac{1}{i - 2z_0/l},$$

$$l = kw_0^2.$$

对于在轴粒子的波束因子计算, 可利用 (7) (9) 式通过局域近似法求得.

当介质球中心位于与高斯波束轴上时, 设电场沿  $x$  方向极化, 将入射高斯波束的电磁场用矢量球谐函数展开, 有以下表示:

$$E_i = E_0 \sum_{n,m} i^n [g_{n, TE}^m M_{omn}^{(1)}(r, \theta, \phi)]$$

$$- i g_{n, TM}^m N_{emn}^{(1)}(r, \theta, \phi)],$$

$$H_i = -\frac{k}{\omega\mu} E_0 \sum_{n,m} i^n [g_{n, TM}^m M_{emn}^{(1)}(r, \theta, \phi)$$

$$+ i g_{n, TE}^m N_{omn}^{(1)}(r, \theta, \phi)]. \quad (12)$$

这里

$$M_{omn} = (M_{mn} - M_{mn}^*) / (2i),$$

$$M_{emn} = (M_{mn} + M_{mn}^*) / 2,$$

$$N_{omn} = (N_{mn} - N_{mn}^*) / (2i),$$

$$N_{emn} = (N_{mn} + N_{mn}^*) / 2,$$

其中  $e$  和  $o$  分别表示偶函数和奇函数. 同样, 散射场及球形粒子的内部场也可以写成类似的形式, 即

$$E_s = E_0 \sum_{n,m} i^n [A_n^m M_{omn}^{(1)}(r, \theta, \phi)$$

$$- i B_n^m N_{emn}^{(1)}(r, \theta, \phi)],$$

$$H_s = -\frac{k}{\omega\mu} E_0 \sum_{n,m} i^n [B_n^m M_{emn}^{(1)}(r, \theta, \phi)$$

$$+ i A_n^m N_{omn}^{(1)}(r, \theta, \phi)],$$

$$E_1 = E_0 \sum_{n,m} i^n [C_n^m M_{omn}^{(1)}(r, \theta, \phi)$$

$$- i D_n^m N_{emn}^{(1)}(r, \theta, \phi)],$$

$$H_1 = -\frac{k}{\omega\mu} E_0 \sum_{n,m} i^n [D_n^m M_{emn}^{(1)}(r, \theta, \phi)$$

$$+ i C_n^m N_{omn}^{(1)}(r, \theta, \phi)]. \quad (13)$$

结合均匀球粒子表面的电、磁场切向连续边界条件, 再根据  $\sin(\phi)$  和  $\cos(\phi)$  的正交性以及入射场、散射场及均匀介质内部场的矢量球谐函数展开表达式, 即可得到待求系数  $A_n^m, B_n^m, C_n^m$  和  $D_n^m$  的四个线性无关方程, 对这组方程的求解可得到波束入射下球形粒子散射场的展开系数

$$A_n^m = a_n g_{n, TM}^m,$$

$$B_n^m = b_n g_{n, TE}^m, \quad (14)$$

其中  $a_n$  和  $b_n$  是球形粒子对平面波的散射系数<sup>[11]</sup>.

粒子被光照射时, 散射的角分布与粒子的特性有关. 根据 Mie 散射理论, 当波长为  $\lambda$ , 强度为  $I_0$  的平面线偏振光沿  $z$  轴正向传播, 电场振动方向与  $x$  轴平行. 球形散射颗粒 (位于坐标原点) 的直径为  $d$ , 相对折射率为  $m$ , 则散射光场某点  $P$  的散射光强可写为

$$K(r, \theta, \varphi) = \frac{\lambda^2 I_0}{4\pi^2 r^2} [ |S_1(\theta)|^2 \sin^2 \varphi$$

$$+ |S_2(\theta)|^2 \cos^2 \varphi ], \quad (15)$$

式中  $r$  为  $P$  点距散射颗粒的距离,  $\theta$  为散射角,  $\varphi$  为偏振光的偏振角,  $I_0$  为入射光强,  $S_1(\theta)$  和  $S_2(\theta)$  为

振幅函数. 按照 Mie 散射理论, 散射振幅函数表达式为

$$S_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \times [A_n^m \pi_n(\cos\theta) + B_n^m \tau_n(\cos\theta)],$$

$$S_2(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \times [A_n^m \tau_n(\cos\theta) + B_n^m \pi_n(\cos\theta)], \quad (16)$$

其中  $\pi_n$  和  $\tau_n$  为散射角函数.

