

# 具有二维 fBm 特征的分层介质粗糙面电磁散射的特性研究<sup>\*</sup>

任新成<sup>1,2)†</sup> 郭立新<sup>1)</sup>

1) 西安电子科技大学理学院, 西安 710071)

2) 延安大学物理与电子信息学院, 延安 716000)

(2007 年 8 月 30 日收到, 2007 年 11 月 2 日收到修改稿)

运用微扰法研究了平面波入射分层介质粗糙面的电磁散射, 推出了不同极化状态下的双站散射系数公式. 采用二维 fBm 分形粗糙面来模拟实际的分层介质粗糙面, 结合二维 fBm 分形粗糙面的功率谱导出了平面波入射二维 fBm 分形分层介质粗糙面的散射系数计算公式. 通过数值计算得到了 HH 极化下双站散射系数随散射角的变化曲线, 讨论了分维、底层介质介电常数、中间介质介电常数和厚度及入射波频率对双站散射系数的影响, 得到了二维 fBm 分形分层介质粗糙面散射系数的分维特征、基本特征、分区特征和随频率变化的特征.

关键词: 电磁散射, 二维 fBm 分形粗糙面, 分层介质, 微扰法

PACC: 4110H, 4120

## 1. 引 言

近几十年来, 粗糙面电磁散射一直是一个十分活跃、有着大量实际应用且为多学科领域共同研究的热门课题. 从原子物理、医学成像、地球科学到遥感等都有粗糙面电磁散射的应用<sup>[1-7]</sup>. 由于自然界许多粗糙面下方都是分层介质, 不难想象分层介质粗糙面电磁散射在诸多工程、技术和科学问题中是颇有价值的, 诸如在环境遥感、探地雷达、无线电传播与通信、复合材料粗糙表面无损检测、薄膜物理、光学和电磁学方面的应用. 在近十余年中, 研究粗糙面电磁散射新的解析方法不断得到丰富和发展, 这些方法有小斜率近似法<sup>[8]</sup>、倾斜不变性近似法<sup>[9]</sup>、本地微扰法<sup>[10]</sup>、全波分析法<sup>[11]</sup>、表面场相位微扰法<sup>[12]</sup>、双尺度方法<sup>[13-16]</sup>和微扰法<sup>[17]</sup>等. 需要说明的是, 有关分形粗糙面的电磁散射问题研究目前已受到国内外学者越来越多的关注<sup>[18-21]</sup>. 针对分形粗糙面分维大小的不同, 采用有关近似和数值方法处理一维、二维带限分形粗糙面和 fBm(均匀介质)粗糙面电磁散射问题已较成熟. 随着各类工程应用的需求, 有关平面波和波束入射下满足分形特征的实际

一维、二维大粗糙度动态分层粗糙面电磁散射及目标与粗糙面的复合散射问题已逐渐成为研究的热点.

在过去的粗糙面电磁散射的研究中, 粗糙面大多为两种介质的分界面, 从粗糙表面轮廓特征分类包括有分形粗糙面和非分形粗糙面, 所涉及的粗糙面既有导体粗糙面, 又有介质粗糙面<sup>[18-24]</sup>, 而许多实际的粗糙面其下方有两种或两种以上的介质, 这一类型粗糙面的电磁散射在国内很少有关这方面的报道. 本文中, 我们研究粗糙面下方由两种介质组成的分层介质粗糙面的电磁散射, 我们忽略分界面邻近薄层(中间介质)的折射并且假定粗糙面上方和下方的三种介质均是各向均匀的. 根据瑞利假设, 运用微扰法近似, 避免繁琐的推导和证明而得到简洁的散射振幅的表达式, 进一步推出散射系数的公式. 同时用二维 fBm 分形粗糙面来模拟实际的分层介质粗糙面, 运用上述结果通过数值计算得到 HH 极化情形下双站散射系数随散射角变化的曲线, 讨论分维、底层介质介电常数、中间介质介电常数和厚度及入射波频率对双站散射系数的影响. 这一结果在诸如海上浮冰、表层土、雪层、干旱地区的沙层等的电磁散射中有重要的应用.

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 60571058) 国防科技预研基金资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: yauxchren@yahoo.com.cn

### 2. 分层介质粗糙面的散射系数

考虑电磁波在两个半空间的分界面(粗糙面)上发生的电磁散射,分界面用方程  $z = f(\mathbf{r})$  ( $\mathbf{r} = \{x, y\}$ )描述.不失一般性,我们假设粗糙面上方( $z > f(\mathbf{r})$ )均匀半空间介质(介质 1)的介电常数和磁导率分别为  $\epsilon_0 = 1, \mu_0 = 1$  粗糙面下方( $z < f(\mathbf{r})$ )均匀半空间介质的介电常数为  $\epsilon(z)$  随机函数  $f(\mathbf{r})$  具有零均值且在空间上是统计均匀的,即  $\langle f(\mathbf{r}) \rangle = 0$ .

如图 1 所示,一频率为  $\omega$ 、波矢为  $k_i$  ( $k_i = \{k_i \sin \theta_i, 0, -k_i \cos \theta_i\}, k_i = \omega/c$ ) 的单一频率(忽略时谐因子  $\sim e^{-i\omega t}$ )平面电磁波以入射角  $\theta_i$  从介质 1 入射到两个半无限介质的粗糙分界面  $S$  上.

