

考虑相变的热弹塑性本构方程及其应用*

陈 斌[†] 彭向和 范镜泓 孙士涛 罗 吉

(重庆大学资源及环境科学学院, 重庆 400044)

(2009 年 1 月 12 日收到, 2009 年 3 月 11 日收到修改稿)

将在热加工及热处理过程中发生相变的材料考虑为热弹塑性的多相混合物, 基于连续介质物理学及含内变量的不可逆热力学, 推导出考虑相变的热弹塑性本构方程. 根据一组不同温度水平下的高温短时拉力试验, 确定本构方程中的材料参数及其随温度的变化关系. 同时, 提出了考虑相变的热传导方程和计及应力影响的相变动力学方程. 基于这些方程编制相应有限元分析程序, 用其分析计算了 1Cr12WMoV 不锈钢管通的焊接残余应力分布. 计算所得结果与通过 X 射线衍射测试的实验结果具有较好的一致性.

关键词: 相变, 热弹塑性, 本构方程, 焊接

PACC: 0570F, 0570L, 4630

1. 引 言

在焊接、铸造及锻造等热加工以及淬火、回火等热处理过程中, 材料内部的力学及热学量往往具有复杂的热力耦合关系^[1](图 1), 不同相之间也将发生各种转变. 建立恰当的数学模型和计算方法分析在热加工及热处理过程中材料的复杂热力耦合关系以及相变的影响, 对于选择材料及工件尺寸、确定工艺规范以及提高加工质量等都具有十分重要的理论及实用意义^[2]. 近年来, 已有许多研究者用数学模型及科学计算方法对材料的热加工及热处理过程进行了研究, 尤其是对热加工及热处理过程中的内应力及残余应力的研究已取得许多进展. Inoue 等^[3]分析了几种碳钢在淬火及回火过程中的相变动力学和热传导规律及弹塑性应力. Wang 等^[4]建立了涉及相变的黏弹塑性本构关系, 并用于焊接内应力的分析. 刘琳娜等^[5]基于材料内变量及相变理论, 提出不含屈服面的内时本构方程, 并用其分析了 2Cr13 不锈钢在淬火工艺后的残余应力. Deng 等^[6]采用热弹塑性有限元模型预测了 9Cr1Mo 钢管的焊接残余应力, 分析了相变对材料弹塑性行为的影响. Cao 等^[7]基于气体保护焊焊接过程中相的状态重构, 计算和分析了在焊接过程中焊接热流的近似熵和它的标准偏

差. 孙俊生等^[8]考虑双面电弧焊接熔池几何形状的力学因素, 建立了熔池表面变形的控制方程, 并采用曲线坐标系建立了焊接传热的数学模型. 刘浩等^[9]采用分子动力学方法模拟了铜-铝扩散焊过程, 分析了理想平面铜-铝试件(001)晶面间扩散焊的过渡层厚度, 并利用径向分布、键对分析方法分析在不同降温速率下过渡层的结构变化. 然而, 在分析包含焊接的热加工及热处理过程中的材料热力学行为方面, 相当多的物理及力学模型没有考虑温度、相变及应力之间的相互影响和作用, 且建立的材料本构模型大多基于经典弹塑性理论或经典黏塑性理论. 本文基于连续介质物理学以及含内变量的不可逆热力学, 通过引入热力学相容的机械模型, 推导出考虑温度及相变的非经典热弹塑性本构方程. 同时提出了考虑相变的热传导方程和考虑应力的相变动力学方程. 发展与这些控制方程相应的有限元数值分析程序, 用其分析计算了 1Cr12WMoV 不锈钢管通的焊接残余应力. 计算得到的结果与实测结果具有较好的一致性.

2. 考虑相变的热弹塑性本构方程

根据连续介质物理学理论, 假设在热加工及热处理过程中发生固体相变的材料是由奥氏体、珠光

* 国家自然科学基金(批准号: 10872221, 50621403)资助的课题.

