

等衍射超短脉冲厄米高斯光束在自由空间中的 传输及其时空耦合效应^{*}

陆大全¹⁾²⁾ 胡 巍^{1)†} 钱列加²⁾ 范滇元²⁾

1) 华南师范大学光子信息技术广东省高校重点实验室, 广州 510631)

2) 复旦大学光科学与工程系先进光子学材料与器件国家重点实验室, 上海 200433)

(2007 年 10 月 30 日收到, 2007 年 12 月 8 日收到修改稿)

从超短脉冲光束的傍轴传输方程出发, 得出了描述任意脉冲形式驱动的等衍射超短脉冲厄米高斯光束在自由空间中的解析表达式. 并通过例子研究了超短脉冲厄米高斯光束的传输性质. 结果表明: 在传输过程中, 由于群速度的空间分布不均匀性, 会导致超短脉冲光束的脉冲时间延迟, 并进而导致了在脉冲不同位置处光束横向分布严重偏离了厄米高斯函数. 另外, 在传输过程中, 发现不同阶数的脉冲厄米高斯光束会发生不同次数的极化反转. 并用脉冲光束的群-相速度差对这一现象进行了解释.

关键词: 超短脉冲, 厄米高斯光束

PACC: 4225B, 4225F

1. 引 言

近十几年来, 随着固体激光器技术的发展, 人们已经能够产生几周期甚至是亚周期的脉冲光束^[1], 无论在自由空间^[2,3], 线性介质^[4,5]还是非线性介质^[6,7]中, 其传输性质都由于时空耦合效应的存在而与准单色光束有着很大的区别. 在前人的研究中, 很多超短脉冲所特有的现象, 诸如时间微分效应、光周期缩短、脉冲的时间延迟、红移等效应都得到了深入的研究^[8-21].

对于一个具体的脉冲光束, 如果知道了其解析表达式, 则可以方便而直观地研究其传输性质. 因此对于脉冲光束的求解一直是脉冲光束传输研究的一个重要内容. 在过去的十几年里, 已经得到了一些脉冲光束的解析解, 如超短脉冲高斯光束^[2]、非正弦振荡脉冲光束^[17]等都得到了研究. 上述解都是基于各频谱分量等衍射的高斯光束(即零阶厄米高斯光束)的相干叠加而得到的, 在数学处理上, 可由频谱分量直接作反傅里叶变换而得到超短脉冲形式的

解. 但对于高阶的脉冲厄米高斯光束而言, 由于数学处理上的复杂性, 还难以从方程直接得到解析解. 并且由于等衍射脉冲厄米高斯光束是等价共焦腔的高阶输出模式, 因此有必要探索其解析形式并对其传输性质进行研究.

本文从超短脉冲光束的傍轴传输方程出发, 运用级数展开的方法得出了一个描述任意脉冲形式驱动的等衍射超短脉冲厄米高斯光束在自由空间中的解析表达式. 此脉冲光束的脉冲形式为任意形式. 其各频谱分量具有同样的衍射距离, 并且各频谱分量的横向空间分布为厄米高斯光束. 我们对这一超短脉冲光束在自由空间中的传输性质进行了详细研究. 结果表明, 在等衍射超短脉冲厄米高斯光束的传输过程中, 会有明显的时空耦合效应: 由于群速度的空间分布不均匀性, 会导致超短脉冲光束上的延迟, 并进而导致了在脉冲不同位置处光束横向分布严重偏离了厄米高斯函数; 另外, 在传输过程中, 发现不同阶数的脉冲厄米高斯光束会发生不同次数的极化反转. 并用脉冲光束的群-相速度差对这一现象进行了解释.

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60538010, 10335030, 10376009, 10674050), 高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20060574006), 上海市科学技术委员会(批准号: 05JC14005, 05SG02), 广东省高等学校科技创新团队项目(批准号: 06CXTD005)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: huwei@scnu.edu.cn

2. 等衍射超短脉冲厄米高斯光束的解析表达式

在自由空间中, 矢量光场 $E(\mathbf{r}, z, t)$ 的传输由波动方程决定, 即

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \partial_t^2\right) E(\mathbf{r}, z, t) = 0, \quad (1)$$

引入随动坐标 $t' = t - z/c$, $z' = z$, 并考虑到对于脉冲长度在一个振荡周期以上的脉冲光束, 我们可以用其载波频率和包络来表示为 $E = \Psi(\mathbf{r}, z', t) \times \exp(i\omega_0 t')$ ^[6, 18, 19] 这里 $\omega_0 = 2\pi/T_0$ 和 T_0 分别为载波频率及其振荡周期. 则对其包络有

$$\left[\nabla_{\perp}^2 + \partial_{z'}^2 - 2i \frac{\omega_0}{c} \partial_{z'} \left(1 - \frac{i}{\omega_0} \partial_{t'}\right)\right] \Psi = 0, \quad (2)$$

