第 58 卷 第 2 期 2009 年 2 月
1000-3290/2009/58(02)/0712-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.58,No.2,February,2009

类 Quesne 环状球谐振子势场中的赝自旋对称性

张民仓[†]
(陕西师范大学物理学与信息技术学院,西安 710062)
(2008 年 6 月 30 日收到;2008 年 8 月 5 日收到修改稿)

提出了一种新的类 Quesne 环状球谐振子势,应用二分量方法求解 1/2-自旋粒子满足的 Dirac 方程,Dirac 哈密顿量由标量和矢量类 Quesne 环状球谐振子势构成.在 $\Sigma = S(r) + V(r) = 0$ 的条件下,得到了 Dirac 旋量波函数下分量的束缚态解和能谱方程,显示出类 Quesne 环状球谐振子势场中的赝自旋对称性.讨论了束缚态波函数和能谱方程的有关性质.

关键词:类 Quesne 环状球谐振子势,Dirac 方程,赝自旋对称性,束缚态
PACC:0365,1110Q

1.引 言

在核物理学的研究中,赝自旋对称性的提出已有 30 多年的历史,最初这一概念是用来解释在球形核中观察到的单核子某些能级间的准简并现象[1,2].具有非相对论量子数($n_r, l, j = l + 1/2$)和($n_r - 1, l + 2, j = l + 3/2$)的两个能级是准简并的,其中 n_r, l, j 分别表示单核子的径向,轨道及总角动量量子数,当 n_r, l 固定时,这样的一对准简并态被称为赝自旋相伴态.球形核中单核子能级的这种双重结构能够用赝轨道角动量 $\tilde{l} = l + 1$ 与赝自旋角动量 $\tilde{s} = 1/2$ 的耦合 $j = \tilde{l} \pm \tilde{s}$ 描述.赝自旋相伴态具有相同的赝轨道角动量量子数 $\tilde{l}$,例如,赝自旋相伴态($n_r p_{3/2}$;($n_r - 1$) $f_{5/2}$),$\tilde{l} = 2$;($n_r d_{5/2}$;($n_r - 1$) $g_{7/2}$),$\tilde{l} = 3$;($n_r f_{7/2}$;($n_r - 1$) $h_{9/2}$),$\tilde{l} = 4$[3].单核子能级间的这种准简并现象也存在于变形核中[4],轴对称变形核中具有渐近量子数 $[N, n_3, \Lambda]\,\Omega = \Lambda + 1/2$ 和 $[N, n_3, \Lambda' = \Lambda + 2]\,\Omega' = \Lambda + 3/2$ 的单核子这两个能级是准简并的.其中 N 是总的谐振子量子数,n_3 是沿对称轴的摆动量子数,Λ 和 Ω 分别是轨道角动量及总角动量在对称轴上的投影.变形核中单核子能级的这种准简并可用赝轨道角动量 $\tilde{\Lambda} = \Lambda + 1$ 与赝自旋投影 $\tilde{\mu} = \pm 1/2$ 相加得到的 $\Omega = \tilde{\Lambda} - 1/2$ 和 $\Omega' = \tilde{\Lambda} + 1/2$ 描述.虽然赝自旋对称性能够很好地解释核物理学中的许多现象[5—7],但人们却始终无法理解其产生的原因,直到 Ginocchio 的研究发现赝轨道角动量 $\tilde{l}$ 恰好是 Dirac 旋量下分量的轨道角动量,并且建立起了赝自旋对称性与大小相等但符号相反的标量势 $S(r)$和矢量势 $V(r)$之间的联系[8].

众所周知,在量子力学中谐振子势是一个可精确求解的势函数并有着广泛的应用.球谐振子势作为原子核壳层结构的有心势,很好地描述了核的单粒子运动.近年来,1/2-自旋粒子在相对论性球谐振子势场中的运动引起了人们的注意.陈惕生等[9]在 Dirac 哈密顿量中引入空间坐标平方函数的标量势 $S(r)$和矢量势 $V(r)$,建立了一个类谐振子势的二阶微分方程.在 $\Sigma = V(r) + S(r) = 0$ 的条件下解析得到这一方程的束缚态解,并且与 Kukulin[10] 的结论相一致的,在 $\Delta = V(r) - S(r) = 0$ 的条件下方程也有解析解.然而考虑到实际上原子核会偏离轴对称及球对称谐振子模型,人们提出了一类非谐振子模型,它们是在谐振子势上附加其他形式的势函数[11—14],这类势模型在实际中有许多应用[15,16].文献[9]在谐振子势上附加 Woods-Saxon 势,在赝自旋对称性条件下得到了束缚态解并消除了某些简并.Lisboa 等[17,18] 研究了普遍的 Dirac 振子势场中 1/2-自旋粒子的运动,得到了相应的 Dirac 方程的束缚态解和能量本征值,显示了在 $\Delta = 0$ 和 $\Sigma = 0$ 的条件下 Dirac 振子势的赝自旋对称性.Guo 等[19] 讨论了一类