### 3. 数值计算结果

对于无量纲参数  $\alpha$ , 有

$$\alpha = \frac{\pi d}{\lambda}, \quad (17)$$

其中  $d$  是散射颗粒的直径,  $\lambda$  是入射光的波长, 散射颗粒的大小是通过其相对于入射光的波长来衡量. 对于  $l$  阶 LGB ( $LG_p^l$ ), 当  $LG_p^l$  光束的阶数  $l$  为零时, 就退化到一般光斑半径为  $w_0$  的高斯光束, 在不考虑相移因子对散射影响的情况下, 对于  $LG_0^1$  光束通过单球粒子的散射问题主要还是基于上述对高斯光束入射下微粒的散射研究. 入射涡旋光场通过对  $\lambda = 0.6382 \mu\text{m}$  高斯波束转换得到, 研究粒子位于偏离光轴的光环上光强最大处之散射情况, 粒子折射率为  $m = 1.3 + i1.51 \times 10^{-8}$ , 粒子尺寸参数为 30, 粒子在坐标系中的坐标值为  $(0, 0, 7 \mu\text{m})$ .

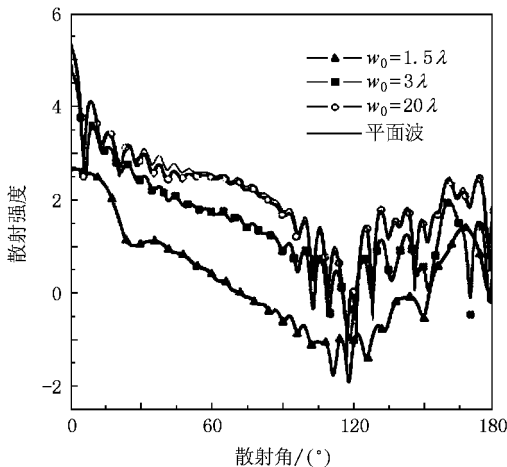


图 4 散射强度及角分布随波束宽度的变化

图 4 给出了高斯光束入射下散射强度随波束宽度的变化关系, 设定入射高斯波束沿  $z$  轴正向入射. 从图 4 可以看出, 在不同半径波束入射下, 单粒子

体系总散射强度表现在曲线的波动振荡明显小于相应的平面波入射情况, 且总的散射强度特别是在前向散射角为  $0^\circ$  时较平面波入射明显较弱. 这是由于束宽越窄, 对应的球谐函数展开式的波束因子随求和项数  $n$  迅速下降, 同时, 粒子尺寸参数越大, 数值计算中求和项数的截断数越大, 就会导致窄高斯波束入射时散射场的明显减小. 而且对于在轴粒子距离波束中心距离  $z$ , 在近距离处粒子对激光的散射较强, 随着粒子距离波束中心位置越远, 粒子对激光的散射越弱<sup>[2]</sup>.