这里 $\nabla_{\perp}^2 = \partial_{xx} + \partial_{yy}$, $k_0 = \omega_0/c$, 对于光束束腰大于几个波长的光束, 傍轴近似可以得到较好的满足, 因此, 方程 (2) 可简化为

$$\left[\nabla_{\perp}^2 - 2i \frac{\omega_0}{c} \partial_{z'} \left(1 - \frac{i}{\omega_0} \partial_{t'}\right)\right] \Psi = 0. \quad (3)$$

对上式作傅里叶变换可得频域中频谱分量 ω 的传输方程

$$\left[\nabla_{\perp}^2 - 2i \frac{\omega}{c} \partial_{z'}\right] \tilde{\Psi} = 0. \quad (4)$$

前人已经证明, 对于等价共焦腔产生的等衍射光束, 形如

$$\begin{aligned} & \tilde{\Psi}_{mn}(\mathbf{r}, z', \omega) \\ &= \frac{A_{mn} w_0(\omega)}{u(\omega, z')} H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{u(\omega, z')}\right) \\ & \times H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{u(\omega, z')}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2(\omega, z')}\right) \\ & \times \exp\left\{-i\left[\frac{\omega r^2}{2cR(z')} - (m+n+1)\tan^{-1}\frac{z'}{z_0}\right]\right\} \end{aligned} \quad (5)$$

的厄米高斯光束为方程 (4) 的一个特解, 式中 $r^2 = x^2 + y^2$, $H_m(\cdot)$ 及 $H_n(\cdot)$ 分别为 m 阶和 n 阶厄米多项式, $w_0(\omega)$ 为频率为 ω 的频谱分量的束腰宽度, $u(\omega, z')$ 为 z' 位置处的光束束宽, $R(z')$ 为 z' 位置处的光束曲率半径, z_0 为瑞利距离 (对于本文所要研究的等衍射厄米高斯光束, z_0 对于任意频谱分量都为常数). 它们各自的表达式分别为

$$w_0(\omega) = \sqrt{2z_0 c / \omega},$$

$$u(\omega, z') = w_0(\omega) \left[1 + \left(\frac{z'}{z_0}\right)^2\right]^{1/2},$$

$$R(z') = z \left[1 + \left(\frac{z_0}{z'}\right)^2\right],$$

$$z_0 = \frac{\omega_0 w_0^2(\omega_0)}{2c}.$$

对于任意频谱分布 $\tilde{P}(\omega - \omega_0)$ 的超短脉冲厄米高斯光束, 其时域的分布可表示为

$$\begin{aligned} & \Psi_{mn}(\mathbf{r}, z', t') \\ &= \int \frac{A_{mn}}{\sqrt{1 + \left(\frac{z'}{z_0}\right)^2}} H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{u(\omega, z')}\right) \\ & \times H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{u(\omega, z')}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2(\omega, z')}\right) \\ & \times \exp\left\{-i\left[\frac{\omega r^2}{2cR(z')} - (m+n+1)\tan^{-1}\frac{z'}{z_0}\right]\right\} \\ & \times \tilde{P}(\omega_0 - \omega) \exp[i(\omega - \omega_0)t'] d\omega, \end{aligned} \quad (6)$$

由于数学处理上的复杂性, 很难直接从上式中得到超短脉冲厄米高斯光束在时间域的解析表达式. 但是我们注意到, 对于脉冲长度为几个振荡周期的超短脉冲, 脉冲频谱宽度远小于其中心频率 ω_0 , 因此可将上式中厄米高斯光束的相位和振幅分别在中心频率 ω_0 处作泰勒展开, 有

$$\begin{aligned} & \Psi_{mn}(\mathbf{r}, z', t') \\ &= \frac{A_{mn}}{\sqrt{1 + \left(\frac{z'}{z_0}\right)^2}} \\ & \times \exp\left\{-i\left[\frac{\omega r^2}{2cR(z')} - (m+n+1)\tan^{-1}\frac{z'}{z_0}\right]\right\} \\ & \times \int \left[\sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\omega - \omega_0)^j}{j!} \partial_{\omega}^j\right]_{\omega=\omega_0} H_{mng} \tilde{P}(\omega - \omega_0) \\ & \times \exp\left[i(\omega - \omega_0)\left[t' - \frac{r^2}{2cR(z')}\right]\right] d\omega, \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$H_{mng} = H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{u(\omega, z)}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{u(\omega, z)}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2(\omega, z)}\right),$$