[†] E-mail: bchen@cqu.edu.cn

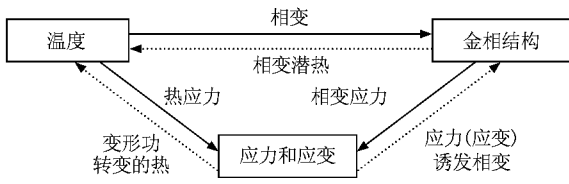


图 1 温度、金相组织及应力之间复杂的耦合关系

体、马氏体等若干种组元组成的混合物,该混合物的不可逆热力学状态可以用应变分量 ϵ_{ij} 、热力学温度 T 、 m 个独立的表征位错等不可逆变形状态的内变量 $q_r (r = 1, 2, \dots, m)$ 和 N 个独立的组元体积分数 $\xi_I (I = 1, 2, \dots, N)$ 来描述. 如果记 ξ_I 为第 I 种组元的体积分数,由连续介质物理学混合物理论可知,材料的物理性质和力学性质 X 可以表示为各组元相应性质 X_I 的线性组合,即

$$X = \sum_{I=1}^N \xi_I X_I, \quad (1)$$

且

$$\sum_{I=1}^N \xi_I = 1.$$

该混合物的 Helmholtz 自由能 ψ 可以表示为

$$\psi = \psi(\epsilon_{ij}, T, q_r, \xi_I). \quad (2)$$

由

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \psi}{\partial \epsilon_{ij}} \quad (3)$$

可得

$$\sigma_{ij} = \sum_{I=1}^n \xi_I \sigma_{Iij},$$

$$S_{ij} = \sum_{I=1}^n \xi_I S_{Iij},$$

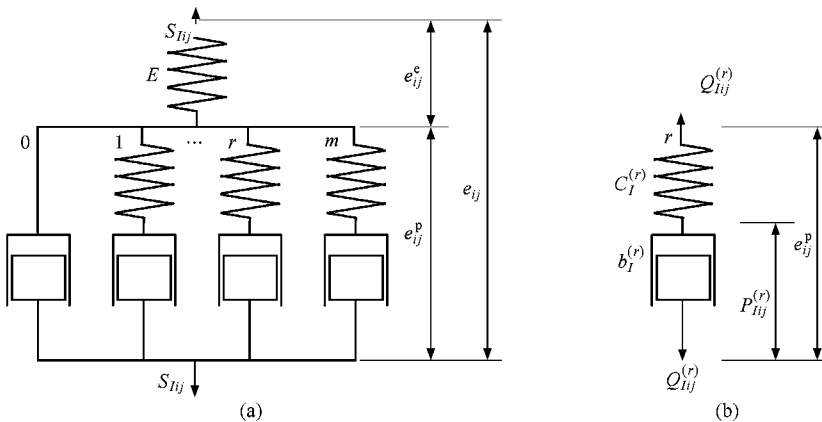


图 2 热力学相容的机械模型 (a) 机械模型 (b) 模型中第 r 种耗散机制的详细标注

$$\sigma_{kk} = \sum_{I=1}^n \xi_I \sigma_{Ikk}, \quad (4)$$

即混合物总的应力可以按组元体积分数由组元应力的加权和求得.

假设混合物中第 I 种组元具有初始各向同性、塑性不可压缩性质,为得到各组元的本构方程及求得其对应的应力,可采用图 2 所示热力学相容的机械模型^[10]. 图 2 中 $C_I^{(r)}$ 和 $b_I^{(r)}$ 分别为弹性元件和塑性阻尼滑块元件,它们分别代表了第 I 种组元在弹塑性变形中的第 r 种耗散机制. 弹性元件具有刚度 $C_I^{(r)}$, 塑性阻尼滑块元件具有黏性 $b_I^{(r)}$, 它们都与材料内部随机的微观结构密切相关. 在大变温条件下, $C_I^{(r)}$ 和 $b_I^{(r)}$ 又与温度密切相关. 图 2 中力学量 S_{ij} 为应力张量偏量, e_{ij}^e, e_{ij}^e 和 e_{ij}^p 分别为应变张量的偏量及其弹性和塑性分量, $P_{ij}^{(r)}$ 和 $Q_{ij}^{(r)}$ 分别为第 I 种组元的第 r 种内变量(广义位移)的偏量和相对应的广义内摩擦力. 由图 2(a)可知