† E-mail:mincangzhang@snnu.edu.cn

环状非球谐振子势,在赝自旋对称性条件下得到了其相对论性束缚态解. 在以前的研究中,我们在 $\Delta=0$ 及 $\Sigma=0$ 的条件下求解了具有标量和矢量非球谐振子势的 Dirac 方程,分别得到了 Dirac 旋量上下分量的束缚态解及束缚态满足的能谱方程,并讨论了 Dirac 旋量径向波函数的波节结构[20].

Quesne 势是重要的环状球谐振子势[21,22],能够用来描述环状分子(如苯分子)的模型及变形核之间的相互作用,在量子化学及核物理学研究中有广泛应用. 在球坐标下 Quesne 势为

$$V(\boldsymbol{r})=\frac{\sigma^2}{2\eta^2}\left(\frac{\boldsymbol{r}^2}{b_0^2}+q\eta^4\frac{b_0^2}{\boldsymbol{r}^2\sin^2\theta}\right)\varepsilon_0, \tag{1}$$

其中 b_0 和 ε_0 以粒子静质量 M 和固定频率 ω_0 定义为 $b_0=(\hbar/M\omega_0)^{\frac{1}{2}}$,$\varepsilon_0=\frac{1}{2}\hbar\omega_0$;$\eta,\sigma,q$ 分别是正的无量纲参数. 在非相对论条件下,文献[21]讨论了 Quesne 势场中能级的'偶然简并'现象,指出这种'偶然简并'是与 Schrödinger 方程的 SU(2) 动力学对称性相联系的. 由于赝自旋对称性与 Dirac 方程的 SU(2) 动力学对称性相对应[23,24],因而当(1)式中的参数取特定值时,Quesne 势属于文献[19]讨论过的环状非球谐振子势的一个特例. 本文提出一种新的类 Quesne 环状球谐振子势,在球坐标下其形式为

$$V(\boldsymbol{r})=\frac{1}{2}M\boldsymbol{r}^2\omega^2+\frac{A\cos\theta}{2M\boldsymbol{r}^2\sin^2\theta}, \tag{2}$$

其中 M,ω 分别为粒子的静质量及类 Quesne 环状谐振子的频率,A 是无量纲的参数. 并在 $\Sigma=S(\boldsymbol{r})+V(\boldsymbol{r})=0$ 的条件下求解 Dirac 方程,解析得到 Dirac 旋量下分量波函数的束缚态解及能谱方程,显示出类 Quesne 势的赝自旋对称性,并利用 Descarte 符号法则讨论了能谱方程的代数结构,证明了类 Quesne 环状球谐振子势场中 1/2-自旋粒子唯一地具有正的分立束缚态能量.

2. 1/2-自旋粒子满足的 Dirac 方程

具有静质量 M 和能量 ε 的 1/2-自旋粒子满足的与时间无关的 Dirac 方程为($\hbar=c=1$)

$$H_{\mathrm{D}}\psi=\varepsilon\psi, \tag{3}$$

其中的 Dirac 哈密顿量为

$$H_{\mathrm{D}}=\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{p}+\beta M+\nu, \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\alpha}=\begin{pmatrix}0&\boldsymbol{\sigma}\\\boldsymbol{\sigma}&0\end{pmatrix},\beta=\begin{pmatrix}I&0\\0&-I\end{pmatrix}. \tag{5}$$

