基于石英柱模型的光子晶体光纤异常布里渊散射 特性的理论研究*

黄俨*张巍王胤黄翊东彭江得

(清华大学电子工程系集成光电子学国家重点实验室,北京 100084) (2008年2月19日收到 2008年8月18日收到修改稿)

通过石英圆柱模型 理论研究了小芯径光子晶体光纤中混合声波模式的色散、模式耦合以及声光相互作用,理 论计算出了布里渊散射增益系数谱的双峰结构及其随抽运光波长和温度的演化规律.理论分析表明光子晶体光 纤中布里渊散射增益系数谱的双峰结构源于小芯径光子晶体光纤中混合声波模式之间的模式耦合.通过温度改 变导致的材料参数变化对声波模式色散特性的影响,特别是声波模式耦合点的移动,解释了双峰结构随外界温度 的变化规律.并且,通过理论计算与实验结果的对比讨论了石英圆柱模型的局限性和适用范围.

关键词:布里渊散射, 声光相互作用, 模式耦合, 光子晶体光纤 PACC: 4265B, 7820H, 4281D, 4270Q

1.引 言

光子晶体光纤(PCF)是一种包层为周期气孔微 结构的新型光纤,呈现出许多常规光纤不具备的特 点1一3〕为突破常规光纤技术的局限性带来了新的 希望,近年来,PCF 中布里渊散射(BS)特性的研究 逐渐引起重视,一些异常 BS 特性的发现为拓展光 纤 BS 的应用提供了新途径. 早期对 PCF 的 BS 特性 的研究中,很多异常的 BS 现象(比如谱展宽、非洛 伦兹谱型等 都被归结为制备过程不成熟造成的光 纤不均匀性[4]. 随着制备工艺的改进,人们逐渐发 现 PCF 有异于常规光纤的 BS 特性来自包层的周期 气孔微结构. 2003 年 Zou 等发现某种 PCF 的 BS 谱 出现多峰结构,并归结为光纤中不同声波模式与光 模作用的结果^[5],并用来进行温度与应力联合测量 的光纤布里渊传感实验^[6]. 2006 年 Dainese 等人还 在小芯径 PCF 中实验观察到了 BS 谱的多峰结构, 并就 PCF 的微结构包层对芯区声导模的影响作了 初步的理论分析[7].

最近,我们用外差检测法实验研究了一段小芯

径 PCR(芯径为 1.8 μm,空气孔半径为 0.89 μm)中异 常 BS 双峰结构随抽运波长(1530—1570 nm)与温度 (30—80°C)的演化^[8].结果表明 BS 双峰频率和峰 值的演化规律与声波模式耦合理论相符.

本文将 PCF 近似为石英圆柱,通过理论研究石 英圆柱中各阶声波模式的色散特性及声场与光场的 相互作用强度,计算出 BS 增益系数谱双峰结构及 其随抽运波长和温度的演化规律,理论证实了 PCF 中的异常 BS 双峰现象源于混合声波模式(包括纵 声波分量与剪切波分量的轴向-径向模式)间模式耦 合的结论,并通过与实验结果的对比讨论了石英圆 柱模型的局限性和适用范围.

2.理论方法

出现异常 BS 双峰现象的小芯径 PCF 往往空气 孔面积比很高。因此在理论分析中可以忽略纤芯周 围周期性排列的空气孔结构,将 PCF 近似为真空中 的石英圆柱.本文采用石英圆柱模型研究小芯径 PCF 中的异常 BS 双峰结构随抽运波长与温度的 演化.

† E-mail: huangyan06@mails.tsinghua.edu.cn

^{*} 国家重点基础研究发展计划(973)项目(批准号 2003CB314904) 国家自然科学基金(批准号 160777032)和清华信息科学与技术国家实验 室基础研究基金资助的课题。