$$S_{ij} = Q_{ij}^{(0)} + \sum_{r=1}^m Q_{ij}^{(r)}. \quad (5)$$

由图 2(b) 对于弹性元件有

$$Q_{ij}^{(r)} = C_I^{(r)}(T)(e_{ij}^p - p_{ij}^{(r)}) \quad (r = 1, \dots, m) \quad (6)$$

$$e_{ij}^p = e_{ij} - e_{ij}^e = e_{ij} - \frac{S_{ij}}{2u_I}, \quad (7)$$

式中 u_I 为第 I 组元的剪切弹性模量. 对于塑性阻尼滑块元件有

$$\begin{aligned} Q_{ij}^{(r)} &= b_I^{(r)}(T) \frac{dp_{ij}^{(r)}}{dz_I} \\ &= b_I^{(r)}(T) p_{ij}^{(r)} \quad (r = 1, \dots, m). \end{aligned} \quad (8)$$

这里 z_I 为第 I 组元的广义时间^[11], 它取决于等效塑性应变增量和材料强弱性质,并可定义为

$$dz_l = \frac{d\zeta}{f_l(\zeta)}, \quad (9)$$

式中

$$d\zeta = \|de_{ij}^p\|, \quad (10)$$

$$f_l(\zeta) = C_l - (C_l - 1)e^{-\beta_l \zeta}$$

分别为等效塑性应变增量、第 l 组元的材料强化函数。将(6)式对 z_l 微分,并结合(8)式可得

$$\begin{aligned} & \dot{Q}_{ij}^{(r)} + \alpha_l^{(r)}(T)Q_{ij}^{(r)} \\ &= C_l^{(r)}(T)e_{ij}^p + \frac{dC_l^{(r)}(T)}{dT}T \frac{Q_{ij}^{(r)}}{C_l^{(r)}(T)}, \end{aligned} \quad (11)$$

式中

$$\alpha_l^{(r)} = \frac{C_l^{(r)}(T)}{b_l^{(r)}(T)}. \quad (12)$$

参照文献 [10] 的方法,设 Δz_l 为有限增量($\Delta z_l = z_l - z_{ln}$),可得 $Q_{ij}^{(r)}$ 的有限增量为

$$\begin{aligned} \Delta Q_{ij}^{(r)} &= Q_{ij}^{(r)}(z_{ln+1}) - Q_{ij}^{(r)}(z_{ln}) \\ &= A_l^{(r)}(T)\Delta e_{ij} + B_{ij}^{(r)}(T)\Delta z_l \\ &\quad - C_{ij}^{(r)}(T)\Delta T, \end{aligned} \quad (13)$$

式中

$$\begin{aligned} A_l^{(r)}(T) &= C_l^{(r)}(T), \\ B_{ij}^{(r)}(T) &= \alpha_l^{(r)}(T)Q_{ij}^{(r)}(z_{ln}), \\ C_{ij}^{(r)}(T) &= -\frac{1}{C_l^{(r)}(T)} \frac{\partial C_l^{(r)}(T)}{\partial T} Q_{ij}^{(r)}(z_{ln}). \end{aligned} \quad (14)$$

由(5)式可得

$$\begin{aligned} \Delta S_{ij} &= \sum_{r=0}^m \Delta Q_{ij}^{(r)} \\ &= A_l(T)\Delta e_{ij}^p + B_{ij}(T)\Delta z_l \\ &\quad - C_{ij}(T)\Delta T, \end{aligned} \quad (15)$$

式中

$$\begin{aligned} A_l(T) &= \sum_{r=1}^m A_l^{(r)}(T), \\ B_{ij}(T) &= \sum_{r=1}^m B_{ij}^{(r)}(T), \\ C_{ij}(T) &= \sum_{r=1}^m C_{ij}^{(r)}(T). \end{aligned} \quad (16)$$

由(7)式(15)式还可写成

$$\begin{aligned} \Delta S_{ij} &= 2u_{pl}(T)\Delta e_{ij} + T_{pl}(T)B_{ij}(T)\Delta z \\ &\quad - T_{pl}(T)C_{ij}(T)\Delta T, \end{aligned} \quad (17)$$

式中

$$\begin{aligned} T_{pl}(T) &= \left(1 + \frac{A_l(T)}{2u_l(T)}\right)^{-1}, \\ 2u_{pl}(T) &= A_l(T)T_{pl}(T). \end{aligned} \quad (18)$$