上式等价于

$$\begin{aligned} & \Psi_{mn}(\mathbf{r}, z', t') \\ &= \frac{A_{mn}}{\sqrt{1 + \left(\frac{z'}{z_0}\right)^2}} \\ & \times \exp\left\{-i\left[\frac{\omega_0 r^2}{2cR(z)} - (m+n+1)\tan^{-1}\frac{z'}{z_0}\right]\right\} \\ & \times [H_{mng} - i\partial_{\omega} H_{mng} \partial_{t'} - \partial_{\omega}^2 H_{mng} \partial_{t'}^2 + \dots]_{\omega=\omega_0} \\ & \times P\left(t' - \frac{r^2}{2cR(z)}\right), \end{aligned} \quad (8)$$

其中

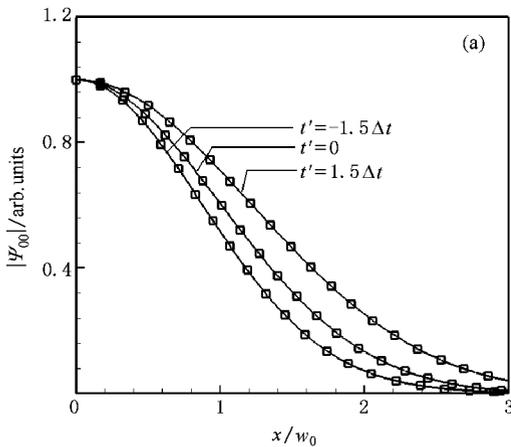
$$P(t) = \int \tilde{P}(\omega - \omega_0) \exp[i(\omega - \omega_0)t] d\omega$$

为 $r = z = 0$ 位置处频谱分布的反傅里叶变换,即在时域中的任意脉冲形式。

方程(8)为本文的主要结果。由方程(8),可以定量地得到任意脉冲形式 $P(t)$ 驱动的超短脉冲厄米高斯光束的时空分布。如后面例子中所看到的,对于脉冲长度在数个振荡周期的等衍射脉冲厄米高斯光束,在方程(8)中取到二阶修正已经可以提供很好的修正精度。因此方程(8)可为研究任意脉冲形式驱动的等衍射厄米高斯光束的传输性质提供一个方便而快捷的工具。

3. 例子与讨论

对于 $(0,0)$ 模的高斯脉冲厄米高斯光束(即通常所说的高斯脉冲高斯光束),数学上的处理较为简便,可直接由方程(3)得到其解析解(由 Porras 提出^[2])



$$\Psi_{00}^{(a)}(\mathbf{r}, z', t') = \exp\left[-\frac{\left(t' - \frac{r^2}{2c(z' + iz_0)}\right)^2}{\Delta t^2}\right] \times \frac{iz_0}{z' + iz_0} \exp\left[\frac{-i\omega_0 r^2}{2c(z' + iz_0)}\right], \quad (9)$$

式中 Δt 为脉冲宽度。

而由方程(8)得到的高斯脉冲高斯光束解则为

$$\Psi_{00}^{(b)}(\mathbf{r}, z', t') = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{z'}{z_0}\right)^2}} \exp\left\{-i\left[\frac{\omega_0 r^2}{2cR(z')} - \tan^{-1}\frac{z'}{z_0}\right]\right\} \times [H_{00g} + i\partial_\omega H_{00g} \partial_{t'} - \partial_\omega^2 H_{00g} \partial_{t'}^2]_{\omega = \omega_0} \times \exp\left[-\frac{\left(t' - \frac{r^2}{2cR(z')}\right)^2}{\Delta t^2}\right]. \quad (10)$$

式中 $H_{00g} = \exp\left(-\frac{r^2}{w^2(\omega, z)}\right)$, 在上式中我们取到了二阶的解,并用它与 Porras 的直接解析解(方程(9))作比较以检验我们所得解的可靠性。

