## 霍尔推进器中振荡鞘层对电子与 壁面碰撞频率的影响研究\*

#### 于达仁\* 张凤奎 李 鸿 刘 辉

(哈尔滨工业大学能源科学与工程学院,哈尔滨 150001) (2008年5月18日收到2008年7月25日收到修改稿)

利用二维粒子模拟方法研究振荡鞘层对近壁电导的影响.研究结果表明,当二次电子发射系数大于1时,鞘层 处于振荡状态.在振荡鞘层状态下,电子与壁面的碰撞通量沿平行与壁面方向剧烈的周期性振荡,振荡的波长为电 子静电波波长量级,电子与壁面的碰撞频率高出经典鞘层状态下电子与壁面碰撞频率1—2个数量级,此时的碰撞 频率对通道中电流的贡献不可忽略.振荡鞘层相对与经典鞘层增大了电子与壁面的碰撞频率,但是振荡鞘层的存 在,仍然会使一部分慢电子无法穿越鞘层的势垒而打到壁面.

关键词:霍尔推进器,振荡鞘层,二次电子 PACC:5240K,5235F,5240H,5220F

### 1.引 言

霍尔推进器是一种广泛应用于航天器推进的等 离子体装置,目前,国内从事霍尔推进器研究的机构 非常少 研究力量也比较薄弱 针对霍尔推进器的研 究工作起步较晚,与国外相比,无论是在基础理论、 实验研究、数值模拟等各个方面都存在很大的差距, 而从事与霍尔推进器壁面鞘层相关的研究工作就更 少了 基本上还是空白,推进器壁面一般由绝缘陶瓷 (BN)构成,为了平衡电子和离子的通量,在绝缘壁 面附近会形成鞘层,而鞘层的存在会对电子与壁面 的碰撞频率产生重要的影响.研究结果表明 通道中 二次电子发射系数对推进器的鞘层有重要的影响. 当二次电子发射系数较大 鞘层的电势降会减小 当 二次电子发射系数大于某一阈值时,会形成空间电 荷饱和鞘层<sup>1]</sup>,Taccogna 采用一维 PIC 方法研究发 现 在推进器不同位置鞘层结构不同 在推进器的加 速区存在电荷饱和现象<sup>[2-4]</sup>. Morozov 和 Savel 'ev 基 于电子动力论的方法 进一步发现 随着二次电子发 射系数的升高 经典鞘层转变为空间电荷饱和鞘层, 此时壁面上的电荷和电势会随时间振荡[5,6],在振 荡鞘层状态下 慢电子也可能穿越鞘层的势垒而打

到壁面,增大了电子与壁面的碰撞频率,本文采用二 维粒子模拟方法,研究振荡鞘层对电子与壁面碰撞 频率的影响.研究结果表明,振荡鞘层增大了电子与 壁面的碰撞频率,而电子与壁面的碰撞频率是衡量 近壁传导最重要的参量之一,这个频率越大,近壁传 导引起的电流将越大.

#### 2. 数值模型

在推进器通道中典型参数:等离子体密度  $N = 10^{19}$ /m<sup>3</sup>,电子温度  $T_{e0} = 18 \text{ eV}$ ,磁场  $B = 200 \text{ C}(1G = 10^{-4}\text{T}),这样电子拉莫尔半径(~0.5 mm)远大于德拜长度(~0.01 mm),而鞘层一般只有几个德拜长度,所以电子认为是非磁化的.由于离子质量远远大于电子质量,离子的响应速度远远小于电子的响应速度,因此认为离子的密度和速度在鞘层内变化较小,离子速度和密度在计算区域内保持不变,离子取为背景,离子按照玻姆速度入射.$ 

模拟区域为平行于壁面的方向(z方向)200个 德拜长度和垂直于壁面方向(r方向)10个德拜长度 (如图1所示).网格在空间上均匀划分 模拟的空间 步长为 $\Delta z = \Delta r = 0.5\lambda_p$ ,时间步长为 $\Delta t = 0.1\omega_p^{-1}$ ,  $\lambda_p$ 为德拜长度, $\omega_p$ 为等离子体频率.