(15)和(17)式即为混合物第 l 组元偏量部分的增量

本构方程.关于体量部分的本构方程,应包含热应变和相变应变增量的影响,此时有

$$\Delta\sigma_{lkk} = 3K_l(T)\Delta\varepsilon_{kk} - g_l\Delta T, \quad (19)$$

式中

$$\begin{aligned} g_l &= 9K_l(T)\alpha_l(T) + 9K_l(T)\frac{\partial\alpha_l(T)}{\partial T}T \\ &\quad - \frac{\sigma_{lkk}}{K_l(T)}\frac{\partial K_l(T)}{\partial T} + \beta_l\frac{d\xi_l}{dT}. \end{aligned} \quad (20)$$

这里 K_l 为第 l 组元的体积弹性模量, α_l 和 β_l 分别为第 l 组元的平均线胀系数和母相变到生成相的线胀系数, $d\xi_l$ 是对应于一个温度增量 dT 的第 l 组元的形成生成相的数量.进一步,根据(4)式可以得到混合物在连续冷却过程中,考虑相变的热弹性增量本构方程

$$\begin{aligned} \Delta S_{ij} &= 2\bar{U}_p(T)\Delta e_{ij} + \bar{T}_p(T)\bar{B}_{ij}(T)\Delta z \\ &\quad - \bar{T}_p(T)\bar{C}_{ij}(T)\Delta T, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\Delta\sigma_{lkk} = 3\bar{K}(T)\Delta\varepsilon_{kk} - \bar{g}\Delta T, \quad (22)$$

式中

$$\begin{aligned} \bar{U}_p(T) &= \sum_{l=1}^n \xi_l u_{pl}(T), \\ \bar{T}_p(T) &= \sum_{l=1}^n \xi_l T_{pl}(T), \\ \bar{B}_{ij}(T) &= \sum_{l=1}^n \xi_l B_{ij}(T), \\ \bar{C}_{ij}(T) &= \sum_{l=1}^n \xi_l C_{ij}(T), \\ \bar{K}(T) &= \sum_{l=1}^n \xi_l K_l(T), \\ \bar{g} &= \sum_{l=1}^n \xi_l g_l. \end{aligned} \quad (23)$$

$$(24)$$

在热力模拟试验机 GLEEBLE1500 上进行了一组 400—1050 °C 范围内 5 个温度水平下的高温短时拉力试验来确定奥氏体本构方程中的材料参数.将试件在试验机上加热至 1050 °C,使其试验段奥氏体化,然后迅速冷却至设计温度水平进行拉伸,对试验数据进行拟合就得到 5 组以温度为参量的奥氏体的材料常数,进而拟合成温度的函数.

3. 考虑相变的热传导方程及计及应力的相变动力学方程

3.1. 考虑相变的热传导方程

设所研究的由多相组成的混合物的内能密度 ϵ

可以表示为泛函

$$\epsilon = \epsilon(\epsilon_{ij}, T, q_r, \xi_I) \quad (r = 1, 2, \dots, m; I = 1, 2, \dots, N) \quad (25)$$

其在小变形下的热力学第一定律的率方程为

$$\dot{\epsilon} = \sigma_{ij}\dot{\epsilon}_{ij} + \rho\dot{q}_v - h_{i,i} \quad (26)$$

式中, σ_{ij} 为 Euler 应力张量, ρ 为质量密度, q_v 为单位质量的热生成量, h_i 为单位面积的热流矢量. 考虑到在高温作用后的工件在其连续冷却过程中, 材料内部没有热生成, 即 $\dot{q}_v = 0$, 又注意到 $h_{i,i} = \text{div} \mathbf{h}$, 由 (26) 式可得

$$\dot{\epsilon} = \sigma_{ij}\dot{\epsilon}_{ij} - \text{div} \mathbf{h} \quad (27)$$

引入另一个热力学状态函数热焓 $H(\epsilon_{ij}, T, q_r, \xi_I)$ ^[5, 12], 且有

$$\dot{H} = \dot{\epsilon} - \dot{\sigma}_{ij}\epsilon_{ij} - \dot{\sigma}_{ij}\epsilon_{ij} \quad (28)$$

