第 58 卷 专刊 2009 年 6 月
1000-3290/2009/58(专刊)/S079-05
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.58,Special,June,2009

基于孔洞体胞模型铸造镁合金 ML308 的本构方程*

陈 斌† 彭向和 孙士涛 权国政 罗 吉
(重庆大学资源及环境科学学院,重庆 400044)

(2009 年 1 月 12 日收到;2009 年 3 月 9 日收到修改稿)

铸造镁合金不可避免地包含许多微孔洞,这些微孔洞在材料的后续加工及服役过程中将发生演化,并对材料的力学行为产生重要影响.基于球形孔洞体胞模型,提出微孔洞长大及形核方程,它们构成微孔洞的演化方程.根据孔洞演化将造成材料性质弱化的物理机制,将微孔洞演化以弱化函数的形式引入到非经典弹塑性本构方程,得到考虑孔洞演化的铸造镁合金弹塑性本构方程.发展与本构方程相应的有限元数值分析程序,用其模拟了铸造镁合金 ML308 的微孔洞演化及力学行为,计算结果与实验结果符合较好.

关键词:铸造镁合金,孔洞体胞模型,孔洞演化方程,本构方程
PACC:4630N,6170Q,6220M

1. 引 言

随着人们对节约能源越来越重视,对汽车等交通运输工具的轻量化要求也越来越迫切.因此,近年来具有高的比强度和比刚度的铸造镁合金在交通运输工具的设计制造中得到日益广泛的应用.例如,铸造镁合金 ML308 正考虑用于汽车及摩托车发动机箱体和箱盖等零部件的设计和制造.但是,人们在铸造镁合金材料的制备和使用过程中,意识到这类材料的内部将不可避免地包含大量的微孔洞.这些微孔洞既来自于铸造镁合金材料熔炼时大量氢元素的进入,也来自于铸造镁合金材料在凝固时的体积收缩.并且,人们也发现在材料的后续加工成型工序及材料服役过程中,将发生新的微孔洞形核及已有微孔洞长大等孔洞演化行为,这会造成材料在理论强度下的韧性断裂.对铸造镁合金材料微孔洞演化行为以及微孔洞演化对材料力学行为影响的研究,对于更有效地在工程中开发和应用这类重要工程材料具有非常重要的意义.

研究材料中微孔洞的演化规律及其对材料力学行为的影响,需要采用宏观和细观相结合的研究方法,Gurson[1] 在此方面做了开创性的工作.文献[1]假设含孔洞材料可由一个包含孔洞的刚塑性细观体胞模型来表示,并且该体胞模型的孔洞体积分数与该材料的孔洞体积分数相同,通过上边界方法推导出含球形孔洞和圆柱形孔洞的材料本构模型.Reusch 等[2] 发展了 Gurson 模型,并用于分析包含孔洞的弹塑性材料的各向同性韧性损伤和裂纹扩展.Siruguet 和 Leblond[3] 模拟了夹杂对含孔洞韧性金属材料中孔洞长大的影响.Li 等[4] 用有限元方法研究了在弹塑性基体材料中的孔洞长大及其对材料应变状态的影响.Yang 和 Zhang[5] 调查了孔洞形状对 H13 模具钢微结构和表面性质的影响. Qin 等[6] 模拟了冲击加载下单晶 Fe 中孔洞诱导相变形核及其生长过程.王海燕等[7] 通过分子动力学模拟研究了在相同冲击加载强度下单晶 Al 中氦泡和孔洞的塑性变形特征.陈军等[8] 利用多尺度方法研究了包含孔洞的金属材料在冲击加载条件下的动力学行为,该多尺度方法结合了分子动力学和有限元方法.本文基于 Gurson 的孔洞体胞细观模型研究方法,建立球形孔洞体胞模型,并通过对球形孔洞体胞模型的分析得到孔洞长大方程和形核方程,它们构成了孔洞演化方程.将孔洞演化方程以弱化函数的形式引入到非经典弹塑性本构方程,从而得到考虑孔洞演化的弹塑性本构方程.基于得到的材料本构方程,发展相应的有限元分析程序,用其模拟了 ML308 铸造镁合

* 国家自然科学基金(批准号:10872221,50621403)资助的课题.
† E-mail:bchen@cqu.edu.cn

金材料的孔洞演化及力学行为,得到与实验较为符合的结果.