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号 160671012 )和长江学者和创新团队发展计划(PCSIRT)(批准号: IRT0520)资助的课题。

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail:yudaren@hcms.hit.edu.cn



图1 模拟区域

为了在鞘层边界形成准中性区域,在本文中,在 每个时间步长内,在距离鞘层边界( $r = r_0$ )的  $3\lambda_D$  长 度的范围内,均匀地布置电子,速度服从麦克斯韦分 布,电子和离子密度相等  $N = 10^{19}/m^3$ .在模拟区域的 左侧和右侧采用周期性边界条件.当一个电子打到 绝缘壁面后,电子可能存在积累在壁面上,打出一个 电子、打出两个电子三种情况.三种情况对应的概率 分别为<sup>[5]</sup>

$$W_0(\varepsilon) = P_0 \exp(-\varepsilon^2/\alpha_0^2), \qquad (1)$$

$$W_1(\varepsilon) = 1 - W_0(\varepsilon) - W_2(\varepsilon), \qquad (2)$$

$$W_2(\varepsilon) = 1 - \exp(-\varepsilon^2/\alpha_2^2), \qquad (3)$$

ε 为一次电子入射的能量 ,参数  $P_0$  , $\alpha_0$  , $\alpha_2$  的选取要 保证  $W_1(ε) \ge 0$  ,计算时取  $p_0 = 0.5$  , $\alpha_0 = 43.5$  , $\alpha_2 = 127.9$ . 认为发射的二次电子服从麦克斯韦分布 ,在 空间均匀分布 ,发射的二次电子的平均能量为通道 中电子温度的 1/ $3^{51}$ .在鞘层边界处( $r = r_0$ ),给定电 势  $\varphi = 0.$ 绝缘壁面( $r = r_x$ )的电势边界条件为

$$E = -\sigma/\varepsilon_0 , \qquad (4)$$

*E* 为电场 ,σ 为表面电荷密度 ,ε<sub>0</sub> 为真空介电常数; 计算区域的左右边界电势满足  $\partial \varphi / \partial z = 0$ .采用稀疏 矩阵的方法解各个点的电势分布 ,采用体积加权法 计算粒子所在位置( *z* ,*r* )处的等离子参数.根据霍 尔推进器的实验测量结果 ,可知通道中电子温度的 大致变化范围为( *T*<sub>a0</sub> = 9—50 eV )<sup>71</sup>,本文对通道中 六个不同的电子温度( *T*<sub>a0</sub> = 9,15,18,27,36,50 eV ) 来进行模拟.

#### 3. 数值模拟结果

当通道中电子温度较高( $T_{a0} = 27$ ,36,50 eV)时, 壁面二次电子发射系数大于 1,鞘层表现为振荡鞘 层的特性,壁面上的电荷和电势随时间周期性振荡, 振荡的频率为等离子体频率量级( $\omega \approx \omega_p$ );当通道 中电子温度较低( $T_{a0} = 9$ ,15,18 eV)时,壁面二次电 子发射系数小于1 鞘层表现为经典鞘层的特性,壁 面上的电荷和电势随时间保持不变.图2为振荡鞘 层和经典鞘层状态下壁面电势随时间的变化,而图 3为两种鞘层状态下壁面二次电子发射系数的 大小.



 $\begin{array}{c}
1. 20 \\
1. 10 \\
0. 90 \\
0. 80 \\
10 \\
20 \\
30 \\
40 \\
50 \\
\hline t_{e0}/eV
\end{array}$ 

图 3 二次电子发射系数随着电子温度的变化(*T*<sub>40</sub> = 9,15,18, 27,36,50 eV)

当鞘层处于振荡状态时,电子与壁面碰撞通量 沿着 z 方向剧烈的周期性振荡(图 4),振荡的波长 为电子静电波波长的量级,而在经典鞘层中电子与 壁面碰撞的通量沿着壁面分布比较均匀.振荡鞘层 状态下,电子与壁面碰撞通量的数值很大,要大于经 典鞘层中电子与壁面碰撞通量,但是要小于电子与 壁面特征碰撞通量 s<sub>w</sub>(图 5).s<sub>w</sub>,只和通道的面容比 有关,如下式所示:

$$s_{w0} = \frac{N \Delta v \nu_{ref}}{\Delta s} = \frac{N \nu_{ref}}{\eta} , \qquad (5)$$