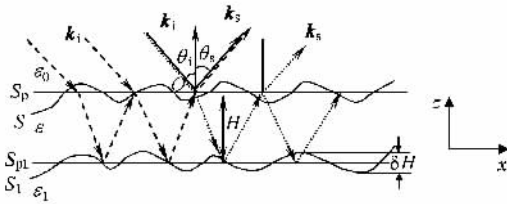


图 1 分层介质粗糙面电磁散射几何示意图

根据电场和磁场的边界条件<sup>[7,21]</sup>,电场和磁场的切向分量在粗糙边界  $S$  上连续,即

$$N \times (H^{(2)} - H^{(1)})_S = N \times (E^{(2)} - E^{(1)})_S = 0, \tag{1}$$

式中  $E^{(2)}$  和  $H^{(2)}$  分别为下半空间  $z < f(\mathbf{r})$  的电场和磁场,  $E^{(1)}$ ,  $H^{(1)}$  分别为上半空间  $z > f(\mathbf{r})$  的电场和磁场,  $N$  为粗糙面  $S$  的法线方向的单位矢量,并且指向上方,可以表示为

$$N = (n - s) (1 + s^2)^{-1/2}, \tag{2}$$

式中  $n$  为水平面(粗糙面  $S$  的平均平面)  $S_p$  ( $z = 0$ ) 法线方向的单位矢量,  $s(\mathbf{r}) = \nabla_r f(\mathbf{r})$  是表面斜度的矢量场,这里  $\nabla_r = \{\partial/\partial x, \partial/\partial y\}$ . 假定粗糙面  $S$  的斜度与水平面  $S_p$  相比较足够小,我们可以将边界条件(1)展开为  $f(\mathbf{r})$  和  $s(\mathbf{r})$  的级数,仅保留一阶项则为<sup>[7]</sup>

$$\begin{aligned} (n \times \Delta H)_{S_p} &= (s \times \Delta H)_{S_p} - f \left( n \times \frac{\partial \Delta H}{\partial z} \right)_{S_p}, \\ (n \times \Delta E)_{S_p} &= (s \times \Delta E)_{S_p} - f \left( n \times \frac{\partial \Delta E}{\partial z} \right)_{S_p}, \end{aligned} \tag{3}$$

式中  $\Delta H = H^{(2)} - H^{(1)}, \Delta E = E^{(2)} - E^{(1)}$  此时,可以

用下式描述这一衍射问题.

$$\begin{aligned} H^{(1,2)} &= H_0^{(1,2)} + H_1^{(1,2)}, \\ E^{(1,2)} &= E_0^{(1,2)} + E_1^{(1,2)}, \end{aligned} \tag{4}$$

这里  $E_0^{(1)}, H_0^{(2)}$  ( $E_0^{(2)}, H_0^{(1)}$ ) 分别是粗糙面上方(下方)半空间对应于通过平面边界  $S_p$  反射(折射)且未受扰动的电场和磁场,它们满足一致性边界条件

$$\begin{aligned} n \times (H_0^{(2)} - H_0^{(1)})_{S_p} &= N \times (E_0^{(2)} - E_0^{(1)})_{S_p} \\ &= 0, \end{aligned} \tag{5}$$

$E_1^{(1)}, H_1^{(1)}$  ( $E_1^{(2)}, H_1^{(2)}$ ) 分别是关于  $f(\mathbf{r})$  和  $s(\mathbf{r})$  的一阶近似、修正的散射电场和磁场,即上(下)半空间的散射场,它们满足非一致性边界条件

$$\begin{aligned} (n \times \Delta H_1)_{S_p} &= (s \times \Delta H_0)_{S_p} - f \left( n \times \frac{\partial \Delta H_0}{\partial z} \right)_{S_p} \\ &= J^H, \\ (n \times \Delta E_1)_{S_p} &= (s \times \Delta E_0)_{S_p} - f \left( n \times \frac{\partial \Delta E_0}{\partial z} \right)_{S_p} \\ &= J^E, \end{aligned} \tag{6}$$

这里  $\Delta H_0 = H_0^{(2)} - H_0^{(1)}, \Delta H_1 = H_1^{(2)} - H_1^{(1)}, \Delta E_0 = E_0^{(2)} - E_0^{(1)}, \Delta E_1 = E_1^{(2)} - E_1^{(1)}$ . 从(6)式可以得出粗糙表面直接导致了在平均平面  $S_p$  ( $z = 0$ ) 上有效面电流  $J^E$  和面磁流  $J^H$  的产生,从而激发了散射场,这里的面电流  $J^E$  和面磁流  $J^H$  不同于通常的电流和磁流,但仅差一个因子  $4\pi/c$ .

我们首先考虑在介质 1 中传播的、入射在粗糙面  $S$  上的单一频率水平极化平面电磁波(TE 波),在波矢  $k_i$  的方向上有

$$E_{in}^{(1)} = P_0 \sqrt{\frac{\mu_0}{k_z}} e^{ik_i \cdot R} = P_0 \sqrt{\frac{\mu_0}{k_z}} e^{ik \cdot r - k_z z}, \tag{7}$$

这里  $R = \{r, z\}$  是三维矢径,  $P_0 = e_y = (0, 1, 0)$  是单位极化矢量,  $k = \{k, 0, 0\}$  是入射波矢,  $k_i = \{k, -k_z\}$  在平面  $z = 0$  上的二维投影,  $k_z = \sqrt{k_1^2 \mu_0 \epsilon_0 - k^2} = k_i \cos \theta_i$ .

我们将散射场按平面波展开即为

$$\begin{aligned} E_1^{(1)}(\mathbf{r}, z) &= \iint \sqrt{\frac{\mu_0}{q_z}} \tilde{E}_1^{(1)}(\mathbf{q}) e^{i(q \cdot r + q_z z)} d\mathbf{q}, \\ H_1^{(1)}(\mathbf{r}, z) &= \iint \sqrt{\frac{\epsilon_0}{q_z}} \tilde{H}_1^{(1)}(\mathbf{q}) e^{i(q \cdot r + q_z z)} d\mathbf{q}. \end{aligned} \tag{8}$$

这里  $\tilde{E}_1^{(1)}(\mathbf{q}), \tilde{H}_1^{(1)}(\mathbf{q})$  为在上半空间( $z > 0$ )中传播的沿  $z$  轴正方向的散射平面波的振幅,  $q_z = \sqrt{k_i^2 - q^2} = \sqrt{k_s^2 - q^2} = k_i \cos \theta_s = k_s \cos \theta_s$  是粗糙面上方半空间散射场波矢的垂直分量,类似地,在粗糙

面下方半空间, 向上和向下的波也可以同样用平面波展开.