2. 微孔洞演化方程

图 1 为包含无数微孔洞的铸造镁合金材料的一个代表性体积单元.由于在铸造镁合金材料中,球形微孔洞或近似球形微孔洞较为常见,因此本文通过建立球形孔洞体胞模型来对孔洞演化进行分析(图 2).设此球形孔洞体胞模型的基体是弹塑性、不可压和连续的,孔洞体胞的内径和外径分别为 a 和 b,基体中任意一点的半径为 r,孔洞和基体的体积分别为 V_{v} 和 V_{m},总体积为 $V = V_{\mathrm{v}} + V_{\mathrm{m}}$.进一步假设在此体胞模型的基体中,存在一个可用球坐标系表示的位移速度场 v_r,v_φ 和 v_θ,则相应的应变场 $\dot{\varepsilon}_{ij}$ 可表示为

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\partial v_r}{\partial r}, \tag{1a}$$

$$\dot{\varepsilon}_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r}, \tag{1b}$$

$$\dot{\varepsilon}_\varphi = \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_\theta}{r}\cot\theta + \frac{v_r}{r}, \tag{1c}$$

$$\dot{\varepsilon}_{r\theta} = \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \theta}. \tag{1d}$$

根据基体不可压和连续条件,可得到材料在变形过程中的孔洞长大率方程

$$\dot{f}_{\mathrm{growth}} = \dot{V}_{\mathrm{v}}/V = (1 - f_{\mathrm{G}})\dot{\varepsilon}_{kk}, \tag{2}$$

式中,f_{G} 为与孔洞长大有关的当前孔洞体积分数,$\dot{\varepsilon}_{kk}$ 为材料的体积应变率.实验观察也发现材料在变形过程中,除已有孔洞不断长大外,在孔洞之间的基体由于发生较大的塑性变形,还将不断形核新的微孔洞,类似于 Needleman 和 Tvergaard[9] 提出的孔洞形核模型.根据微孔洞形核的主要物理机制,提出下列与材料内蕴时间测度变化率密切相关的孔洞形核率方程:

$$\dot{f}_{\mathrm{nucleation}} = \frac{f_{\mathrm{N}}}{s_{\mathrm{N}}\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_{\mathrm{N}}}{z_{\mathrm{N}}}\right)^2\right]\dot{\zeta}, \tag{3}$$

式中,f_{N} 为与孔洞形核有关的当前孔洞体积分数,s_{N} 为相应的标准方差,z 和 z_{N} 分别为孔洞形核的当前和平均内蕴时间[10],$\dot{\zeta}$ 为内蕴时间测度变化率,它与材料的塑性应变密切相关[10,11],

$$\mathrm{d}\zeta = [(\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}})(\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}})]^{1/2}. \tag{4}$$

实验表明,材料孔洞体积分数的增加由已有孔洞长大造成的孔洞体积分数增加和新孔洞形核造成的孔洞体积分数增加两部分所组成,得到如下孔洞演化率方程:

$$\dot{f} = \dot{f}_{\mathrm{growth}} + \dot{f}_{\mathrm{nucleation}}. \tag{5}$$

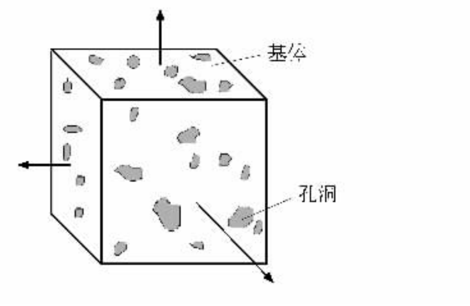

图 1 包含孔洞的材料单元

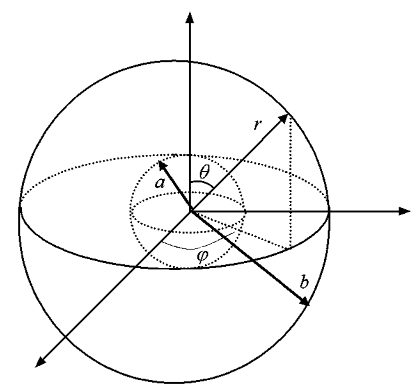

图 2 球形孔洞体胞模型

3. 弹塑性本构方程

根据晶体物理学,在材料受载及变形过程中,微孔洞的演化(包括微孔洞形核和长大)将减小材料的晶粒在晶界处的相互位移阻力以及对位错运动的阻碍,使得材料性质弱化.这种因孔洞演化造成的材料性质弱化,可以用一个与孔洞当前体积分数密切相关的弱化函数 $w(f)$ 来反映.基于文献[11],可得到考虑孔洞演化造成材料性质弱化的增量型非经典弹塑性本构方程

$$\Delta \boldsymbol{s} = A\Delta \boldsymbol{e}^{\mathrm{p}} + \boldsymbol{B}\Delta z, \tag{6}$$