进而有

$$\dot{H} = \frac{\partial H}{\partial \epsilon_{ij}}\dot{\epsilon}_{ij} + \frac{\partial H}{\partial T}\dot{T} + \sum_{r=1}^m \frac{\partial H}{\partial q_r}\dot{q}_r + \sum_{I=1}^N \frac{\partial H}{\partial \xi_I}\dot{\xi}_I \quad (29)$$

定义比热容及第 I 组元的相变潜热分别为

$$c = \frac{\partial H}{\rho \partial T}, \quad (30)$$

$$l_I = \frac{\partial H}{\partial \xi_I}$$

由 (27)–(29) 式可推得

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{\partial H}{\partial \epsilon_{ij}}\dot{\epsilon}_{ij} + \sum_{r=1}^m \frac{\partial H}{\partial q_r}\dot{q}_r + \dot{\sigma}_{ij}\epsilon_{ij} \right) + \sum_{I=1}^N l_I \dot{\xi}_I + \text{div} \mathbf{h} = 0 \quad (31)$$

(31) 式中第一项表示内能的变化率, 第二项表示变形产生的热, 第三项表示相变释放出的潜热, 第四项是与外界的热交换. 此方程反映了相变、变形与温度场的耦合作用. 又由傅里叶导热定律

$$\mathbf{h} = -\lambda \text{grad} T \quad (32)$$

从而有

$$\text{div} \mathbf{h} = -\lambda \text{div}(\text{grad} T) \quad (33)$$

这里 λ 为材料的热传导系数. 一般而言, 在涉及高温及相变的热加工及热处理过程中, 材料由于变形产生的热(即塑性功产生的热)与外界强烈的热交换相比可以忽略不计, 故可略去 (31) 式中的第二项. 又由连续介质物理学的混合物理论可知, 材料的热物理参数可由各组元的热物理参数表示, 因而有

$$\rho = \sum_{I=1}^N \xi_I \rho_I$$

$$c = \sum_{I=1}^N \xi_I c_I \quad (34)$$

$$\lambda = \sum_{I=1}^N \xi_I \lambda_I$$

式中 ρ_I , c_I 和 λ_I 分别为第 I 种组元的质量密度、热容和热传导系数. 将 (34) 式代入 (31) 式, 即得所求的考虑相变的瞬态热传导方程

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \sum_{I=1}^N l_I \dot{\xi}_I = \lambda \text{div}(\text{grad} T) \quad (35)$$

在轴对称问题中 (35) 式可写成

$$\frac{\lambda}{c\rho} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial T}{r \partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{1}{\lambda} \sum_{I=1}^N l_I \dot{\xi}_I \right) = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (36)$$

3.2. 计及应力的相变动力学方程

钢在高温作用后的连续冷却过程中(如淬火和焊接), 主要发生过冷奥氏体向马氏体的转变. 过冷奥氏体向马氏体的转变属于无扩散型的切变式转变^[5, 13]. 这种转变在连续冷却过程中高速进行, 铁和碳原子都不能进行扩散, 而只发生铁的晶格重构. 近年的研究表明, 钢中有应力存在时, 将引起奥氏体钢过冷到马氏体转变温度 M_s 的变化^[13, 14]. 这是因为马氏体的热容较其他相大, 转变时要产生体积膨胀, 拉应力状态必然会促进马氏体形成, 从而表现为使 M_s 升高, 而压应力则会阻止马氏体形成. 这里, 我们用如下公式表示马氏体的转变温度 M_s 随应力的变化:

$$\Delta M_s = (A\sigma_m + B\sigma_e)k \quad (37)$$

式中 ΔM_s 为给定应力状态下 M_s 的变化, A 和 B 均为材料参数, σ_m 为平均应力, σ_e 为等效应力. 参考文献 [5] (37) 式中的材料参数取为 $A = 5.45 \times 10^{-4} \text{ MPa}^{-1}$, $B = 3.63 \times 10^{-4} \text{ MPa}^{-1}$, $k = 0.011$. 考虑应力影响的相变动力学方程为

$$\dot{\xi} = 1 - \exp[-\phi_1(M_s - T) + \phi_2\sigma_m + \phi_3 J_2^{1/2}] \quad (38)$$

这里 J_2 为应力偏量的第二不变量, 系数 ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 取决于材料的性质, 且

$$M_s = M_{s0} + \Delta M_s \quad (39)$$

式中 M_{s0} 为无应力作用下马氏体的开始转变温度.