这里取 ATON 发动机通道的参数 :特征频率  $\nu_{ref}$  =

 $\sqrt{kF_{00}/h}$ 为假设不存在鞘层状态下电子与壁面碰撞的频率 ,h 为通道宽度 ,N 为电子密度 , $\Delta v$  通道体积  $\Delta s$  为通道表面积 , $\eta$  为面容比 , $s_{00}$ 为 10<sup>25</sup>( 1/( m<sup>2</sup> ·s))这个数量级.



图 4 振荡鞘层状态下,电子与壁面碰撞通量沿 z 方向的分布



图 5 振荡鞘层状态下 电子与壁面碰撞通量随电子温度的变化 (T<sub>e0</sub> = 27 36 50 eV)

利用统计得到电子与壁面的碰撞通量  $s_w$ ,可以 求出电子与壁面的碰撞频率 :电子与壁面的碰撞通 量  $s_w$  乘以通道的面积  $\Delta s$  等于电子与壁面碰撞的总 量  $s_w \Delta s$  , $s_w \Delta s$  除以通道中总的电子数  $N \Delta v$  ,就是电 子与壁面的碰撞频率 ,同样这个频率只和通道的面 容比有关  $\eta$  (6)式所示 :

$$\nu_{\rm w} = \frac{s_{\rm w} \Delta s}{N \Delta v} = \frac{s_{\rm w} \eta}{N} , \qquad (6)$$

 $\Delta v$  为通道体积,利用(6)式,求出振荡鞘层状态下电 子与壁面碰撞频率  $\nu_{w2}$ (图6)和经典鞘层状态下电 子与壁面碰撞频率  $\nu_{w1}$ (图7).除此之外,根据经典 鞘层状态电子与壁面的碰撞频率(7)式能够得到的 经典参考频率  $\nu'_{w1}$ <sup>[8]</sup>

$$\nu'_{\rm w1} = \nu_{\rm ref} \cdot \exp(-|\varphi| / T_{\rm e0}), \qquad (7)$$

 $\varphi = T_{e0} \ln(1 - \delta) \sqrt{m_i (2\pi m_e)}$ 表示鞘层电势降, $m_i$ 为离子质量, $m_e$ 为电子质量, $\delta$ 表示二次电子发射 系数<sup>[9]</sup>,计算中二次电子发射系数 $\delta$ 数值根据发动 机中的实验结果选取<sup>[10]</sup>.从图 6 和图 7 中可以看 出,当鞘层处于振荡状态下,电子与壁面的碰撞频率  $\nu_{w2}$ 大于经典鞘层电子与壁面的碰撞频率  $v_{w1}1-2$  个 量级.



图 6 振荡鞘层状态下电子与壁面碰撞频率



图 7 经典鞘层状态下电子与壁面碰撞频率



图 8 振荡鞘层状态下电子与壁面的有效碰撞系数 文献 11 叶认为霍尔推进器中电子与壁面的碰

撞频率为~10<sup>6</sup>(1/s)(N = 10<sup>19</sup>/m<sup>3</sup>),并认为这个量级的频率不会对近壁电导产生贡献<sup>[11]</sup>.而实际上当鞘 层处于振荡状态时,电子与壁面的碰撞频率为10<sup>6</sup>— 10<sup>7</sup>(1/s),这个数量级的碰撞频率对霍尔推进器中电 流贡献是不可忽略的.