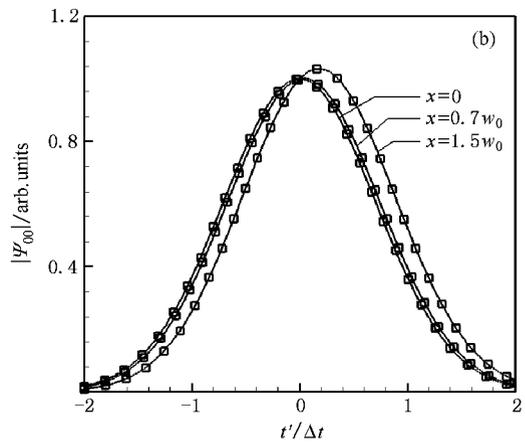


图1 由本文所得二阶高斯脉冲高斯光束解(方程(10))与 Porras 的直接解析解(方程(9))的比较(参数取为 $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$, $w_0(\omega) = 10\lambda_0$, $\Delta t = T_0$, λ_0 和 T_0 分别为载波频率的波长和振荡周期。图中实线表示本文所得二阶高斯脉冲高斯光束解的结果,方块符号表示 Porras 的直接解析解的结果)(a)在不同脉冲时间位置处的横向空间分布;(b)在不同横向位置处的脉冲时间分布

在图1中,对方程(9)和方程(10)所得结果进行了比较,发现我们所得方法的二阶结果(方程(10))已经与 Porras 的解析解(方程(9))符合得很好。因为方程(10)是由方程(6)直接积分得到的,因此可以看作是精确解。由图1的比较可以看出,对于脉冲长度在一个周期以上的脉冲高斯光束,二阶结果

已经能够很好地描述其传输性质了。因此我们在后续的例子中,均采用了二阶的结果对超短脉冲高阶厄米高斯光束的传输过程进行研究。

在图2至图6中,作为例子,我们研究了 $(3,0)$ 模的高斯脉冲厄米高斯光束的传输性质,根据方程(8) $(3,0)$ 模的超短脉冲厄米高斯光束可表述为

$$\Psi_{30}(\mathbf{r}, z', t') = \frac{A_{30}}{\sqrt{1 + \left(\frac{z'}{z_0}\right)^2}} \exp\left\{-i\left[\frac{\omega_0 r^2}{2cR(z')} - 4\tan^{-1}\frac{z'}{z_0}\right]\right\} \times [H_{30g} + i\partial_\omega H_{30g} \partial_{t'} - \partial_\omega^2 H_{30g} \partial_{t'}^2]_{\omega=\omega_0} \times \exp\left[-\frac{\left(t' - \frac{r^2}{2cR(z')}\right)^2}{\Delta t^2}\right], \quad (11)$$

式中

$$H_{30g} = H_3\left(\frac{\sqrt{2}x}{u(\omega, z')}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2(\omega, z')}\right).$$

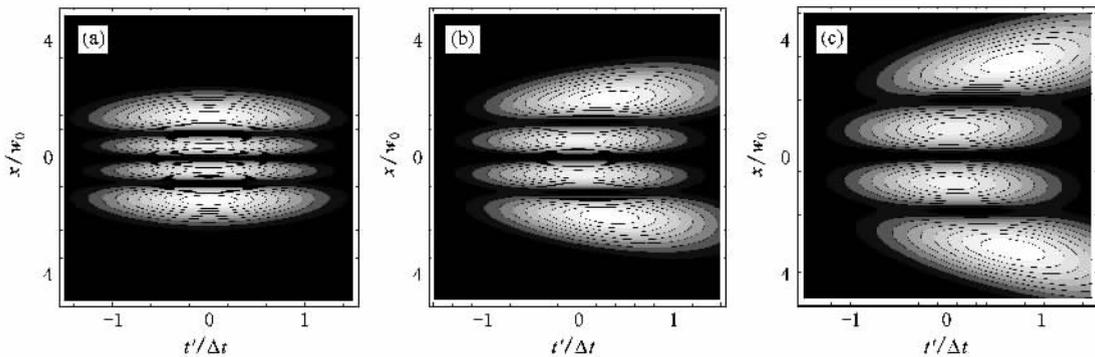


图 2 (3,0) 模厄米高斯光束在不同位置处的总体时空分布 (a) $z=0$ (b) $z=z_0$ (c) $z=2z_0$

这一延迟效应可从脉冲厄米高斯光束的群速度空间非均匀分布而得到解释. 脉冲厄米高斯光束的群速度可表示为

$$V_g^{(nm)} = \frac{1}{\sqrt{(\partial_x \varphi'_{\omega_0})^2 + (\partial_y \varphi'_{\omega_0})^2 + \left[\left(\partial_z - \frac{1}{c} \partial_{t'}\right) \varphi'_{\omega_0}\right]^2}}, \quad (12)$$