这里的 $\boldsymbol{\sigma}$ 为三维矢量,其分量是 Pauli 矩阵. 方程(4)中的矩阵势 ν 一般可看作 16 个线性无关矩阵的线性组合,这 16 个矩阵按其在 Lorentz 变换下的性质可以分为标量、赝标量、矢量、赝矢量和张量[25]. 在下面的研究中,矩阵势 ν 仅含有标量势和矢量势. 在 Pauli-Dirac 表象中,使得

$$\psi=\begin{pmatrix}\varphi\\\chi\end{pmatrix}, \tag{6}$$

则由方程(3)可得

$$\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p}\chi=[\varepsilon-M-\Sigma]\varphi, \tag{7a}$$

$$\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p}\varphi=[\varepsilon+M-\Delta]\chi, \tag{7b}$$

其中 $\Sigma=V(\boldsymbol{r})+S(\boldsymbol{r})$,$\Delta=V(\boldsymbol{r})-S(\boldsymbol{r})$. 在赝自旋对称性条件下($\Sigma=0$),方程(7)变为

$$\varphi=\frac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p}}{\varepsilon-M}\chi, \tag{8a}$$

$$\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p}\varphi=[\varepsilon+M-\Delta]\chi. \tag{8b}$$

把方程(8a)代入方程(8b)并取 Δ 为(2)式所定义的类 Quesne 环状球谐振子势,整理后可得 Dirac 旋量的下分量 χ 满足的方程为

$$\left[\boldsymbol{p}^2-(\varepsilon^2-M^2)+(\varepsilon-M)\times\frac{1}{2}\left(M\boldsymbol{r}^2+\frac{A\cos\theta}{M\boldsymbol{r}^2\sin^2\theta}\right)\right]\chi=0. \tag{9}$$

由文献[19]可知,Dirac 旋量波函数的下分量 χ 可以看作是球谐函数 $Y(r,\theta,\phi)$ 与旋量 $\tilde{\chi}_m$ 相乘,即

$$\chi(r,\theta,\phi)=r^{-1}u(r)H(\theta)K(\phi)\tilde{\chi}_m, \tag{10}$$

其中 $\tilde{\chi}_m$ 为自旋向上或自旋向下的旋量 $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ 和 $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$,$m=\pm\frac{1}{2}$. 把(10)式代入方程(9),则波函数的轨道分量和自旋分量自然退耦. 退耦后轨道分量的径向和角向波函数满足的方程分别为

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2}u(\boldsymbol{r})+\left[(\varepsilon^2-M^2)-\frac{1}{2}(\varepsilon-M)Mr^2-\frac{\lambda}{\boldsymbol{r}^2}\right]u(\boldsymbol{r})=0, \tag{11}$$

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(\sin\theta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\right)H(\theta)+\left[\lambda-\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon-M}{M}\right)A\cos\theta+\Lambda^2}{\sin^2\theta}\right]H(\theta)=0, \tag{12}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2K(\phi)}{\mathrm{d}\phi^2}+\Lambda^2K(\phi)=0, \tag{13}$$

其中 λ 是分离常数,Λ 为轨道角动量沿对称轴的投影[4]. 方程(13)满足的周期性边界条件是 $K(\phi+2\pi)$

$=K(\phi)$，其解为

$$K_\Lambda(\phi)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(\mathrm{i}\Lambda\phi)$$
$$(\Lambda=0,\pm1,\pm2\cdots).\tag{14}$$

为了得到方程(12)的解，引入新的变量

$$x=\frac{1}{2}(1+\cos\theta)=\cos^2\frac{\theta}{2},\tag{15}$$

带入方程(12)可得

$$x(1-x)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}x(1-x)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}H(x)$$
$$+[\lambda x(1-x)-\eta^2-(q^2-\eta^2)x]H(x)=0,\tag{16}$$

其中

$$\eta=\frac{1}{2}\left|\Lambda^2-\frac{(\varepsilon-M)\Lambda}{2M}\right|^{\frac{1}{2}},$$
$$q=\frac{1}{2}\left|\Lambda^2+\frac{(\varepsilon+M)\Lambda}{2M}\right|^{\frac{1}{2}}.\tag{17}$$

方程(16)的一般解可设为

$$H(x)=x^\eta(1-x)^q g(x).\tag{18}$$

于是可得 $g(x)$满足的方程

$$x(1-x)\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}g(x)+[k-(i+j+1)x]$$
$$\times\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}g(x)-(i\times j)g(x)=0,\tag{19}$$

其中

$$i=\eta+q-l,$$
$$j=\eta+q+1+l,\tag{20}$$
$$k=2\eta+1.$$
$$\lambda=l(l+1).\tag{21}$$