满足边界条件(6)的散射场, 由麦克斯韦方程组得出的结论具有如下形式<sup>[7]</sup>:

$$\begin{aligned} (\widetilde{PE}_1^{(1)}) &= \frac{1}{2} k_i \sqrt{\frac{\mu_0}{q_z}} (1 + R_h^s) \mathbf{J} \widetilde{PJ}^H \\ &+ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{q_z}{\mu_0}} (1 - R_h^s) \mathbf{I} \mathbf{P} \cdot (\mathbf{n} \times \widetilde{J}^E), \\ (\widetilde{PH}_1^{(1)}) &= -\frac{1}{2} k_i \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{q_z}} (1 + R_v^s) \mathbf{J} \widetilde{PJ}^E \\ &+ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{q_z}{\varepsilon_0}} (1 - R_v^s) \mathbf{I} \mathbf{P} \cdot (\mathbf{n} \times \widetilde{J}^H) \end{aligned} \quad (9)$$

这里,  $\mathbf{P}$  是垂直于散射平面的平行极化单位矢量,  $R_h^s$  和  $R_v^s$  分别为与从具有完全水平边界的部分层介质反射的波矢  $k_s^{(1)}$  一致的水平极化平面波与垂直极化平面波的反射系数,  $\widetilde{J}^{E,H}$  为表面电流的傅里叶变换, 其表达式为

$$\begin{aligned} \widetilde{J}^{E,H} &= \widetilde{J}^{E,H}(\mathbf{q}) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \mathbf{J}^{E,H}(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (10)$$

运用(6)式表面电流  $\mathbf{J}^{E,H}$  的定义和上述相应于反射系数  $R_h^i$  和  $R_v^i$  的零阶项  $\Delta \mathbf{H}_0$ ,  $\Delta \mathbf{E}_0$ , 可以得出水平极化入射波的散射振幅为

$$\begin{aligned} \widetilde{PE}_1^{(1)} = S_{hh} &= \frac{ik_i^2}{2\sqrt{q_z k_z}} \widetilde{f}(\mathbf{q} - \mathbf{k}) F_{hh}(\mathbf{q}, \mathbf{k}), \\ \widetilde{PH}_1^{(1)} = S_{vh} &= \frac{ik_i^2}{2\sqrt{q_z k_z}} \widetilde{f}(\mathbf{q} - \mathbf{k}) F_{vh}(\mathbf{q}, \mathbf{k}), \end{aligned} \quad (11)$$

这里

$$\widetilde{f}(\mathbf{q} - \mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \mathbf{f}(\mathbf{r}) e^{-i(\mathbf{q} - \mathbf{k}) \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r}, \quad (12)$$

并且

$$\begin{aligned} F_{hh} &= \mu_0 (1 + R_h^i) \mathbf{J} (1 + R_h^s) \times \left[ \frac{\mu - \mu_0}{\mu} \varepsilon_0 \sin\theta_s \sin\theta_i \right. \\ &+ (\varepsilon - \varepsilon_0) \cos\phi \left. \right] \\ &- \varepsilon_0 (1 + R_h^i) \mathbf{J} (1 + R_h^s) \mathbf{J} (\mu - \mu_0) \\ &\times \cos\theta_s \cos\theta_i \cos\varphi, \\ F_{vh} &= \{ \mu_0 (1 - R_v^s) \mathbf{J} (1 + R_h^i) \mathbf{J} (\varepsilon - \varepsilon_0) \cos\theta_s \\ &- \varepsilon_0 (1 - R_h^i) \mathbf{J} (1 + R_v^s) \mathbf{J} (\mu - \mu_0) \cos\theta_i \} \sin\phi. \end{aligned} \quad (13)$$

在这些方程中,  $\varepsilon$  和  $\mu$  是  $z \rightarrow -0$  时  $\varepsilon$  和  $\mu$  的极限值, 并且忽略了它们在纵坐标上的变化. 相应于垂直

极化入射波(TM波)的散射振幅  $S_{vv}$ ,  $S_{hv}$ , 不需要另外的推导, 只需要在前述的方程中作一个符号变化, 即  $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{H}$ ,  $\mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{E}$ ,  $h \rightarrow v$ ,  $\mu \rightarrow \varepsilon$ , 就可立即得出.

介质 1 中散射波的单位非相干散射截面  $\sigma_{\alpha\beta}^0(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i)$  通过利用上述散射振幅就可很容易地得出<sup>[6,21]</sup>, 具体地

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\beta}^0(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) &= \lim_{S_p \rightarrow \infty} \frac{16\pi^3}{S_p} |q_z k_z| |S_{\alpha\beta}|^2 \\ &= \pi k_i^4 |F_{\alpha\beta}|^2 W(\mathbf{q} - \mathbf{k}) \\ &= \pi k_i^4 |\varepsilon - 1|^2 |f_{\alpha\beta}|^2 W(\mathbf{q} - \mathbf{k}), \end{aligned} \quad (14)$$

这里, 下标  $\alpha$  和  $\beta$  分别表示散射波和入射波的极化状态,  $W(\mathbf{q} - \mathbf{k})$  是粗糙表面的空间功率谱密度, 它是粗糙表面自相关函数的傅里叶变换,  $\mathbf{q} - \mathbf{k} = k_s \sin\theta_s \cos\varphi - k_i \sin\theta_i$ .