式中

$$\varphi'_{\omega_0} = t - \frac{r^2}{2cR(z')}.$$

方程 (12) 与模式阶数无关, 因此不同模式的脉冲厄米高斯光束具有相同的群速度空间分布. 如图 3 所示, 厄米高斯光束的群速度分布是空间不均匀的, 在轴上的群速度等于标准光速 c , 随着横向坐标 r 的增大, 群速度会越来越小于标准光速 c . 而在同一横向位置 r 处, 不同纵向位置 z 处的群速度也是不相等的: 在束腰处最小, 并随着纵向位置 $|z|$ 的增大而逐渐减小. 因此, 在传输过程中, 光束边沿处, 脉冲会有时间延迟, 并且越靠近光束的边沿其时间延迟越大.

在图 2—6 中的光束参数均取为 $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$, $w_0(\omega_0) = 10\lambda_0$, $\Delta t = T_0$, λ_0 和 T_0 分别为载波频率的波长和振荡周期.

图 2 演示了 (3,0) 模的厄米高斯光束从 $z' = 0$ 到 $z' = 2z_0$ 传输过程中脉冲光束 (x, t') 总体分布的演化. 从图中可以看到, 在 $z' = 0$ 处, 在 x 和 t' 方向上的分布均具有镜面对称性. 而随着传输距离的增加, 由于时空耦合效应的作用, 在光束边沿处, 能量会有时间延迟, 并且越靠近光束的边沿其时间延迟越大.

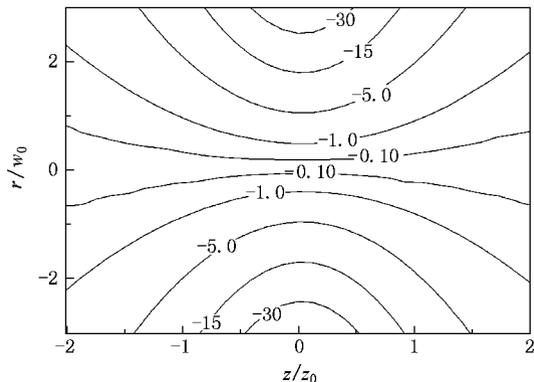


图 3 脉冲厄米高斯光束的归一化群速度 $V'_g = (V_g/c - 1) \times 10^4$ 的空间分布

为了更清晰地演示其时空耦合效应, 在图 4(a) (图 4(b)) 中, 我们画出了脉冲光束在 $z' = z_0$ 处不同横向位置 (时间) 处的时间 (横向) 细致分布. 发现在光束边沿处有脉冲的延迟, 随着 x 的增大脉冲的时间延迟会越来越大: 在光束中心轴附近 ($x = 0.1w_0$ 处) 脉冲的延迟非常小以致可以忽略, 在 $x = 1.0w_0$ 处脉冲延迟也仅为 $0.2T_0$, 到 $x = 2.0w_0$ 处则增加到

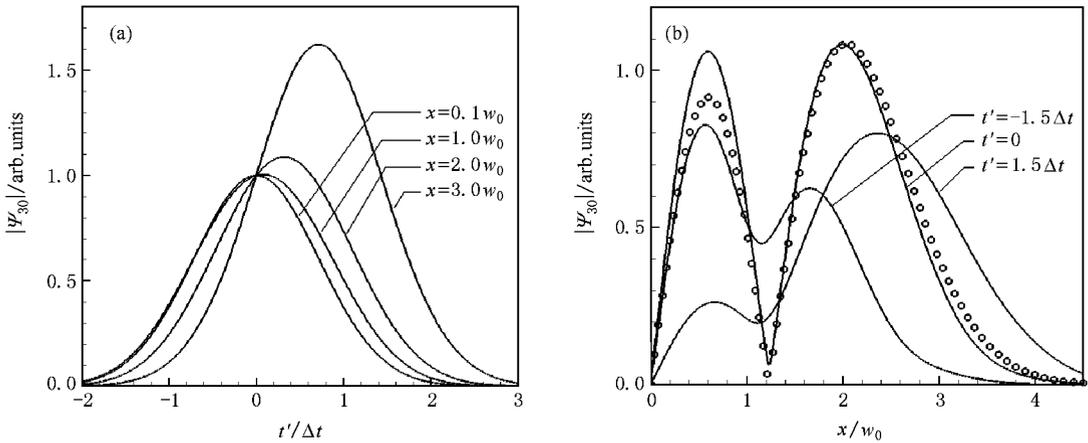


图 4 (3 0) 模厄米高斯光束在 $z' = z_0$ 处的时间与空间分布 (a) 在不同横向位置处的脉冲时间分布 ;(b) 在脉冲的不同时间位置处的横向空间分布 (为了更清晰地演示脉冲光束横向分布畸变,图(b)中还与厄米高斯函数 H_{30g} (用圆圈符号表示的曲线)作了比较)

$0.5T_0$, 当横向位置为 $x = 3.0w_0$ 时,延迟增加到了 $0.8T_0$. 对于一个单周期脉冲而言,已接近脉冲的半高全宽了. 这只是在 $z' = z_0$ 处的情况,而从图 2 和图 3 可知,随着传输距离的增大,光束边沿的延迟还会进一步增加.