式中

$$A = \sum_{r=1}^{3} k_r w(f) C_r, \tag{7a}$$

$$\boldsymbol{B} = \sum_{r=1}^{3} - k_r \alpha_r \boldsymbol{s}^{(r)}, \tag{7b}$$

$$\Delta z = \Delta\zeta / F(\zeta), \tag{7c}$$

$$k_r = \frac{1 - \exp(-\alpha_r \Delta z)}{\alpha_r \Delta z}, \tag{7d}$$

$$F(\zeta) = 1 + k\zeta. \tag{7e}$$

这里，s 为偏应力张量，e^p 为偏塑性应变张量，C_r，α_r，k_r 和 k 是材料参数，它们可以通过材料的应力-应变（σ-ε^p）曲线及非线性曲线拟合方法得到[12]. 根据实验揭示的规律，$w(f)$ 取下列幂函数形式：

$$w(f) = 1 - \eta f^{\kappa}, \tag{8}$$

式中 η 和 κ 由实验确定. 从方程(6)可以看出，孔洞演化对材料应力响应有明显的影响. 取拉伸载荷为例，因为 $w(f)$ 是一个随孔洞体积分数增加而单调减小的函数，而在方程(6)中，所有其他量均为正值，因此孔洞体积分数的增加将导致应力增量 Δs_{ij} 减小.

设 G 为剪切弹性模量，$\boldsymbol{e}$ 为偏应变张量，由

$$d\boldsymbol{e}^p = d\boldsymbol{e} - d\boldsymbol{s}/2G \tag{9}$$

还可得到考虑孔洞演化的弹塑性增量本构方程的另一种形式，即

$$\Delta \boldsymbol{s} = 2G_p \Delta \boldsymbol{e} + T_p \boldsymbol{B} \Delta z, \tag{10}$$

式中

$$T_p = \frac{1}{1 + \dfrac{A}{2G}}, \quad 2G_p = AT_p. \tag{11}$$

假如不考虑微孔洞及其演化，即 $f = 0$，容易证明考虑孔洞演化的本构方程(6)退回到 Peng 和 Fan[12] 提出的增量形式的非经典弹塑性本构方程. 进一步，若方程中的 $\eta(f) = 1$ 和 $F(\zeta)$ 是常数，方程即为 Chaboche 提出的关于背应力的本构方程.

结合(6)—(11)式可得到考虑孔洞演化的弹塑性增量本构方程的矩阵形式

$$\{\Delta\sigma\} = [D_{ep}]\{\Delta\varepsilon\}, \tag{12}$$

式中

$$[D_{ep}] = [D_e] + \frac{2(G - G_p)}{H}[D_2]. \tag{13}$$

对于轴对称问题，有

$$\{\Delta\sigma\} = (\Delta\sigma_r, \Delta\sigma_\theta, \Delta\sigma_z, \Delta\sigma_{rz})^T, \tag{14}$$

$$\{\Delta\varepsilon\} = (\Delta\varepsilon_r, \Delta\varepsilon_\theta, \Delta\varepsilon_z, 2\Delta\varepsilon_{rz})^T, \tag{15}$$

$$[D_e] = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_2 & 0 \\ C_2 & C_1 & C_2 & 0 \\ C_2 & C_2 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_p \end{bmatrix}, \tag{16}$$

$$C_1 = K + \frac{4G_p}{3}, \quad C_2 = K - \frac{2G_p}{3}, \tag{17}$$

$$C_3 = \frac{T_p}{2GF^2(\zeta)\Delta z}, \quad H = 1 + \frac{T_p}{2GF^2(\zeta)\Delta z}\Delta e_{ij}^p B_{ij}, \tag{18}$$

$$[D_2] = C_3(B_r, B_\theta, B_z, B_{rz})^T \times (\Delta e_r^p, \Delta e_\theta^p, \Delta e_z^p, \Delta e_{rz}^p). \tag{19}$$

(10)式中与材料响应密切相关的材料常数 C_r 和 α_r 可由其简单拉伸曲线靠近原点附近的实验值通过曲线拟合确定. 如对塑性不可压下的单向拉伸，拉伸应力可表示为

$$\sigma = \sqrt{\frac{3}{2}} \sum_{r=1}^{3} \frac{C_r}{\alpha_r}\left[1 - \exp\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}\alpha_r e^p\right)\right]. \tag{20}$$

给出一组拉伸曲线上靠近原点的试验值(σ_i，e_i^p)，使用最小二乘法进行拟合即可得到本构方程中的材料参数.