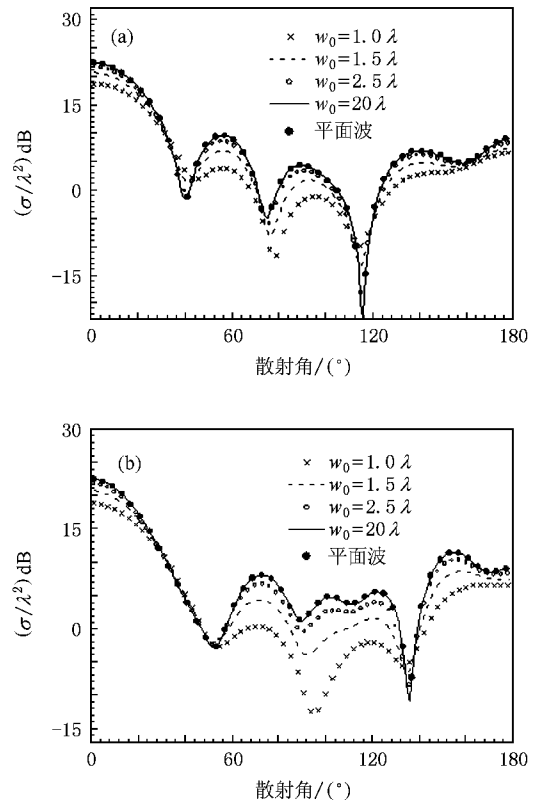


图 5 波束宽度对  $w_0$  散射截面  $\sigma$  的影响 (a) E 面, (b) H 面

设高斯波束平行于主光轴沿正  $z$  方向入射, 单球粒子的主光轴为  $z$  轴, 沿  $x$  方向极化, 束腰半径为  $w_0$ , 波束中心位于  $z$  轴, 波束中心电场幅度取为 1. 这里 E 面相对应于  $xoz$  平面, 而 H 面相应于  $yoiz$  平面. 图 5(a) 和 (b) 分别为波束宽度对介质球的 E 面和 H 面散射截面影响. 从图 5 可以看出, 随着波束宽度增大, 散射截面也增大, 但当波束宽度大于 2.5 倍粒子半径后这一影响就变小了, 当束腰半径取得很大时, 波束散射就与平面波的散射截面一致. 由图 5 还可以看出, 粒子对平面波的散射截面比对高斯波的散射截面要大. 从理论上分析, LGB 也可以

通过类似于一般高斯光束的入射情况进行研究. 对于  $LG_0^1$  光束的入射情况下, 此时可以考虑以空心光束的最大径向强度为轴, 以环状光束宽度  $w_r$  代替计算波束因子中的  $w_0$ , 通过解析得到入射场的展开系数, 则可以通过数值计算得到位于  $LG_0^1$  光束轴上单球粒子的散射情况.

轨道角动量会对粒子产生作用力, 由于光的散射产生的力叫做散射力, 由于光的折射产生的力叫做梯度力, 对于微粒直径在数十纳米至数十微米而言, 相当于由瑞利散射(粒子直径远小于光波长)到

米氏散射(直径接近或大于光波长)的整个范围. 鉴于此, 对于由于轨道角动量变化而对散射结果产生影响的问题, 将另文进行讨论.

LGB 作为一种常见的光束, 可以直接从激光器中输出. 图 6 分别表示了  $LG_0^5$ ,  $LG_1^2$ ,  $LG_3^0$  模式的 LGB 的强度分布, 同  $LG_0^1$  分析方法一样, 省去相移因子  $\exp(i\ell\theta)$ , 对入射的环状 LGB 的入射场进行展开并解析得到入射场的展开系数, 从而在单球粒子对高斯光束散射研究的基础上, 推广到研究各种具有轨道角动量光束在传输中的散射问题.

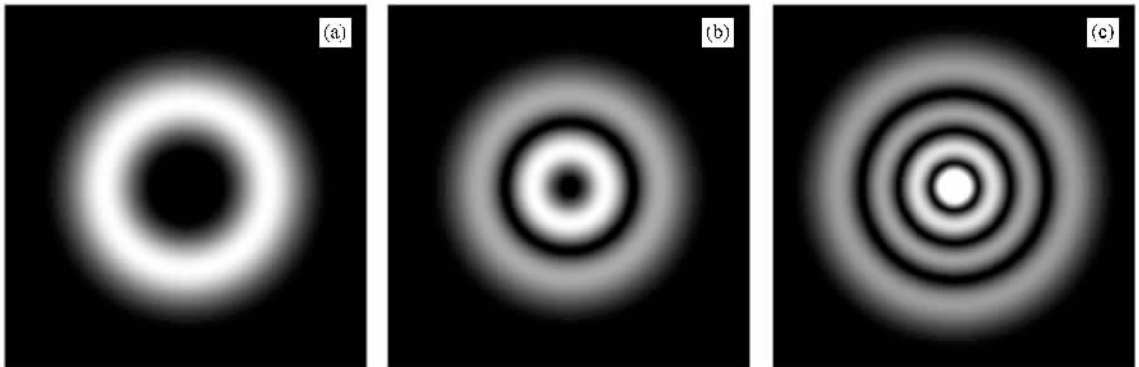


图 6 LG 光束的强度分布 (a)  $LG_0^5$  模式 (b)  $LG_1^2$  模式 (c)  $LG_3^0$  模式

## 4. 结 论

本文在广义米氏理论对单个球体粒子(如雾粒子)散射理论的基础上, 通过分析具有轨道角动量的一阶 LGB( $LG_0^1$ )及其在湍流介质中的传输特性, 对具有轨道角动量光束的单球粒子散射进行了研究. 文中给出了高斯波束对球粒子的散射衰减截面计算式, 并利用局域近似法求解波束因子, 将入射高斯波束的电磁场用矢量球谐函数进行展开. 在不考虑散

射和波束相移关系的情况下, 通过分析高斯光束在传输中的散射问题, 研究了在轴情况下单球粒子对  $LG_0^1$  光束的光散射光强分布的情况, 分析了与光散射诸如强度函数等有关的物理量与光束宽度以及散射角的相互关系, 计算了波束宽度对单球粒子的  $E$  面和  $H$  面散射截面的影响. 对于具有轨道角动量的 LGB, 根据其在湍流介质中的传输特性, 可以通过解析得到其入射场展开系数, 将研究高斯波束的单球粒子散射推广到微小颗粒对具轨道角动量光束的散射.