由于时间的延迟效应,还会进一步导致光束横向分布的变化. 如图 4(b)所示:由于光束边沿处的脉冲能量向尾部的延迟,使得:1)在脉冲的头部和尾部,光束形状都严重偏离了厄米高斯函数 H_{30g} . 甚至在脉冲的中部,其形状与厄米高斯函数也有较大的偏离. 具体表现为在脉冲的头部,内峰明显强于外峰,而在脉冲尾部则是外峰明显强于内峰. 在脉冲的中部,相对于标准厄米高斯函数 H_{30g} ,也有外峰强度的相对减弱,或者说,内峰强度的相对加强. 2)由于边沿处的脉冲延迟,使得脉冲头部、中部和尾部处横向分布的外峰峰值所处的横向位置依次增加.

以上两点如果从能量的角度看,是由于光束边沿处的脉冲延迟效应,使得脉冲能量向尾部延迟,因此脉冲头部的能量分布相对于标准厄米高斯函数 H_{30g} 有大幅度的内移,脉冲中部的能量分布相对于标准厄米高斯函数 H_{30g} 有细微的内移,而脉冲尾部的能量分布则相对于标准厄米高斯函数 H_{30g} 有大幅度的外移.

在图 5 中,我们比较了在 $x = 0.1w_0, y = 0$ 位置处不同阶数的脉冲厄米高斯光束在传输过程中电场振荡的变化. 由图中可见,在从 $z = 0$ 到 $z = z_0$ 的传输过程中,振荡场的相位会有相对脉冲包络峰值(t'

$= 0$)的前向滑移. 随着模式阶数的增加,滑移的程度会越来越大. 当滑移积累到一定程度(π 或其整数倍)后,会发生振荡场的极化反转. 在图 5(a)~(d)中,(0 0)模、(1 0)模、(3 0)模、(3 4)模的厄米高斯光束在从 $z' = 0$ 到 $z' = z_0$ 的传输过程中的极化反转数分别为 $1/4$ 次、 $1/2$ 次、1 次和 2 次. 我们还对其他模式厄米高斯光束的极化反转情况进行了研究,发现从 $z = 0$ 到 $z = z_0$ 的传输过程中极化反转次数 N 和模式的阶数满足关系式 $N = (m + n + 1)/4$.

图 5 中的情况可用脉冲厄米高斯光束的相速度和群速度差别来解释. 厄米高斯光束的相速度可表述为

$$V_p^{(mn)} = \frac{\omega_0}{\sqrt{(\partial_x \varphi)^2 + (\partial_y \varphi)^2 + \left[\left(\partial_z - \frac{1}{c} \partial_t \right) \varphi \right]^2}}, \quad (13)$$

式中

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\omega_0 r^2}{2cR(z)} + (m + n + 1) \tan^{-1} \frac{z'}{z_0}.$$

由方程(13)与方程(12)比较可知,脉冲厄米高斯光束的相速度和群速度是不相等的,二者有群-相速度差

$$\Delta V^{(mn)} = V_p^{(mn)} - V_g^{(mn)}. \quad (14)$$

在图 6 中,画出了取不同阶数时群-相速度的差. 由图中可见,不同阶数的超短脉冲光束中均存在不同程度的群-相速度差,当传输过程中群-相速度差积累到一定程度时,就导致了脉冲的极化反转. 又因为脉冲群-相速度差会随着厄米高斯光束的阶数增加而增加,并且它们的大小如下关系:

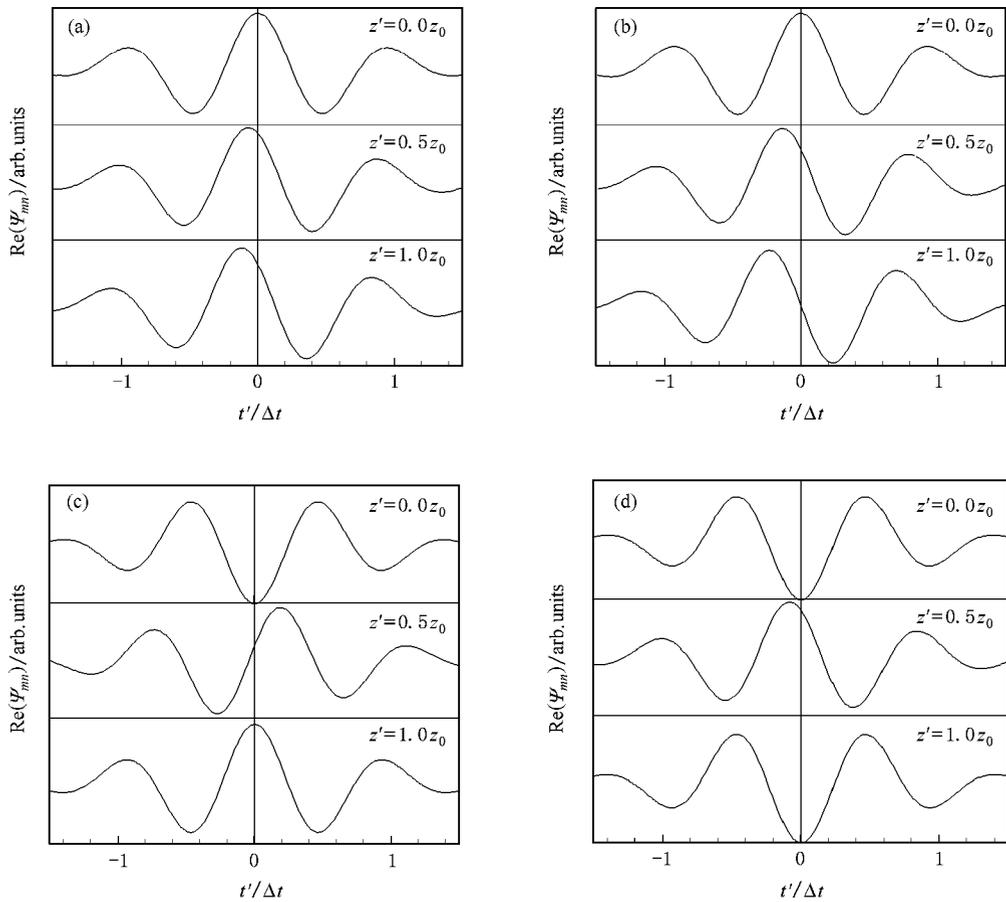


图 5 不同阶数脉冲厄米高斯光束在从 $z' = 0$ 到 $z' = z_0$ 传输过程中在 $x = 0.1w_0, y = 0$ 位置处电场振荡的变化 (a) $(0, 0)$ 模脉冲厄米高斯光束 ;(b) $(1, 0)$ 模脉冲厄米高斯光束 ;(c) $(3, 0)$ 模脉冲厄米高斯光束 ;(d) $(3, 4)$ 模脉冲厄米高斯光束

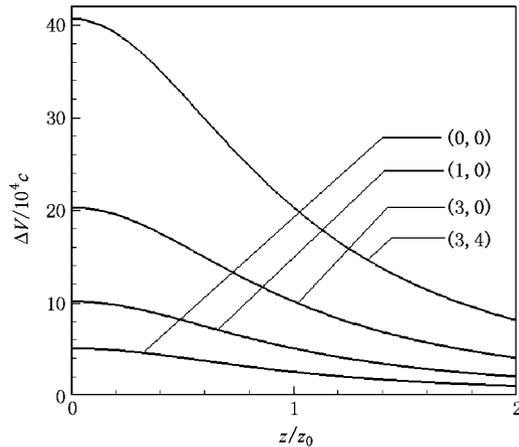


图 6 不同模式阶数的脉冲厄米高斯光束的归一化群-相速度差 $\Delta V^{(mn)} = \Delta V^{(mn)}/c \times 10^4$ 的纵向分布情况. 图中 (m, n) 表示 (m, n) 模脉冲厄米高斯光束情形下的结果

$$\Delta V^{(mn)} = (m + n + 1) \Delta V^{(00)},$$

因此,在传输过程中积累的相速度和群速度的滑移亦存在上式中的倍数关系,并进而导致了图 5 中不同阶数的脉冲厄米高斯光束的极化反转次数的倍数关系.