引入电子与壁面碰撞的有效系数  $\alpha$ :

$$\alpha_i = \nu_{wi} / \nu_{ref} , i = 2, 1,$$
 (8)

式中对应的是同一电子温度下的电子与壁面的碰撞 频率  $\nu_{wi}$ 和特征频率  $\nu_{rel}$ (*i*为 2表示振荡鞘层状态*,i* 为 1表示经典鞘层). 从图8和图9中可以看出,振



图 9 经典鞘层状态下电子与壁面的有效碰撞系数

荡鞘层状态下电子与壁面碰撞的有效系数  $\alpha_2$  大于 经典鞘层时有效碰撞系数  $\alpha_1$  一个数量级 ,这证实鞘 层振荡增加了一部分慢电子与壁面的碰撞.但是  $\alpha_2$ 小于1,即振荡鞘层状态下电子与壁面的碰撞频率  $\nu_{w2}$ 仍然小于特征频率  $\nu_{ref}$ ,从而也说明振荡鞘层的 存在虽然增加了电子与器壁的碰撞速度,但仍然有 大部分慢电子无法穿越鞘层势垒而与壁面碰撞.

#### 4.结 论

在经典鞘层状态下,二次电子发射系数小于1, 壁面相对与主流等离子体区电势降很大.因而鞘层 的势垒也很大,致使通道中慢电子无法穿越鞘层的 势垒而与壁面相撞,所以电子与壁面的碰撞频率很 小:~10<sup>6</sup>(1/s).在振荡鞘层状态下,二次电子发射系 数大于1,壁面电势大幅上升,壁面相对与主流等离 子体区电势降很小.因而,鞘层势垒变小,通道中一 部分慢电子能够穿过鞘层势垒而与壁面碰撞,所以 致使电子与壁面的碰撞频率很大:10<sup>6</sup>—10<sup>7</sup>(1/s).但 是振荡鞘层的存在,仍然使大部分慢电子无法穿越 鞘层势垒而与壁面碰撞.

- [1] Barral S , Makowski K , Peradzynski Z , Gascon N , Dudeck M 2003 Phys. Plasmas 10 4137
- [2] Taccogna F , Longo S , Capitelli M 2004 Phys. Plasmas , 11 1220
- [3] Taccogna F , Longo S , Capitelli M 2005 Proceedings of the 29th International Electric Propulsion Conference , Princeton ( Electric Rocket Propulsion Society , Fairview Park , OH , 2005 ) , Paper No. IEPC-2005-012
- [4] Taccogna F, Longo S, Capitelli M 2005 Phys. Plasmas 12 093506

- [5] Morozov , Savel 'ev V V 2002 Plasma Physics Reports 28 1017
- [6] Morozov, Savel 'ev V V 2004 Plasma Physics Reports 30 299
- [7] Raitses Y et al 2005 Physics of Plasma 12 057104
- [8] Keidar M , Boyd I D , Beilis I I 2001 Physics of Plasmas 8 5315
- [9] Hobbs G D, Wesson J A 1967 Plasma of Physics 9 85
- [10] Gascon N , Dudeck M , Barral S 2003 Physics of Plasmas 10 4123
- [11] Meezan N B , Cappelli M A 2002 Physics Review E 66 36401

# The effect of the oscillating sheath on the electron-wall collision frequency in Hall thruster\*

Yu Da-Ren<sup>†</sup> Zhang Feng-Kui Li Hong Liu Hui

( School of Energy Science and Engineering , Harbin Institute of Technology , Harbin 150001 , China )
 ( Received 18 May 2008 ; revised manuscript received 25 July 2008 )

#### Abstract

The effect of oscillating sheath on the near-wall conductivity is studied by using two-dimensional particle-in-cell (PIC) method. The results show that when the secondary electron emission (SEE) coefficient is greater than 1, the sheath is in the state of oscillation, in which the electron-wall collision flux periodically oscillates along the direction parallel to the wall, and the order of oscillating wavelength is the same as that of the electrostatic wavelength. The order of electron-wall collision frequency is 1—2 orders higher than the frequency of the classic shell state, and the contribution of collision frequency to the current in the channel cannot be neglected. Though the oscillating shell increases electron-wall collision frequency compared to classic shell, it prevents electron-wall collision at the same time.

Keywords : Hall thruster , collision sheath , secondary electron PACC : 5240K , 5235F , 5240H , 5220F

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60671012) and the Research Award Fund for Outstanding Young Teachers in Higher Education Institutions , China (Grant No. IRT0520).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail ;yudaren@hcms.hit.edu.cn