方程(19)为一超几何方程，其解可用超几何函数表示为

$$g(x)\sim F(i,j,k,x).\tag{22}$$

为使得方程(19)的解满足束缚态边界条件，超几何函数必须中断为一个多项式.即要求

$$i=\eta+q-l=-n_3\quad(n_3=0,1,2\cdots),\tag{23}$$

或

$$j=\eta+q+1+l=-n_3(n_3=0,1,2\cdots).\tag{24}$$

虽然超几何函数 $F(i,j,k,x)$对于交换参数 i 和 j 不变，但根据 η,q 是正数的定义，只有(23)式满足要求.这里虽不要求 l 和 $p+q$ 是整数，但 l 和 $\eta+q$ 之间的差 $l-(\eta+q)$必为零或正整数，即

$$l-(\eta+q)=n_3.\tag{25}$$

由文献[4]可知，n_3 定义为沿对称轴方向的摆动量子数.最后得到 θ 角向方程(12)的归一化解为

$$H_{n_3}(\theta)=N_{n_3}\cos^{2\eta}(\theta/2)\sin^{2q}(\theta/2)$$
$$\times F(-n_3,\eta+q+1+l,2\eta+1,\cos^2(\theta/2)).\tag{26}$$

归一化常数 N_{n_3} 为[26]

$$N_{n_3}=\frac{1}{(2\eta)!}$$
$$\times\sqrt{\frac{(2\eta+2q+n_3)!(2\eta+n_3)!(2\eta+2q+2n_3+1)}{2n_3!(2q+n_3)!}}.\tag{27}$$

为了求得径向方程(11)的解，引入新的变量 $\rho=\beta r$，则径向方程(11)变为

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\rho^2}u(\rho)+\left[\alpha-\rho^2-\frac{l(l+1)}{\rho^2}\right]u(\rho)=0,\tag{28}$$

其中

$$\beta^4=\frac{(\varepsilon-M)M}{2},\alpha=(\varepsilon+M)\sqrt{\frac{2(\varepsilon-M)}{M}}.\tag{29}$$

方程(28)在物理上可接受的解设为

$$u(\rho)=\rho^{l+1}\exp(-\rho^2/2)f(\rho),\tag{30}$$

代入方程(28)可得

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\rho^2}f(\rho)+\left[\frac{2(l+1)}{\rho}-2\rho\right]\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\rho}f(\rho)$$
$$+[\alpha-2l-3]f(\rho)=0.\tag{31}$$

令 $\xi=\rho^2$，方程(31)变为

$$\xi\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\xi^2}f(\xi)+\left(l+\frac{3}{2}-\xi\right)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}f(\xi)$$
$$-\frac{1}{4}(2l+3-\alpha)f(\xi)=0.\tag{32}$$

方程(32)为一合流超几何方程，其解为合流超几何函数

$$f(\xi)\sim F\left(\frac{2l+3-\alpha}{4},l+\frac{3}{2},\xi\right).\tag{33}$$

当 $\xi\to\infty$ 时，合流超几何函数 $F\left(\frac{2l+3-\alpha}{4},l+\frac{3}{2},\xi\right)$趋于 $\exp(\xi)$.于是在 $\rho\to\infty$ 时，$u(\rho)$以 $\exp(\rho^2/2)$的行为指数地发散，因此合流超几何函数必须中断为一多项式，即要求

$$\frac{1}{4}(2l+3-\alpha)=-n_r\quad(n_r=0,1,2\cdots),\tag{34}$$

其中 n_r 为径向量子数，于是径向波函数可以表示为

$$u(r)\sim(\beta r)^{l+1}\exp\left(-\frac{1}{2}\beta^2r^2\right)F\left(-n_r,l+\frac{3}{2},\beta^2r^2\right).\tag{35}$$

由(29)和(34)式可以得到束缚态满足的能方程为

$$(\varepsilon+M)\sqrt{\varepsilon-M}=\sqrt{2M}\left(2n_r+l+\frac{3}{2}\right).\tag{36}$$