考虑散射的最简单的情形, 即对于非磁性分层介质( $\mu = 1$ )构成的粗糙边界(14)式中的一组因子  $f_{\alpha\beta}$  用显式表示即为

$$\begin{aligned} f_{hh} &= [1 + R_h(\theta_i)] \mathbf{I} [1 + R_h(\theta_s)] \cos\phi, \\ f_{vh} &= -[1 + R_h(\theta_i)] \mathbf{I} [1 - R_v(\theta_s)] \cos\theta_s \sin\phi, \\ f_{vv} &= \frac{1}{\varepsilon} [1 + R_v(\theta_i)] \mathbf{I} [1 + R_v(\theta_s)] \sin\theta_i \sin\theta_s \\ &- [1 - R_v(\theta_i)] \mathbf{I} [1 - R_v(\theta_s)] \cos\theta_i \cos\theta_s \cos\phi, \\ f_{hv} &= [1 - R_v(\theta_i)] \mathbf{I} [1 + R_h(\theta_s)] \cos\theta_i \sin\phi. \end{aligned} \quad (15)$$

这里  $R_h$  和  $R_v$  分别表示从水平面  $S_1(z=0)$  下方介质( $z < 0$ )进入水平面上方( $z > 0$ )半空间水平极化和垂直极化的镜反射系数,  $\theta_i$  为入射角,  $\theta_s$  为散射角,  $\phi$  为散射的方位角.

方程(15)仅仅表示了散射能量的漫散射部分, 不包括占支配地位的在镜反射方向( $\theta_s = \theta_i$ ,  $\phi = 0$ )的镜向反射场, 对于一般的任意分层介质的情形, 镜反射系数  $R_h$  和  $R_v$  分别具有如下形式<sup>[7]</sup>:

$$R_h = \frac{R_{0h} + R'_h}{1 + R_{0h} R'_h}, \quad R_v = \frac{R_{0v} + R'_v}{1 + R_{0v} R'_v}, \quad (16)$$

这里  $R_{0h}$  和  $R_{0v}$  分别为从两种均匀介质(介电常数分别为  $\varepsilon_0 = 1$  和  $\varepsilon$ )构成的水平分界面反射时的菲涅耳反射系数, 表示为

$$\begin{aligned} R_{0h} &= \frac{\cos\theta - \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}}{\cos\theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}}, \\ R_{0v} &= \frac{\varepsilon \cos\theta - \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}}{\varepsilon \cos\theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}}, \end{aligned} \quad (17)$$

$R'$  为中间介质下方介质(底层介质)的反射系数( $R' = 0$  对应于下半空间( $z < 0$ )是介电常数为常数的均

匀介质).

在下文中,我们将考虑最简单的分层结构,如图 1 所示,也就是粗糙面上方为自由空间,下方为由两层介质构成的空间,具有复介电常数  $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$  的平均厚度为  $H$  的均匀层,覆盖在复介电常数为  $\epsilon_1 = \epsilon'_1 + i\epsilon''_1$  的均匀底层上.具有这种结构的分层介质的反射系数  $R_h$  和  $R_v$  即为(16)式给出的一般方程,且  $R'$  可以表示为下面的形式:

$$R'_h(\theta) = R_{hh}(\theta) \exp(2ikH \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta}),$$

$$R'_v(\theta) = R_{vv}(\theta) \exp(2ikH \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta}), \quad (18)$$

式中  $R_{ij}(\theta)$  为从介电常数为  $\epsilon$  和  $\epsilon_1$  的两种介质表面  $z = -H$  处反射时的菲涅耳反射系数,它们具有下面的形式

$$R_{hh}(\theta) = \frac{\sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta} - \sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \theta}}{\sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta} + \sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \theta}},$$

$$R_{vv}(\theta) = \frac{\epsilon_1 \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta} - \epsilon \sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \theta}}{\epsilon_1 \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta} + \epsilon \sqrt{\epsilon_1 - \sin^2 \theta}}. \quad (19)$$

在(15)式中,散射振幅  $f_{\alpha\beta}$  对入射角和散射角的振荡依赖是由反射系数  $R'_h(\theta)$  和  $R'_v(\theta)$  中的因子  $\exp(2ikH \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta})$  引起的,它们对总的镜向反射系数  $R_h$  和  $R_v$  产生了贡献.这种振荡的物理机理是相当明显的,那就是它是三种波相互干涉的结果.第一种是沿  $k_i$  方向传播并且在点  $O$  附近由粗糙面散射后沿  $k_s$  方向传播的波,并没有进入中间层,在图 1 中用实线箭头来表示;第二种是经过上部平面  $S_p$  折射(在粗糙面  $S$  上没有发生散射)入中间介质,到达底层经过镜反射,最后通过粗糙面  $S$  散射入上半空间并沿  $k_s$  方向传播,在图 1 中用虚线箭头来表示;第三种与第二种相似,但是经过了与第二中相反的顺序,即首先经过粗糙面  $S$  散射进入中间层,然后由底层经过镜反射,最后经过上部平面  $S_p$  折射入上半空间并沿  $k_s$  方向传播,在最后这一步没有经过粗糙面  $S$  散射,在图 1 中用点划线箭头来表示.