2.1. 声波模式的色散关系和位移场

PCF 中的 BS 散射源于光纤中光场与轴向-径向 声波模式间的相互作用.采用自由边界条件研究石 英圆柱中声场的波动方程,可以得到石英圆柱中轴 向-径向声波模式的色散方程⁹¹

$$(V^2/2V_s^2 - 1)^2 \vartheta_1(ha)$$

=($V^2/V_D^2 - 1$ [$V^2/2V_S^2 - \mathcal{X}(ka$)], (1) 其中, V 是声波模式的等效声速, 有 $V = \omega/\beta$, ω 和β 分别是声波模式的角频率和纵向传播常数. V_D 是 石英材料的纵波声速,与材料的兰姆常数 λ, μ 和密 度ρ的关系是 $V_D = \sqrt{(\lambda + 2\mu)\rho}$; V_S 是石英材料的 横波声速, 有 $V_S = \sqrt{\mu/\rho}$. $\vartheta_p(x) = xJ_{p-1}(x)J_p$ (x),其中 $J_p(x)$ 是第 p 阶的贝塞尔函数. a 是石英 圆柱的半径, h 和 k 分别满足 $h^2 = \omega^2/V_D^2 - \beta^2$ 和 k^2 $= \omega^2/V_S^2 - \beta^2$. 利用特定温度下石英材料的杨氏模 量、泊松比、密度等参数(见(7)式)求解色散方程 (1),可以得到该温度下各阶轴向-径向声波模式的 色散关系,结合声场波动方程进而可以得到相应模 式的功率归一化声场.

2.2. 声光相互作用强度

PCF的 BS 增益系数谱中,每个尖峰对应光场与 不同的轴向-径向声波模式间的相互作用过程.在 石英圆柱模型中,光场与声场均不能采用弱导近似 进行计算,因此,声场通过弹光效应导致的介电常数 的变化有6个分量^[10],即

$$\begin{split} \Delta \varepsilon_{rr} &= -n^{4} (p_{11} S_{rr} + p_{12} S_{\phi\phi} + p_{12} S_{zz}), \\ \Delta \varepsilon_{\phi\phi} &= -n^{4} (p_{12} S_{rr} + p_{11} S_{\phi\phi} + p_{12} S_{zz}), \\ \Delta \varepsilon_{zz} &= -n^{4} (p_{12} S_{rr} + p_{12} S_{\phi\phi} + p_{11} S_{zz}), \\ \Delta \varepsilon_{rz} &= -2n^{4} p_{44} S_{rz}, \\ \Delta \varepsilon_{r\phi} &= -2n^{4} p_{44} S_{r\phi}, \\ \Delta \varepsilon_{\phiz} &= -2n^{4} p_{44} S_{\phiz}, \end{split}$$
(2)

其中,r, \$ 和 z 是圆柱坐标系的三个坐标分量, p₁₁, p₁₂和 p₄₄是石英材料的弹光系数, n 是石英的折射 率, S 是应变张量,由声场分布决定^[11]:

$$\begin{split} S_{rr} &= \partial u_r / \partial r , \\ S_{\phi\phi} &= \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\phi}}{\partial \phi} , \\ S_{zz} &= \partial u_z / \partial z , \\ S_{\phi z} &= \partial u_{\phi} / \partial z + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \phi} , \end{split}$$

$$S_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r},$$

$$S_{r\phi} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} + \frac{\partial u_{\phi}}{\partial r} - \frac{u_{\phi}}{r}, \qquad (3)$$

其中,_{u,},_{u,}和_u,是经过功率归一化后声场的三个 分量.声致介电常数变化的各分量与光场在石英柱 横截面上的交叠积分如下:

$$\begin{split} I_{rr} &= \omega_{op} \varepsilon_0 / 4 \iint E_r^* \Delta \varepsilon_{rr} E_r \times r dr d\phi , \\ I_{\phi\phi} &= \omega_{op} \varepsilon_0 / 4 \iint E_{\phi}^* \Delta \varepsilon_{\phi\phi} E_{\phi} \times r dr d\phi , \\ I_z &= \omega_{op} \varepsilon_0 / 4 \iint E_z^* \Delta \varepsilon_z E_z \times r dr d\phi , \\ I_{rz} &= \omega_{op} \varepsilon_0 / 4 \iint E_z^* \Delta \varepsilon_r E_r \times r dr d\phi , \\ I_{r\phi} &= \omega_{op} \varepsilon_0 / 4 \iint E_r^* \Delta \varepsilon_{r\phi} E_{\phi} \times r dr d\phi , \\ I_{\phiz} &= \omega_{op} \varepsilon_0 / 4 \iint E_{\phi}^* \Delta \varepsilon_{\phiz} E_z \times r dr d\phi , \end{split}$$