4. 理论结果和实验结果的比较

基于提出的材料本构方程，发展相应的有限元分析程序，用其数值模拟了铸造镁合金 ML308 圆柱形拉伸试件的应力-应变关系和孔洞演化规律，并将计算结果与实验数据进行了比较. 用于数值模拟和实验分析的圆柱形拉伸试件有不带切口(总长度为 250 mm，测试段长度为 100 mm、直径为 10 mm)和带切口(图 3)两种. 由于所研究问题的轴对称性质，在有限元分析中仅取试件的四分之一来研究，而在有限元实施中采用具有 2×2 高斯点的八结点等参元. 用于比较的铸造镁合金试件的拉伸实验在 Instron 1342 材料试验机上进行.

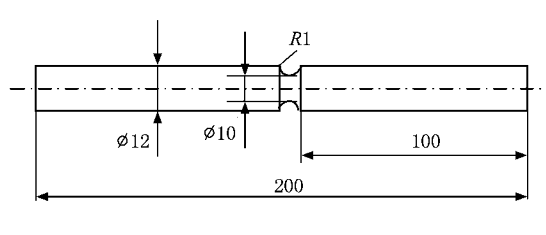

图 3　带切口的圆柱形试件　尺寸单位为 mm

图 4 所示为由计算分析和实验测试得到的不带切口的圆柱形拉伸试件的应力-应变曲线. 从图 4 可以看出，计算结果与实验结果有较好的一致性. 为了

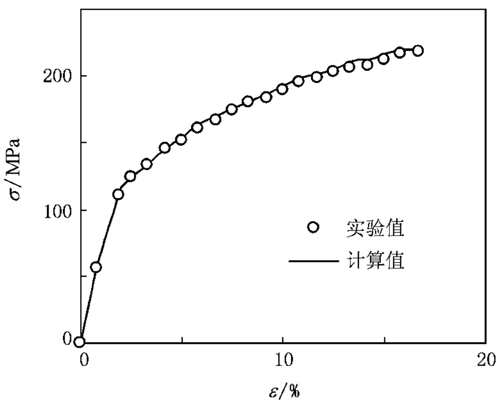

图 4 应力-应变曲线

得到孔洞演化状态(由孔洞体积分数表示)与试件塑性变形的关系,将一组试件加载到不同的塑性变形处卸载,然后在试件的最小截面处沿横截面切开,抛光后在图形分析系统上进行定量分析,便得到试件加载到不同塑性变形时其最小截面处的孔洞体积分数 f. 图 5 显示了分别由计算和实验得到试件在不同塑性变形下最小截面处的孔洞体积分数. 从图 5 可以看出,计算结果与实验结果较为一致,它们都反映出随试件塑性变形的增加,试件内部的孔洞体积分数按幂函数的规律增加. 图 6 是试件在拉伸断裂后断口的扫描电子显微镜照片,从照片中可以看到许多韧窝,它们反映了材料在外载作用下内部微孔洞长大、聚合以及材料最后发生韧性断裂的特征. 最后,通过分析和试验研究了在给定载荷下带切口的圆柱形拉伸试件在切口前沿处的孔隙率分布(图 7). 图 7 中 a 为试件切口处距试件表面的距离,$a=0$ 处为切口处试件的表面,$a=5$ 处为切口处试件的心部. 从图 7 可以看出,计算结果与试验结果也较为一致,它们都显示孔隙率在试件切口的根部达到最大值,然后随试件深度的增加而迅速减小.