第一种波和第二种波的干涉并不影响散射强度的角分布,它们仅导致总亮度的振荡,干涉类型对入射角的依赖决定于因子  $\exp(2ikH \times \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta_i})$  所确定的周期,第一种波和第三种波的干涉导致的散射功率的振荡对散射角的依赖决定于因子  $\exp(2ikH \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta_s})$  所确定的周期,在一般情况下,这一振荡周期并不依赖于波的极化和底层的介电常数,最

后第二种波和第三种波的干涉导致的散射功率的振荡依赖于下面给出的方程的最大值,此方程为

$$kH(\sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta_i} - \sqrt{\epsilon' - \sin^2 \theta_s}) = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (20)$$

### 3. 二维 fBm 分形粗糙面模型与微扰法近似

fBm 是一类具有分形特征的高斯随机函数,其模拟是基于高度起伏相关函数所对应的功率谱采用 Monte Carlo<sup>[24]</sup>方法进行的.对任意一个 fBm 分形粗糙面  $\alpha(x, y)$ ,它满足以下关系式:

$$P\{| \alpha(x, y) - \alpha(x', y') | < \zeta\}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi s \tau^H}} \int_{-\infty}^{\zeta} \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2s^2 \tau^{2H}}\right) d\zeta, \quad (21)$$

其中

$$\tau = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}, \quad (22)$$

$H$  称为 Hurst 指数  $0 < H < 1$ .对于 fBm 分形粗糙面,其分维  $D = 3 - H$ ,它与粗糙面粗糙程度有关,粗糙度越大,分维  $D$  也越大.实参量  $s$  是与粗糙面的特征长度  $T$ (粗糙面上斜率均方根为 1 的两点间的距离)有关的物理量,它实际上与粗糙面斜率分布有关, $s$  和  $T$  之间满足关系

$$s = T^{(1-H)}. \quad (23)$$

将(23)式代入(21)式可得

$$P\{| \alpha(x, y) - \alpha(x', y') | < \zeta\}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi T^{(1-H)} \tau^H}} \int_{-\infty}^{\zeta} \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2T^{(2-2H)} \tau^{2H}}\right) d\zeta. \quad (24)$$

fBm 分形粗糙面具有自仿射的性质,即如令  $\Delta\alpha(\tau) = \alpha(x, y) - \alpha(x', y')$ ,对任意  $a > 0$  ( $a$  为缩放因子)  $\Delta\alpha(a\tau)$  与  $a^H \Delta\alpha(\tau)$  有相同的统计特征,值得注意的是 fBm 虽为非平稳随机过程,但其结构函数  $D(\tau)$  却是平稳的(大多数实际粗糙面具有这一特征),它可以写为

$$D(\tau) = |\alpha(x, y) - \alpha(x', y')|^2$$

$$= s^2 \tau^{2H} = T^{(2-2H)} \tau^{2H}. \quad (25)$$

而对于一个二维 fBm 分形粗糙面,其功率谱满足

$$W_f = S_0 f^{-\alpha}, \quad (26)$$

其中

$$\alpha = 2 + 2H = 8 - 2D, \quad (27)$$

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

$$= \sqrt{(-k_s \sin \theta_s \cos \phi + k \sin \theta)^2 + (-k_s \sin \theta_s \sin \phi)^2}, \quad (28)$$

$S_0$  为一常数 ( $S_0 > 0$ ).

对于满足(21)式的自仿射 fBm 分形粗糙面,对所有  $\tau$ ,在任意小的尺度上均是连续不可导的,这对于基耳霍夫切平面近似是不适用的,我们常称此类粗糙面为“数学”上的 fBm 粗糙面,但对于满足(21)式的自然表面而言,取  $\tau_{\min} < \tau < \tau_{\max}$ ,对应于(26)式中的  $f_{\min} < f < f_{\max}$ ,电磁波照射到有限尺寸的表面,此时可将 fBm 表面视为“物理”上的粗糙表面.当粗糙面的有关参数  $\tau_{\min}, \tau_{\max}, T, D$  满足有关条件时(这些条件限于篇幅不再给出),可以采用微扰法处理此类粗糙面的散射问题.

分形函数具有负幂律谱,所以凡具有负幂律谱的过程都可用分形函数来模拟.

如果粗糙表面高度起伏可以用上述分形函数来表示,则根据 2 中所述微扰法,将(26)式代入(14)式,可得经过二维 fBm 分形分层介质粗糙面散射进入上半空间的电磁波的单位非相干散射截面为

$$\sigma_{ap}^0(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = \pi k_i^4 |\epsilon - 1|^2 |f_{ap}|^2 S_0 f^{-\alpha}. \quad (29)$$

这样,就可以得到二维 fBm 分形分层介质粗糙面电磁散射的散射系数如下:

$$\sigma = 10 \log_{10} \sigma_{ap}^0(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i). \quad (30)$$

微扰法要求粗糙表面标准离差小于入射电磁波长的 5%,除对粗糙表面标准离差的要求外,它还要求粗糙表面的平均斜度与波数和标准离差的乘积具有同一数量级,这两个条件用数学公式表示即为<sup>[1]</sup>

$$k\delta < 0.3, \quad (31)$$

$$\sqrt{2}\delta/l < 0.3. \quad (32)$$

在以下数值计算过程中,主要考虑发生在  $x$ - $z$  平面的电磁散射,在图 1 所示坐标系下,  $\phi = 0$ ,此时根据微扰法近似<sup>[2]</sup>,因  $k_i = k_s$ ,上述各式中  $f$  应为

$$f = -k_i \sin\theta_s + k_i \sin\theta_i. \quad (33)$$

以下我们主要应用(30)式研究二维 fBm 分形分层介质粗糙面的电磁散射.

在利用(30)式进行计算时,入射频率取为 10 GHz,入射角取为  $30^\circ$ .我们分别研究二维 fBm 分形分层介质粗糙面电磁散射系数的分形特征、基本特征、分区特征和随频率变化的特征,并对有关结果进行详细分析.