其中 , ω_{op} 是抽运光角频率 , ε_{0} 是真空介电常数 , E_{r} , E_{s} 和 E_{z} 是石英圆柱中光波模式功率归一化电场强 度分布的三个分量 ,可以通过求解石英圆柱中电磁 波动方程得到. 声光相互作用强度 I 则是(4)式中 各分量的总和 ,有

$$I = I_{rr} + I_{\phi\phi} + I_{zz} + I_{r\phi} + I_{rz} + I_{\phi z} .$$
 (5)

2.3. BS 增益系数谱

光纤中 BS 增益系数谱是各声波模式声光相互 作用贡献的叠加,每个声波模式对增益系数谱的贡 献大小与该模式与光场的相互作用强度 f⁽¹⁾成正 比. BS 增益系数谱 g(y)可以通过下式计算^[12,13]:

$$g(\nu) = \sum_{l} \left(\frac{4\pi n^{8} p_{12}^{2}}{\lambda_{p}^{3} \rho c \nu_{ac}^{(l)} \Delta \nu_{ac}^{(l)}} \times \frac{(\Delta \nu_{ac}^{(l)}/2)^{2}}{(\nu - \nu_{0} + \nu_{ac}^{(l)})^{2} + (\Delta \nu_{ac}^{(l)}/2)^{2}} \times I^{(l)} \right), \quad (6)$$

其中, ν 和 ν_0 分别是信号光和抽运光频率, λ_p 是抽运光波长,c为真空光速; $\nu_{ac}^{(1)}$ 为此抽运光波长下第l个声波模式的频率(即 BS 频移), $\Delta \nu_{ac}^{(1)}$ 是第l个声波模式所贡献的 BS 增益系数峰的半高全宽,由该声波模式声子寿命 $\tau^{(1)}$ 决定($\Delta \nu_{ac}^{(1)} = 1/\pi \tau^{(1)}$); $f^{(1)}$ 是第l个声波模式与光场的相互作用强度,由(2)—(5)式计算得到.

3.计算结果和讨论

我们利用石英圆柱模型对实验^[8]所用的小芯径

PCF 中声波模式特性和异常 BS 双峰结构进行理论 分析 理论上证实了 PCF 中的异常 BS 双峰现象源 于混合声波模式间的耦合.通过理论计算结果与实 验结果的比较,讨论了石英圆柱模型的局限性和适 用范围.

3.1. 声波模式间的模式耦合

根据实验所用小芯径 PCF 的几何结构,取石英 圆柱的半径为0.9μm.将80℃下石英材料的相关参 数代入声波模式色散方程(1),可以得到各阶轴向-径向声波模式的色散曲线,如图1所示.从模式间 的频差随纵向传播常数的变化关系可以看出声波模 式间存在模式耦合.最为明显的三处耦合在图1上 用虚线标识出,耦合频率分别位于7—8 GHz 之间、 10 GHz 附近和12—13 GHz 之间.

BS 过程的波矢匹配条件要求声波模式纵向传 播常数是抽运光纵向传播常数的 2 倍^[14].因此,在 给定石英圆柱半径的条件下,抽运光波长决定了参 与 BS 过程的声波模式的纵向传播常数.由此,可以 得到实验中(抽运光波长在 1530—1570 nm)参与 BS 过程的声波模式传播常数在 1.7—1.6 μm⁻¹. 从图 1 可以看出,此范围恰好对应频率在 10 GHz 附近的声 波模式耦合点.



图 1 温度 80℃,半径 0.9 µm 的石英圆柱中轴向-径向声波模式 族的色散曲线

3.2. BS 增益系数谱的双峰结构

通过声波模式色散方程(1)可以求出温度 80℃ 抽运光波长为 1530 nm 时石英圆柱的各阶声 波模式频率(即各 BS 增益系数峰的频移)及其功率 归一化的声场分布.由(2)--(6)式即可求出该条件 下石英圆柱的 BS 增益系数谱.图 2 是理论计算得 到的布里渊增益系数谱和实际测量的布里渊散射 谱.理论计算结果如图 2(a)所示,可以看到明显的 双峰结构,双峰对应图 1 中频率为 10 GHz 附近的两 耦合声波模式,频率分别为 9.94 GHz 和 10.3 GHz. 两峰的宽度取实验中双峰的测量值,分别为 23.1 MHz 和 30.1 MHz.理论计算得到的双峰结构与图 2 (b)所示布里渊散射谱测量结果符合.