4. 结 论

在本文中,通过级数展开的方法得到了超短脉冲厄米高斯光束的解析解.并通过例子研究了超短脉冲厄米高斯光束的传输性质.结果表明:在传输过程中,由于群速度的空间分布不均匀性,会导致超短脉冲光束在时间上的延迟,并进而导致了在脉冲不同位置处光束横向分布严重偏离了厄米高斯函数.另外,在传输过程中,发现不同阶数的脉冲厄米高斯光束会发生不同次数的极化反转.并用脉冲光束的群-相速度差对这一现象进行了解释.从我们所得结果与已有的 $(0, 0)$ 模直接解析解的比较可知,

二阶的解已经可以比较精确地描述脉冲厄米高斯光束的传输性质. 这使得用我们所得到的公式可以快

速而有效地得到等衍射超短脉冲厄米高斯光束的时空分布.

- [1] Duling I N 1995 *Compact Sources of Ultrashort Pulses* III ed (New York : Cambridge Press)
- [2] Porras M A 1998 *Phys. Rev. E* **58** 1086
- [3] Kaplan A E 1998 *J. Opt. Soc. Am. B* **15** 951
- [4] Wu J H , Fu X Q , Wen S C 2006 *Acta Phy. Sin.* **55** 1840 (in Chinese] 吴锦花、傅喜泉、文双春 2006 *物理学报* **55** 1840]
- [5] Porras M A 1999 *Phys. Rev. A* **60** 5069
- [6] Brabec T , Krausz F 2000 *Rev. Mod. Phys.* **72** 545
- [7] Hu Y H , Fu X Q , Wen S C , Su W H , Fan D Y 2006 *Chin. Phys.* **15** 2970
- [8] Stingl A , Spielmann C , Krausz F , Szpös R 1994 *Opt. Lett.* **19** 204
- [9] Auston D H , Cheung K P , Valdmanis J A , Kleinman D A 1984 *Phys. Rev. Lett.* **53** 1555
- [10] Pshenichnikov M S , De Boeij W P , Wiersma D A 1994 *Opt. Lett.* **19** 572
- [11] Jepsen P U , Keiding S R 1995 *Opt. Lett.* **20** 807
- [12] Kaplan A E , Shkolnikov P L 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 2316
- [13] Belenov E M , Nazarkin A V 1994 *J. Opt. Soc. Am. A* **11** 168
- [14] Christov I P 1985 *Opt. Commun.* **53** 364
- [15] Ziolkowski R W , Judkins J B 1992 *J. Opt. Soc. Am. A* **9** 2021
- [16] Wang Z , Zhang Z , Xu Z , Lin Q 1997 *IEEE J. Quantum Electron.* **33** 566
- [17] Porras M A 1999 *J. Opt. Soc. Am. B* **16** 1468
- [18] Brabec T , Krausz F 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 3282
- [19] Porras M A 2001 *Opt. Lett.* **26** 44
- [20] Cai Y J , Lin Q 2004 *Chin. Phys.* **13** 1025
- [21] Liu Z J , L B D 2003 *Chin. Phys.* **12** 879

Propagation and spatiotemporal coupling of iso-diffraction ultra-short pulsed Hermite Gaussian beams in free space *

Lu Da-Quan^{1,2)} Hu Wei^{1)†} Qian Lie-Jia²⁾ Fan Dian-Yuan²⁾

1) *Laboratory of Photonic Information Technology , South China Normal University , Guangzhou 510631 , China)*

2) *State Key Laboratory for Advanced Photonic Materials and Devices , Department of Optical Science and Engineering , Fudan University , Shanghai 200433 , China)*

(Received 30 October 2007 ; revised manuscript received 8 December 2007)

Abstract

A family of solutions called iso-diffraction ultra-short pulsed Hermite Gaussian beams (UPHGB) are obtained based on the paraxial propagation equation. The propagation of UPHGB is investigated in detail. The examples shows that : the nonuniformly distributed group velocity causes the time delay at the beam periphery , which in turn induces the deviation of the transverse distribution from the Hermite Gaussian function. In propagation , the number of pulse polarity inverions varies with the order of the UPHGB. And this phenomenon originates in the difference between the group velocity and the phase velocity in UPHGB.

Keywords : ultra-short pulse , Hermite Gaussian beam

PACC : 4225B , 4225F

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (grant Nos. 10335030 , 60538010 , 10576009 and 10674050) , the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20060574006) , the Science and Technology Commission of Shanghai (grant Nos. 05JC14005 and 05SG02) , and the Program for Innovative Research Team of the Higher Education in Guangdong (Grant No. 06CXTD005).

† Corresponding author. E-mail huwei@senu.edu.cn