利用合流超几何函数和广义 Laguerre 多项式之间的关系，归一化的径向波函数可以写为

$$u_{n_r l}(r)=N_{n_r l}(\beta r)^{l+1}\exp\left(-\frac{1}{2}\beta^2 r^2\right)L_{n_r}^{\mu}(\beta^2 r^2)$$

$$\left(\mu=l+\frac{1}{2}\right), \tag{37}$$

$$N_{n_r l}=\sqrt{\frac{2\beta n_r!}{\Gamma\left(n_r+l+\frac{3}{2}\right)}}. \tag{38}$$

于是，在赝自旋对称性条件下得到 Dirac 方程的归一化束缚态波函数为

$$\psi=\begin{pmatrix}\varphi\\ \chi\end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\begin{pmatrix}\dfrac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p}}{\varepsilon-M}\\ \tilde{\chi}_m\end{pmatrix}r^{-1}u_{n_r l}(r)H_{n_3}(\theta)\exp(\mathrm{i}\Lambda\phi). \tag{39}$$

3. 讨　　论

由方程(36)可以看出，在严格的赝自旋对称性，即 $\Sigma=S(\boldsymbol{r})+V(\boldsymbol{r})=0$ 的条件下，类 Quesne 环状球谐振子势场中 Dirac 粒子的能量本征值 $\varepsilon=\varepsilon(n_r,l)$ 唯一地取决于量子数 n_r,l. 若定义 $\tilde{l}=l+1$ 为类 Quesne 环状球谐振子势场中粒子的赝轨道角动量，则由方程(36)确定的所有具有量子数 $(n_r,\tilde{l})$ 和 $(n_r-1,\tilde{l}+2)$ 的能级都是简并的，这一结果与文献[17]中的图 11 是一致的. 类似的，在 $\Delta=S(\boldsymbol{r})-V(\boldsymbol{r})=0$ 的条件下，也能由方程(7)解析求解得到 Dirac 旋量上分量波函数的束缚态解及能谱方程.

方程(36)是赝自旋对称性条件下束缚态波函数满足的能谱方程，可以证明能谱方程具有唯一的正的实数解. 由于方程(36)的右方是正的实数，这要求左方的项 $\sqrt{\varepsilon-M}>0$，即束缚态能量 $E=\varepsilon-M>0$. 对方程(36)的等号两边取平方，有

$$\left(\frac{\varepsilon+M}{M}\right)^3-2\left(\frac{\varepsilon+M}{M}\right)^2=2\left(\frac{2n_r+l+3/2}{M}\right)^2, \tag{40}$$

使得

$$x=\frac{\varepsilon+M}{M},\ a=\frac{\sqrt{2}(2n_r+l+3/2)}{M}. \tag{41}$$

则方程(40)可变为

$$x^3-2x^2-a^2=0. \tag{42}$$

(42)式为一实系数的 3 次代数方程. n 次实系数代数方程的 Descarte 符号法则指出，若实系数序列

$$\{a_0,a_1,\cdots a_n\}$$

的变号次数为 m，则代数方程的正根个数等于 m，或者为 $(m-1)$ 个的正偶数. 当 $m=1$ 时，有且仅有一个单正根. 因而对于给定的静质量 M 和量子数 n_r，类 Quesne 环状球谐振子势场中 1/2- 自旋粒子唯一地具有正的分立束缚态能量.

各种环状球谐振子势及环状非球谐振子势中除有关的参数不同外，主要差别在于其中的环状势. 由已有的研究和以上的讨论可以看出，环状势的不同使得 θ 角向分量分别满足不同的方程. 本文提出的类 Quesne 环状球谐振子势的 θ 角向分量满足超几何方程，而已有过讨论的环状球谐振子势及环状非球谐振子势的 θ 角向分量大多满足缔合勒让德方程或合流超几何方程. 值得注意的是环状球谐振子势及环状非球谐振子势中的 θ 角及有关参数取特定值时都可以变为非球谐振子势，并且这类势场中波函数束缚态的能量本征值都只与径向方程有关，所以各种环状球谐振子势及环状非球谐振子势都具有相同形式的能谱方程.

4. 结　　论

以上的研究中，我们提出了一种新的类 Quesne 环状球谐振子势. 在 $\Sigma=S(\boldsymbol{r})+V(\boldsymbol{r})=0$ 的条件下，解析求解得到了 Dirac 旋量波函数下分量的束缚态解及能谱方程，结果表明类 Quesne 环状球谐振子势具有赝自旋对称性，并讨论了环状球谐振子势及环状非球谐振子势中束缚态波函数和能谱方程的有关性质.