图 2 温度 80℃时 PCF 的 BS 特性 (a)用石英圆柱模型理论计 算得到的 BS 增益系数谱 (b)实验测量得到的 BS 散射谱⁸ (抽 运波长为 1532.4 nm)

3.3. BS 增益系数谱随抽运光波长的演化

图 1 和图 2 的计算结果表明,在我们实验选取的抽运光波长范围和温度下,相互耦合的两个相邻 声波模式参与 BS 过程,产生了 BS 增益系数谱中的 双峰结构.进而,我们计算了双峰的频差和峰高比 随抽运光波长的演化,并与实验结果进行了比较,如 图 3 所示.图 (a)和(b)分别是双峰的频差和峰高 比的理论计算结果,表明双峰的频差随抽运光波长 增加先减小后增大,在 1541 nm 附近有最小值.从图 (b)可以看出 A 和 B 两峰高度的比值随抽运光波

的演化规律.

有专门讨论。

长增加而单调上升,在1543 mm附近达到两峰高度相 等.图3(c)和(d)是实验结果,可见石英圆柱模型 的理论计算与实验在演化趋势上一致,尤其在最 小双峰频差和等高双峰对应的抽运光波长上符合 很好.改变抽运光波长即是改变参与BS过程的声 波模式的传播常数,由此可见,两耦合声波模式的 色散关系决定了双峰的频差随抽运光波长的演化 规律.考虑到峰高值与声光相互作用强度,即声场 与光场的交叠积分,成正比,则两耦合声波模式的

328 2.010.5 A峰高/B峰高 **须率/GHz** 10.2 ŧ 324 1.09.9 峰高比/dB 频差/MHz 9 6 320 0.0 1520 1560 1600 抽运波长/nm 316 -1.0 B峰 *A*峰 312(b) (a) -2.01550 1530 1540 1550 1560 153015401560抽运波长/nm 抽运波长/nm 0.110 8 10 8 ■ A峰高/B峰高 温度=80°C 6 GHz 0.100 頭率/ 10. 峰高比/dB 颜率/GHz 2 0.090 10.5 1530 1540 1550 1560 0 波长/nm 0.080 -2B峰频率-A峰频率 -4 (d) 温度 80℃ (c) 0.070 -6 1540 1550 1560 1530 1530 1540 1550 1560 波长/nm 波长/nm

图 3 温度 80℃下 PCF的 BS 双峰结构随抽运光波长的演化 (a)用石英圆柱模型理论计算得到的双峰频率和频差与抽运光波长的关系; (b)用石英圆柱模型理论计算得到的双峰高度的比值与抽运光波长的关系;(c)实验测量得到的双峰频率和频差与抽运光波长的关系^[8]; (d)实验测量得到的双峰高度的比值与抽运光波长的关系^[8]

3.4. BS 增益系数谱随温度的演化

由温度变化引起的石英材料参数变化会改变声 波模式的色散曲线与声光相互作用强度,进而影响 BS 增益系数谱.石英材料的杨氏模量 E_x 泊松比 p_x 密度 ρ 以及折射率 n 随温度的变化规律如下^[15]:

$$E = (7.2684 + 1.285 \times 10^{-3} t)$$

- 4.4978 \times 10^{-7} t^{2} \times 10^{10} ,
$$p = 0.1664 + 2.8162 \times 10^{-5} t$$

$$-2.0696 \times 10^{-9} t^{2} ,$$

$$\rho = 2200.1704 - 4.0358 \times 10^{-3} t$$

$$+ 3.86 \times 10^{-7} t^{2} ,$$

$$n = 1.4435 + 2.1233 \times 10^{-5} t$$

$$+ 0.6 \times 10^{-8} t^{2} .$$
 (7)