- [1] Ke X Z, Xi X L 2004 *The Survey of Wireless Laser Communication* (Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications Press) (in Chinese) [柯熙政、席晓莉 2004 无线激光通信概论(北京:北京邮电大学出版社)]
- [2] Ishimaru A 1986 *Wave Propagation and Scattering in Random Media* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [石丸 A 1986 随机介质中波的传播和散射(中译本)(北京:科学出版社)]
- [3] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, Woerdman P J 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185
- [4] Allen L, Lembessis V E, Babiker M 1996 *Phys. Rev. A* **53** 2937

- [5] Zhang L, Cai Y J, Lu X H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1777 (in Chinese) [张 蕾、蔡阳健、陆璇辉 2004 物理学报 **53** 1777]
- [6] Rozas D, Law C T, Swartzlander G A Jr 1997 *J. Opt. Soc. Am. B* **14** 3054
- [7] Wu J, Yang C P, Liu J B 2005 *The Theory of the Light Wave Transmission in Atmosphere* (Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications Press) (in Chinese) [吴 健、杨春平、刘建斌 2005 大气中的光传输理论(北京:北京邮电大学出版社)]
- [8] Gouesbet G, Maheu B, Gréhan G 1988 *J. Opt. Soc. Am. A* **5** 1427

- [ 9 ] Wang Y H , Guo L X , Wu Z S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 186 ( in Chinese ) [ 王运华、郭立新、吴振森 2007 *物理学报* **56** 186 ]
- [ 10 ] Doicu A , Wriedt T 1997 *Appl. Opt.* **36** 2971
- [ 11 ] Wu C M , Wu Z S 1995 *Chin. J. Radio Sci.* **10** 18 ( in Chinese )
- [ 吴成明、吴振森 1995 *电波科学学报* **10** 18 ]
- [ 12 ] Han Y P , Du Y G 2006 *Acta Opt. Sin.* **26** 630 ( in Chinese ) [ 韩一平、杜云刚 2006 *光学学报* **26** 630 ]

## Scattering of a beam with orbital angular momentum by a single sphere<sup>\*</sup>

Lü Hong<sup>†</sup> Ke Xi-Zheng

( Faculty of Automation and Information Engineering , Xi'an University of Technology , Xi'an 710048 , China )

( Received 3 December 2008 ; revised manuscript received 12 March 2009 )

### Abstract

The propagation properties and scattering characteristic of a beam with orbital angular momentum transmission were researched by using the generalized Lorenz-Mie theory. Based on the research on the scattering of the Gaussian beam from single sphere , the intensity distributions of LGB beam at different propagation distance is analyzed. Without considering the relation between scattering and phase shift , the beam coefficients is obtained by the solution of scattering cross section , and the LGB is expanded in terms of the vector spherical harmonics as fundamental Gaussian beam. The scattering of the beam with orbital angular momentum from single sphere located on the propagation axis is studied. The influence of scattering intensity and angular distribution on scattering characteristic for different beam width is discussed by numerical simulation , and compared with those for the plane wave. The results show that when the beam waist radius is very small , the beam waist radius has serious influence on the decay rate. When the beam waist radius is relatively large , the influence is similar to that of plane wave.

**Keywords :** generalized Lorenz-Mie theory , orbital angular momentum , Laguerre-Gaussian beam , single sphere

**PACC :** 4260 , 9265

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 60977054 ) , the Foundation for the Key Laboratory of National Defence Science and Technology of China ( Grant No. 9140C3601010901 ) , the National High Technology Research and Development Program of China ( Grant No. 2008AAJ159 ) , the Scientific Research Foundation of the Education Bureau of Shaanxi Province , China ( Grant No. 07JK332 ) and the Natural Science Foundation of Shaanxi Province , China ( Grant No. 2007F12 ) .

<sup>†</sup> E-mail : lvhongmailbox@126.com