## 4. 数值计算结果和讨论

### 4.1. 分维对散射系数的影响

取  $\epsilon_1 = 80 + 30i, \epsilon = 1.6 + 0.01i, H = 10\lambda$ ,分别

取  $D = 2.05, D = 2.5, D = 2.95$ ,研究分维  $D$  对散射系数  $\sigma$  的影响,数值计算结果如图 2 所示.由图 2 可以看出,不同分维  $D$  对应的散射系数随散射角变化的曲线区别很大,分维  $D$  对散射系数  $\sigma$  的影响很大, $D$  越大,  $\sigma$  就越大.

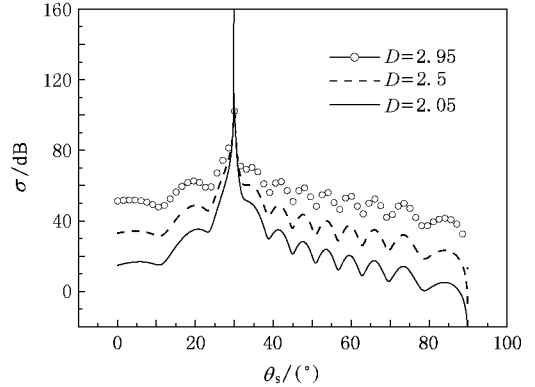


图 2 不同  $D$  下散射系数角分布

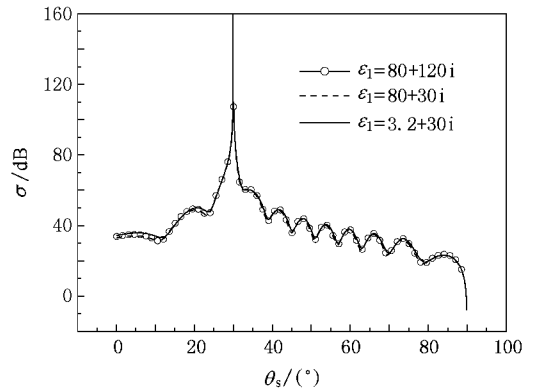


图 3 不同  $\epsilon_1$  下散射系数角分布

### 4.2. 底层介质介电常数对散射系数的影响

取  $\epsilon = 1.6 + 0.01i, H = 10\lambda, D = 2.5$ ,分别取  $\epsilon_1 = 3.2 + 30i, \epsilon_1 = 80 + 30i, \epsilon_1 = 80 + 120i$ ,研究底层介质介电常数对散射系数的影响,数值计算结果如图 3 所示.由图 3 可以看出,不同  $\epsilon_1$  对应的散射系数随散射角变化的曲线基本重合,可见底层介质介电常数对散射系数的影响很小.

### 4.3. 中间层介质介电常数对散射系数的影响

取  $\epsilon_1 = 80 + 30i, H = 10\lambda, D = 2.5$ ,分别取  $\epsilon = 1.6 + 0.01i, \epsilon = 3.2 + 0.01i, \epsilon = 3.2 + 0.1i$ ,研究底层介质介电常数对散射系数的影响,数值计算结果如

图4所示. 由图4可以看出,不同 $\epsilon$ 对应的散射系数随散射角变化的曲线区别是很明显的,在其他参数和 $\epsilon$ 的虚部一定的条件下, $\epsilon$ 的实部越大,散射系数就越大,散射系数角分布曲线振荡的频率越小,并且当 $\epsilon$ 的实部变为原来的2倍时,曲线振荡的频率变为原来的二分之一;在其他参数和 $\epsilon$ 的实部一定的条件下, $\epsilon$ 的虚部越大,散射系数就越小,曲线振荡的振幅越小,当虚部达到某一值时,曲线几乎不发生振荡. 可见散射系数对 $\epsilon$ 的变化是非常敏感的,这一结论对环境遥感等雷达工程问题来说是颇有价值的.

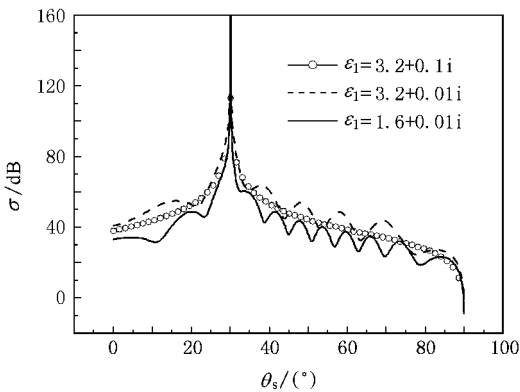


图4 不同 $\epsilon$ 下散射系数角分布

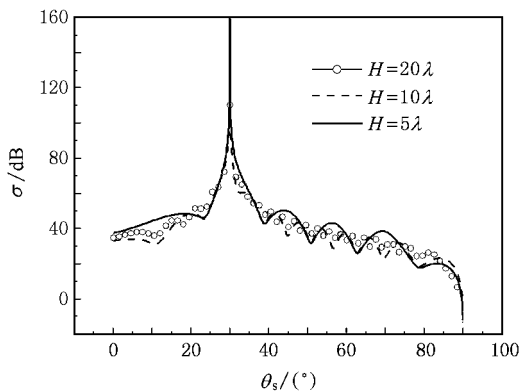


图5 不同 $H$ 下散射系数角分布

#### 4.4. 中间层厚度对散射系数的影响

图5计算了 $\epsilon_1 = 80 + 30i$ ,  $\epsilon = 1.6 + 0.01i$ ,  $D = 2.5$ ,不同中间层介质厚度 $H = 5\lambda$ ,  $H = 10\lambda$ ,  $H = 20\lambda$ 对应的 $\sigma$ 随散射角 $\theta_s$ 的变化曲线. 不难看出,在其他参数一定的条件下, $H$ 越大,曲线振荡的频率越大,振幅越小,并且当 $H$ 增大到原来的两倍时,曲线

振荡的频率也增大到原来的两倍,这一结果在 $40^\circ < \theta_s < 70^\circ$ 的范围内是近似成立的,这一结果对于平面波入射二维fBm分形分层介质粗糙面的电磁逆散射问题具有重要的意义.