图 4 是抽运光波长为 1530 nm 的情况下 ,30℃和 80℃下 10 GHz 附近声波模式色散曲线的计算结果. 从图 4 中可见温度升高引起材料参数的变化使得色 散曲线发生移动,对于特定的抽运光波长,参与 BS

声场分布随抽运光波长的变化决定了两峰高度比

BS 增益系数谱随抽运波长的演化趋势,而在绝对值

上与理论计算的 BS 增益系数谱没有可比性. 另一

方面,实验测量得到的双峰频差比大于理论计算结 果,这体现了石英圆柱模型的局限性,我们在3.5节

值得指出的是,实验测量的是与抽运条件相关的 BS 散射谱,它的双峰峰高比变化定性地反映了

过程的声波模式传播常数一定,这意味着声波模式 的频率,即 BS 增益系数谱双峰的频率,随温度的升 高而增加.图 5 是 BS 增益系数谱双峰结构随温度 演化的计算与实验结果.理论和实验结果均表明双 峰频率随温度变化的规律与图 4 的预测一致,如图 f(a)和(c)所示.其中,理论计算得到 A 峰频率随温 度的变化率是 0.944 MHz/C, B 峰是 1.072 MHz/C, 实验得到的 A 峰和 B 峰变化率分别是 1.03 MHz/C和 1.2 MHz/C,不但双峰频率随温度升高而增长的 总体趋势一致,双峰频率随温度的变化率理论与计 算也定量符合得很好.图f(b)和(d)是双峰高度的 比值随温度演化的理论计算和实验结果.可见随温 度增加双峰高度比值下降的总体趋势上理论与实验 结果一致.



图 4 抽运波长为 1530 nm 时理论计算得到的 30℃和 80℃下声 波模式色散曲线



图 5 抽运波长为 1530 nm 时 PCF 的 BS 双峰结构随温度的演化 (a)用石英圆柱模型理论计算得到的双峰频率与温度的关系;(b)用石英 圆柱模型理论计算得到的双峰频率与双峰高度的比值与温度的关系;(c)实验测量得到的双峰频率与温度的关系^[8];(d)实验测量得到的 双峰高度的比值与温度的关系^[8]

3.5. 石英圆柱模型的局限性和适用范围

计算结果表明,石英圆柱模型得到的 BS 增益 谱双峰结构随抽运光波长和温度的演化规律总体趋 势与实验相同,在最小双峰频差对应的抽运光波长, 等高双峰对应的抽运光波长和双峰频率随温度的变 化率上与实验结果符合很好.但计算得到的双峰频 差约 300 MHz 与实验测量值 约 100 MHz)相比偏大. 理论计算与实验测量结果间的差别体现了石英 圆柱模型的局限性.PCF中声波模式间的耦合来自 石英纤芯和带空气孔的光纤包层声学特性的不同. 石英圆柱模型忽略了PCF包层中的复杂结构,认为 纤芯外直接包围空气.这种近似使得石英圆柱模型 放大了PCF芯区与包层间声学特性的差别.因此, 与PCF相比石英圆柱中声波模式间的耦合作用更 强,由耦合模理论,这意味着模式耦合的发生范围更 大,耦合模式间频差更宽,耦合模式场分布随传播常 数的变化更缓.另一方面,在最小双峰频差对应的 抽运光波长和双峰频率随温度的变化率上石英圆柱 相过强并不影响对声模模式耦合点(对应的传播常 数和频率)的估计.

因此,石英圆柱模型反映了 PCF 中异常 BS 双 峰现象的物理本质,适合分析 PCF 中各种环境下的 声波模式耦合点位置,从而确定在 PCF 中观察到异 常 BS 双峰现象的实验条件.从定量分析的角度,石 英圆柱模型中声波耦合作用偏强,会带来一定误差. 对于包层空气面积比高的 PCF,如高非线性的蜂窝 型 PCF,石英圆柱模型是研究声波模式与光场相互 作用的很好的近似模型.