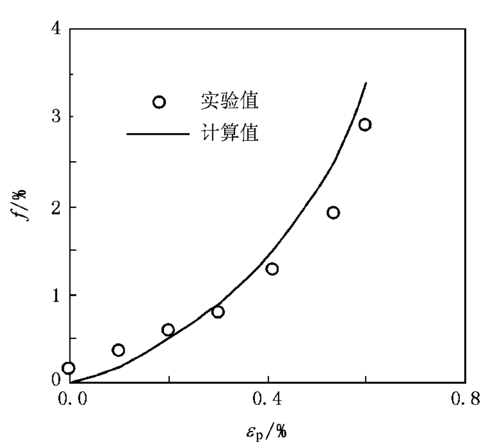

图 5 孔洞体积分数与塑性应变的关系

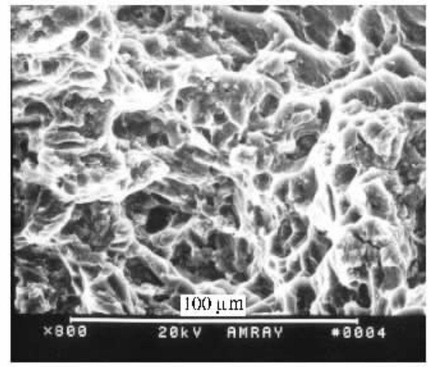

图 6 断口表面的扫描电子显微镜照片

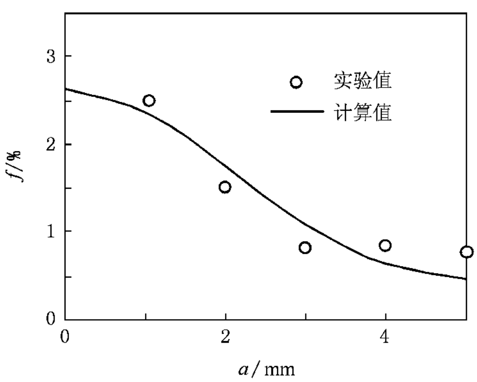

图 7 孔洞体积分数沿切口前沿的分布

以上的计算与实验结果仍存在一定差异,这些差异主要来自模型分析、计算和实验等方面的误差. 建立更为合理的模型,提高计算和实验的精度,将有助于减少这种差异.

5. 结 论

基于球形孔洞体胞模型,给出在球坐标系下的应变场. 根据基体不可压和基体连续条件,得到孔洞长大率方程. 引入内蕴时间测度增量,提出孔洞形核率方程. 结合孔洞长大率和形核率方程得到孔洞演化方程.

定义一个与当前孔洞体积分数密切相关的弱化函数,将孔洞演化方程引入到非经典弹塑性本构方程,得到考虑孔洞演化的铸造镁合金的弹塑性本构方程. 用得到的弹塑性本构方程和相应的有限元分析程序模拟了 ML308 铸造镁合金圆柱形拉伸试件的力学行为及其内部的孔洞演化规律,计算结果和实验结果符合较好.

[1] Gurson A L 2001 *ASME J. Eng. Mater. Tech.* **99** 2

[2] Reusch F，Svendsen B，Klingbell D 2003 *Comp. Mater. Sci.* **26** 219

[3] Siruguet K，Leblond J B 2004 *Int. J. Plast.* **20** 225

[4] Li G C，Ling X W，Shen H 2000 *Int. J. Plast.* **16** 39

[5] Yang J H，Zhang T H 2005 *Chin. Phys.* B **14** 556

[6] Qin C S，Shao J L，Wang P，Zhou H Q 2008 *Chin. Phys.* B **17** 1254

[7] Wang H Y，Zhu W J，Deng X L，Song Z F，Chen X R 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1154 (in Chinese) [王海燕、祝文军、邓小良、宋振飞、陈向荣 2009 物理学报 **58** 1154]

[8] Chen J，Xu Y，Chen D Q，Sun J S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6437 (in Chinese) [陈 军、徐 云、陈栋泉、孙锦山 2008 物理学报 **57** 6437]

[9] Needleman A，Tvergaard V 1984 *J. Mech. Phys. Sol.* **32** 461

[10] Fan J，Huang J，Zeng X 1989 *Nucl. Eng. Des.* **116** 307

[11] Peng X H，Gao Z H 1995 *Chin. J. Appl. Mech.* **12** 45 (in Chinese) [彭向和、高芝晖 1995 应用力学学报 **12** 45]

[12] Peng X，Fan J 1993 *Comput. Struc.* **47** 313

Constitutive equation of casting magnesium alloy ML308 based on void-cell model*

Chen Bin† Peng Xiang-He Sun Shi-Tao Quan Guo-Zheng Luo Ji

(*College of Resource and Environment Science*，*Chongqing University*，*Chongqing* 400044，*China*)

(Received 12 January 2009；revised manuscript received 9 March 2009)

Abstract

Casting magnesium alloys are heterogeneous materials containing numerous voids. These voids markedly affect the mechanical behaviour of the materials. In this paper，a void-growth equation is obtained based on the analysis of a spherical void-cell model，and a void-nucleation equation is presented which is related to the increment of intrinsic-time measure. The evolution equation of the voids is obtained by combining the growth equation with the nucleation equation. The obtained void-evolution equation is incorporated into a nonclassical elastoplastic constitutive equation through introducing a softening function，thus obtaining a constitutive equation that involves a void evolution. A corresponding finite element procedure is developed and applied to the description of the rule of the void evolution and the mechanical behaviour of casting magnesium alloy ML308. Computed results are shown to be in satisfactory agreement with experimental data.

Keywords: casting magnesium alloy，void-cell model，void evolution equation，constitutive equation

PACC: 4630N，6170Q，6220M

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10872221，50621403).

† E-mail: bchen@cqu.edu.cn