## 5. 二维fBm分形分层介质粗糙面电磁散射系数的基本特征

根据4中的数值计算结果,可以得到二维fBm分形分层介质粗糙面散射系数的分形特征和基本特征,总结如下.

### 5.1. 分形特征

分维对散射系数的影响很大,在其他条件不变的情况下,分维越大,散射系数就越大,所以在用分形粗糙面代替真实粗糙面时,一定要选择合适的分维.

### 5.2. 基本特征

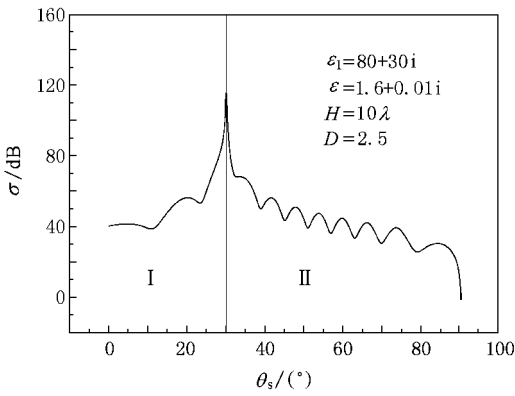
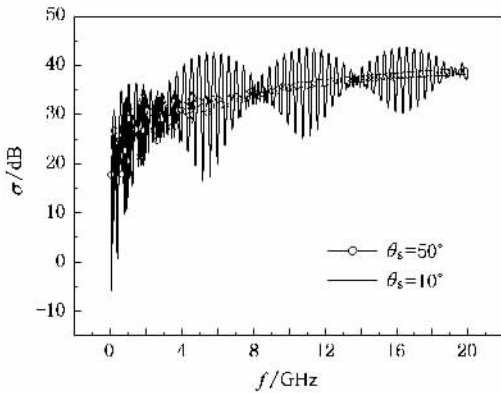
1)底层介质介电常数 $\epsilon_1$ 对散射系数的影响很小;

2)散射系数对中间介质介电常数 $\epsilon$ 的变化是非常敏感的,这一结论对环境遥感等雷达工程问题来说是颇有价值的;

3)中间介质厚度对散射系数的影响很大,当 $H$ 增大到原来的两倍时,曲线振荡的频率也增大到原来的两倍,这一结果对于平面波入射二维fBm分形分层介质粗糙面的电磁逆散射问题具有重要的意义.

### 5.3. 分区特征

从图2—图5可以看出,当入射频率一定、入射角一定时,对于HH极化,考虑不同参数对散射系数随散射角变化规律的影响是很相似的,取其中之一并作分区如图6所示,由此可得到二维fBm分形分层介质粗糙面散射系数的分区特征. 从图6不难看出,在平面波入射二维fBm分形分层介质粗糙面时,双站散射系数随散射角变化的曲线是振荡的,但还是有固定的规律可循,总体来说,当 $\theta_s < \theta_i$ 时(即在I区), $\sigma$ 随 $\theta_s$ 的增大而增大,曲线振荡得周期大、振幅小,当 $\theta_s = \theta_i$ 时,散射系数最大,而当 $\theta_s > \theta_i$ 时(即在II区), $\sigma$ 随 $\theta_s$ 的增大而减小,曲线振荡得非常明显,并且在 $\theta_s$ 接近 $90^\circ$ 时散射系数急剧减小.

图 6 不同  $l$  下散射系数角分布图 7  $\sigma$  随入射频率  $f$  的变化曲线

#### 5.4. 随频率变化的特征

为了进一步研究双站散射系数  $\sigma$  随入射频率  $f$  变化的特征,本文对此进行了数值计算,图 7 给出了数值计算结果,计算时各种参数的取值如下: $\epsilon_1 = 1.6 + 0.01i$ ,  $\epsilon = 80 + 30i$ ,  $H = 10\lambda$ ,  $\theta$  分别为  $10^\circ$  和  $50^\circ$ 。

对于一个确定的 fBm 分形分层介质粗糙面散射问题来讲,其分维、底层介质介电常数、中间介质的介电常数和厚度均是一定的。在这样的条件下研究对于一个确定的 fBm 分形分层介质粗糙面来说,当入射电磁波频率变化时,双站散射系数如何随频率

的变化而变化。

对于上述确定的二维 fBm 分形分层介质粗糙面来说,当不同频率的电磁波入射时,双站散射系数随频率的变化特征由图 7 得出。由图 7 可以看出:当  $\theta_s = 10^\circ$  时,双站散射系数随入射波频率的增大而增大,当入射波频率  $f < 3$  GHz 时,增大的速率很快,而当入射波频率  $f > 3$  GHz 时,增大的速率较慢,曲线振荡的振幅很大,当  $\theta_s = 50^\circ$  时,双站散射系数随入射波频率的增大而增大,当入射波频率  $f < 3$  GHz 时,增大的速率很快,而当入射波频率  $f > 3$  GHz 时,增大的速率较慢,曲线振荡的振幅很小。

大量数值计算结果表明:在折射面内( $\phi = 0^\circ$ ),对于 VV 极化,其透射系数的分形特征、基本特征、分区特征和随频率变化的特征与 HH 极化是相似的,限于篇幅,此处不再赘述。