4.结 论

本文通过石英圆柱模型,系统研究了小芯径 PCF 中混合声波模式的色散、模式耦合以及声光相 互作用 理论计算出了 BS 增益系数谱的双峰结构 及其随抽运光波长和温度的演化规律,与实验结果 符合较好. 理论分析表明 PCF 中 BS 增益系数谱的 双峰结构源于小芯径 PCF 中混合声波模式之间的 模式耦合, 双峰结构随外界温度的变化规律可以由 温度改变导致的材料参数变化对声波模式色散特性 的影响 特别是由声波模式耦合点的移动来解释. 这对加深 PCF 中异常 BS 现象的理解,启发光纤中 BS 特性的新应用有指导意义,通过理论计算与实 验结果的对比可以看出石英圆柱模型虽然简单,但 是反映了小芯径 PCF 中声光相互作用的本质,能够 很方便地得到观察双峰结构的实验条件, 它的局限 性体现在对声波模式间的耦合作用估计过强 ,会在 BS 增益系数峰的频率计算中引入误差. 对于包层 空气面积比高的小芯径高非线性 PCF,石英圆柱模 型是研究其中声波模式与光场相互作用的很好的近 似模型.

- [1] Russell P S J 2003 Science 299 358
- [2] LiSG, LiuXD, HouLT 2003 Acta Phys. Sin. 52 2811 (in Chinese) [李曙光、刘晓东、侯蓝田 2003 物理学报 52 2811]
- [3] Cheng C F, Wang X F, Lu B 2004 Acta Phys. Sin. 53 1826 (in Chinese) [成纯富、王晓方、鲁 波 2004 物理学报 53 1826]
- [4] Lee J H , Yusoff Z , Belardi W , Ibsen M , Monro T M , Richardson D J 2002 Opt . Lett. 27 927
- [5] Zou L F , Bao X Y , Chen L 2003 Opt . Lett . 28 2022
- [6] Zou L F , Bao X Y , Shahraam A V , Chen L 2004 Opt . Lett. 29 1485
- [7] Dainese P , Russell P S J , Joly N , Kneight J C , Wiederhecker G S , Fragnito H L , Laude V , Khelif A 2006 Nat . Phys. 2 388
- [8] Zhang W, Wang, W, Pi Y Y, Huang Y D, Peng J D 2007 Opt. Lett. 32 2303

- [9] Thurston R N 1978 J. Acoust. Soc. Am. 64 1
- [10] Cheng K J, Nobuo G 1989 J. Lightwave Tech. 7 2018
- [11] Waldron R A 1969 IEEE Trans. Microwave Theory Tech. MTT-17 893
- [12] Thomas P J, Rowell N L, Driel H M, Stegeman G I 1979 Phys. Rev. B 19 4986
- [13] Zou W W, He Z Y, Hotate K 2006 IEEE Photonic Tech. Lett. 18 2487
- [14] Agrawal G P 1989 Nonlinear Fiber Optics (New York : Academic) p265
- [15] Zhao L J , Li Y Q , Li Z M , He Y J , Zhang F C , Yoshino T 2006 Proceedings of 1st IEEE International Conference on Nano/Micro Engineered and Molecular Systems 1327

Huang Yan[†] Zhang Wei Wang Yin Huang Yi-Dong Peng Jiang-De

(Electronic Engineering Department , State Key Lab on Integrated Opto-electronics , Beijing 100084 , China)
 (Received 19 February 2008 ; revised manuscript received 18 August 2008)

Abstract

Based on an approximate model for acoustic waves in a silica rod with circular cross section, we theoretically investigated the dispersion properties of the hybrid acoustical modes and the acousto-optical interactions in the small core photonic crystal fiber. The calculation result shows that the dual-peaked Brillouin scattering gain coefficient spectrum is caused by the mode coupling of the hybrid acoustical modes in the small fiber core. Together with the dispersion properties of the acoustical modes, the influence of the pump wavelength and temperature on the dual-peaked Brillouin scattering gain coefficient spectrum are also calculated via their influences on the acoustic wave vector and material parameters. Our theoretical results agree with the experimental results well. And we also discuss the limit of application of this model through comparing the theoretical and experimental results.

Keywords: Brillouin scattering, acousto-optical interaction, modes coupling, photonic crystal fibers PACC: 4265B, 7820H, 4281D, 4270Q

^{*} Project supported by the National Basic Research Program of China (973) (Grant No. 2003CB314904), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60777032) and Basic Research Foundation of Tsinghua National Laboratory for Information Science and Technology (TNList).

[†] E-mail: huangyan06@mails.tsinghua.edu.cn