4. 焊接残余应力的实验测定与有限元计算分析

将 1Cr12WMoV 不锈钢加工成外径为 10 mm、内

经为 2 mm 及长度为 100 mm 的管通试件后,在电子束焊机中进行对焊(图 3),其焊接工艺如下:加速电压为 65 kV,电子束流为 7 mA,灯丝电流为 5 A,焊接速度为 600 mm/min,转速为 19 r/min,焊接时间为 3.5 s.

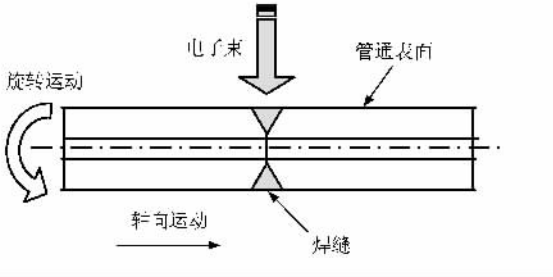


图 3 不锈钢管通焊接示意图

焊接试件残余应力的测定在 MSF-2M 型 X 射线衍射应力仪上进行,采用 CrK β 辐射,管压为 30 kV,管流为 10 mA,衍射面为奥氏体(311)晶面。为了测定残余应力在焊缝处沿层深的分布,需用王水对试件进行腐蚀剥层,每腐蚀剥离一层后随即进行残余应力的测定。

作为对热力学控制方程的实验验证,提出了相应的有限元分析程序,对 1Cr12WMoV 不锈钢管通试件的温度及焊接残余应力分布进行了分析计算。由于试件的对称性,可取四分之一进行有限元计算分析。计算中采用 8 节点轴对称等参元。考虑到焊接热循环特征,采用变步长计算,开始时取时间间隔小,以后逐步加大。图 4 给出了管通试件表面温度沿管通轴向的分布。由图 4 可见,温度在焊缝区达到最大值,并随距焊缝距离的增加迅速减小。图 5