## 6. 结 论

当平面电磁波入射到一分层介质粗糙面上时,发生在介质 1 中的电磁散射在诸多实际雷达工程问题中有着广泛的应用。本文基于微扰法得到了平面电磁波入射分层介质粗糙面上时散射系数的表达式,并且采用二维 fBm 分形粗糙面来模拟实际分层介质粗糙面,结合二维 fBm 分形粗糙面的功率谱导出了平面波入射二维 fBm 分形分层介质粗糙面的散射系数计算公式,通过数值计算得到了 HH 极化双站散射系数随散射角变化的曲线,讨论了分维、底层介质介电常数、中间介质介电常数和厚度及入射波频率对双站散射系数的影响。毫无疑问,这些结果在诸如在环境遥感、探地雷达、无线电传播与通信、粗糙面重构等电磁逆散射问题中有着广泛的应用。当然本文只是研究了底层介质介电常数、中间介质介电常数和厚度、粗糙面参数及入射波频率对一种比较简单的二维 fBm 分形分层介质粗糙面双站散射系数的影响,对于其他谱分布、更为复杂的分层介质粗糙面的散射问题还有待于进一步深入研究。

[1] Ulaby F T, Moore R K, Fung A K 1982 *Microwave Remote Sensing* Vol. II (London: Addison-Wesley Publishing)

[2] Ishimaru A 1978 *Wave Propagation and Scattering in Random Medium* (New York: Academic Press)

[3] Fung A K 1994 *Microwave Scattering and Emission Models and Their Applications* (London: Artech House)

[4] Ogilvy J A 1991 *Theory of Wave Scattering from Random Rough Surface* (Bristol: Institute of Physics Publishing)

- [ 5 ] Beckman P , Spizzichino A 1963 *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces* ( London , Oxford : Pergamon )
- [ 6 ] Voronovich A G 1999 *Wave Scattering from Rough Surfaces* , 2nd ed ( Berlin : Springer-Verlag )
- [ 7 ] Bass F G , Fuks I M 1979 *Wave Scattering from Statistically Rough Surfaces* ( Oxford : Pergamon )
- [ 8 ] Voronovich A G 1985 *Sov. Phys. JETP* **62** 65
- [ 9 ] Chamotskii M I , Tatarskii V I 1995 *Waves Random Media* **5** 361
- [ 10 ] Isers A B , Puzenko A A , Fuks I M 1991 *J. Electromagnetic Wave Appl.* **5** 1419
- [ 11 ] Bahar E 1981 *Radio Sci.* **16** 1327
- [ 12 ] Winebrenner D P , Ishimaru A 1985 *Radio Sci.* **20** 161
- [ 13 ] Brown G S 1991 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **39** 943
- [ 14 ] Kaganovskii Y S , Freilikher V D , Kanziiper E , Nafcha Y , Rosenbluh M , Fuks I M 1999 *J. Opt. Soc. Am. A* **16** 331
- [ 15 ] Zhuck N P 1997 *IEEE Trans. Anten. and Prop.* **45** 1774
- [ 16 ] Chamotskii M I , Tatarskii V I 1995 *Waves in Random Medium* **5** 361
- [ 17 ] Ren X C , Guo L X 2007 *Journal of Xidian University* **34** 590 ( in Chinese ) [ 任新成、郭立新 2007 西安电子科技大学学报 **34** 590 ]
- [ 18 ] Yang J L , Guo L X , Wan J W 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2106 ( in Chinese ) [ 杨俊岭、郭立新、万建伟 2007 物理学报 **56** 2106 ]
- [ 19 ] Wang Y H , Guo L X , Wu Z S 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5191 ( in Chinese ) [ 王运华、郭立新、吴振森 2006 物理学报 **55** 5191 ]
- [ 20 ] Guo L X , Wang Y H , Wu Z S 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 96 ( in Chinese ) [ 郭立新、王运华、吴振森 2005 物理学报 **54** 96 ]
- [ 21 ] Liu Y , Wei E B , Hong J L *et al* 2006 *Chin. Phys.* **15** 2175
- [ 22 ] Guo L X , Wang Y H , Wu Z S 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5130 ( in Chinese ) [ 郭立新、王运华、吴振森 2005 物理学报 **54** 5130 ]
- [ 23 ] Guo L X , Wang Y H , Wu Z S 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5815 ( in Chinese ) [ 郭立新、王运华、吴振森 2006 物理学报 **55** 5815 ]
- [ 24 ] Thorsos E 1988 *J. Acoust. Soc. Am.* **83** 78

## Investigation on the characteristics of electromagnetic scattering from 2-D fBm rough surface of layered medium \*

Ren Xin-Cheng<sup>1,2)</sup> Guo Li-Xin<sup>1)</sup>

<sup>1</sup> *School of Sciences, Xidian University, Xi'an 710071, China*

<sup>2</sup> *College of Physics and Electronic Information, Yanan University, Yan'an 716000, China*

( Received 30 August 2007 ; revised manuscript received 2 November 2007 )

### Abstract

The electromagnetic scattering from the rough surface of layered medium with plane wave incidence is investigated. A 2-D fBm fractal rough surface is used to simulate the natural rough surface of layered medium, and the formulae of the scattering coefficient of the 2-D fBm fractal dielectric rough surface of layered medium with the plane wave incidence is derived by using the small perturbation method in association with the power spectrum density of 2-D fBm fractal rough surface. The angular distribution of the bistatic-scattering coefficient of HH polarization are obtained by numerical computation, the influence of fractal dimension, the permittivity of substrate medium, the permittivity and the mean layer thickness of intermediate medium, the surface roughness parameters and the frequency of the incident wave on the bistatic-scattering coefficient is discussed. The fractal characteristics, the basic characteristics, the zonal characteristics and the characteristics with varying frequency of the scattering coefficient from 2-D fBm fractal rough surface are obtained.

**Keywords** : electromagnetic scattering , 2-D fBm fractal rough surface , layered medium , small perturbation method

**PACC** : 4110H , 4120

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 60571058 ), and the National Defense Foundation of China.

† E-mail : yauxchren@yahoo.com.cn