[1] Arima A，Harvey M，Shimizu K 1969 *Phys. Lett.* B **30** 517

[2] Hecht K T，Adler A 1969 *Nucl. Phys.* A **137** 129

[3] Ginocchio J N 1999 *Phys. Rep.* **315** 231

[4] Ginocchio J N，Leviatan A，Meng J，Zhou S G 2004 *Phys. Rev.* C **69** 034303

[5] Dudek J，Nazarewicz W，Szymanski Z，Leander G A 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 1405

[6] Nazarewicz W，Twin P J，Fallon P，Garrett J D 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1654

[7] Zeng J Y，Meng J，Wu C S，Zhao E G，Xing Z，Chen X Q 1991

Phys. *Rev*. C **44** R1745
[8] Ginocchio J N 1997 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **78** 436
[9] Chen T S，Lü H F，Meng J，Zhang S Q，Zhou S G 2003 *Chin*. *Phys*. *Lett*. **20** 358
[10] Kukulin V I，Loyola G，Moshinsky M 1991 *Phys*. *Lett*. A **158** 19
[11] Li N，Ju G X，Ren Z Z 2005 *Acta Phys*. *Sin*. **54** 2520 (in Chinese) [李 宁、鞠国兴、任中洲 2005 物理学报 **54** 2520]
[12] Lu F L，Chen C Y，Sun D S 2005 *Chin*. *Phys*. **14** 463
[13] Dong S H，Sun G H，Lozada-Cassou M 2005 *Phys*. *Lett*. A **340** 94
[14] Zhang X A，Chen K，Duan Z L 2005 *Chin*. *Phys*. **14** 42
[15] Luban M 1989 *Appl*. *Phys*. *Lett*. **54** 1997
[16] Sutherland B 1998 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **80** 3678
[17] Lisboa R，Malheiro M，de Castro A S，Alberto P，Fiolhais M 2004 *Phys*. *Rev*. C **69** 024319
[18] de Castro A S，Alberto P，Lisboa R，Malheiro M 2006 *Phys*. *Rev*. C **73** 054309
[19] Guo J Y，Han J C，Wang R D 2006 *Phys*. *Lett*. A **353** 378
[20] Zhang M C 2009 *Acta Phys*. *Sin*. **58** 61 (in Chinese) [张民仓 2009 物理学报 **58** 61]
[21] Quesne C 1988 *J*. *Phys*. A：*Math*. *Gen*. **21** 3093
[22] Qiang W C 2003 *Chin*. *Phys*. **12** 136
[23] Bell J S，Ruegg H 1975 *Nucl*. *Phys*. B **98** 151
[24] Ginocchio J N，Leviatan A 1998 *Phys*. *Lett*. B **425** 1
[25] Zeng J Y 2000 *Quantum Mechanics* (3rd ed.) (Vol. Ⅱ) (Beijing：Science Press) (in Chinese) [曾谨言 2000 量子力学(第三版)(卷Ⅱ)(北京 科学出版社)]
[26] Zhang M C，Wang Z B 2007 *Acta Phys*. *Sin*. **56** 3688 (in Chinese) [张民仓、王振邦 2007 物理学报 **56** 3688]

Quesne-like ring-shaped spherical harmonic oscillator potential and pseudospin symmetry

Zhang Min-Cang†

(*College of Physics and Information Technology*，*Shaanxi Normal University*，*Xi'an* 710062，*China*)

(Received 30 June 2008；revised manuscript received 5 August 2008)

Abstract

A Quesne-like ring-shaped spherical harmonic oscillator potential is put foword and studied for spin 1/2 particles based on the Dirac equation，the Dirac Hamiltonian contains a scalar and a vector Quesne-like ring-shaped harmonic oscillator potentials. Setting $\Sigma = S(\boldsymbol{r}) + V(\boldsymbol{r}) = 0$，we obtain the bound state solutions and eigenenergies with the two-component approach. The result shows the pseudospin symmetry exists in the Quesne-like ring-shaped harmonic oscillator potential. The general properties of both the ring-shaped spherical harmonic oscillator potential and the ring-shaped non-spherical harmonic oscillator potential are discussed.

Keywords：Quesne-like ring-shaped harmonic oscillator potential，Dirac equation，pseudospin symmetry，bound state

PACC：0365，1110Q

† E-mail：mincangzhang@snnu.edu.cn