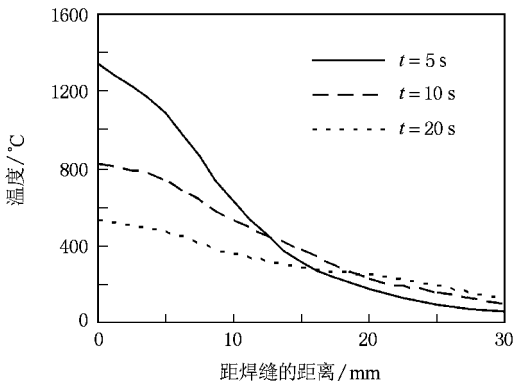


图 4 管通表面温度沿轴向的分布

给出了试件轴向焊接残余应力沿径向的分布,图 6 给出了试件焊接残余应力沿试件表面的分布。由图 5 和图 6 可以看出,计算结果与试验结果相符较好。

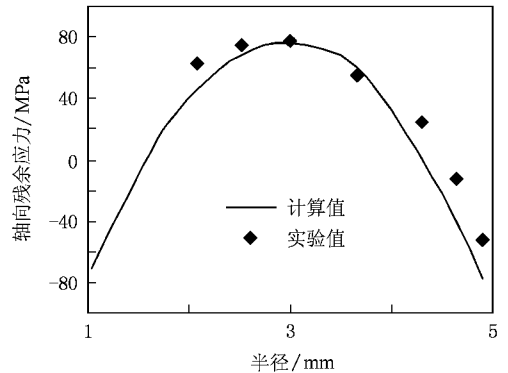


图 5 焊缝处沿径向的轴向残余应力分布

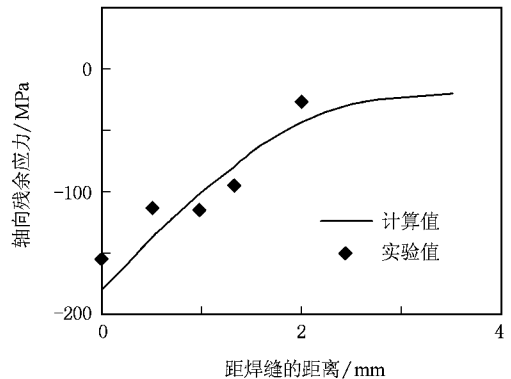


图 6 管通表面沿轴向的轴向残余应力分布

5. 结 论

在热加工及热处理过程中,金属材料在高温作用下内部的力学及热学量往往存在复杂的热力耦合关系。基于连续介质物理学理论以及含内变量的不可逆热力学理论,通过引入热力学相容的机械模型,推导出考虑温度及相变的材料热弹性本构方程。在热力学基本定理、金属物理学及合金相变理论基础上,发展了考虑相变的热传导方程和计及应力的相变动力学方程。这些方程构成了一组描述材料热力学行为的控制方程。发展相应的有限元数值分析程序,用其计算分析了 1Cr12WMoV 不锈钢管通的焊接残余应力,得到的结果与实测结果具有较好的一致性。

- [1] Inous T , Wang Z G 1985 *Mater. Sci. Tech.* **1** 845
 [2] Deng D , Murakawa H 2006 *Comp. Mater. Sci.* **37** 269
 [3] Inoue T , Nagaki S , Kishino T , Kyoto M 1981 *Inge. Arch.* **50** 315
 [4] Wang Z G , Inoue T 1985 *Mater. Sci. Tech.* **1** 899
 [5] Liu L N , Fan J H 1989 *Acta Mech. Sin.* **21** 62 (in Chinese) [刘林娜、范镜泓 1989 *力学学报* **21** 62]
 [6] Deng D , Murakawa H 2006 *Comp. Mater. Sci.* **37** 209
 [7] Cao B , Xiang Y P , Lu X Q , Zeng M , Huang S S 2008 *Chin. Phys. B* **17** 865
 [8] Sun J S , Wu C S , Zhang Y M 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 286 (in Chinese) [孙俊生、武传松、Zhang Y M 2002 *物理学报* **51** 286]
 [9] Liu H , Ke F J , Pan H , Zhou M 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 407 (in Chinese) [刘浩、柯孚久、潘晖、周敏 2007 *物理学报* **56** 407]
 [10] Peng X H , Fan J H 1993 *Comput. Strut.* **47** 313
 [11] Peng X H , Pi W L , Fan J H 2008 *Int. J. Plast.* **24** 966
 [12] Perzyna P 1998 *Arch. Mech.* **40** 795
 [13] Lee C H , Chang K H 2007 *Comp. Mater. Sci.* **40** 548
 [14] Cavaliere P , Campanile G , Panella F , Squillace A 2006 *J. Mater. Proc. Tech.* **180** 263

A thermo-elastoplastic constitutive equation including phase transformation and its applications^{*}

Chen Bin[†] Peng Xiang-He Fan Jing-Hong Sun Shi-Tao Luo Ji

(College of Resource and Environment Science , Chongqing University , Chongqing 400044 , China)

(Received 12 January 2009 ; revised manuscript received 11 March 2009)

Abstract

Heat-processed materials undergoing phase transformation are considered to be a mixture of several phases , and each of them possesses thermo-elastoplastic property. A thermo-elastoplastic constitutive equation involving phase transformation is put forward based on the physics of continuous media and the irreversible thermodynamics with internal variables. The material parameters in the constitutive equation and their variations with temperature are determined by a series of short-time-tension tests at different temperatures. The heat conduction equation including phase transformation and the transformation kinetics equation including stresses are also presented. The numerical algorithm and the finite element procedure related to these equations are developed and applied to the investigation of the distribution of the residual stress in the welding slot area of 1Cr12WMoV stainless steel pipe. The obtained results of the residual stress are in good agreement with the measurements by X-ray diffraction.

Keywords : phase transformation , thermo-elastoplasticity , constitutive equation , welding

PACC : 0570F , 0570L , 4630

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10872221 , 50621403).

[†] E-mail : bchen@cqu.cqu.cn