第 58 卷 第 4 期 2009 年 4 月
1000-3290/2009/58(04)/2141-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.58,No.4,April,2009

事件空间中单面非 Chetaev 型非完整系统 Nielsen 方程的 Mei 对称性与 Mei 守恒量*

贾利群[1)2)†]　张耀宇[2)]　罗绍凯[3)]　崔金超[1)]

1)(江南大学理学院,无锡 214122)
2)(平顶山学院电气工程学院,平顶山 467002)
3)(浙江理工大学数学力学与数学物理研究所,杭州 310018)
(2008 年 7 月 7 日收到;2008 年 8 月 22 日收到修改稿)

研究事件空间中单面非 Chetaev 型非完整系统 Nielsen 方程的 Mei 对称性和 Mei 守恒量.建立系统的运动微分方程,给出系统 Mei 对称性、弱 Mei 对称性、强 Mei 对称性的定义和判据,得到由 Mei 对称性直接导致的 Mei 守恒量的存在条件以及 Mei 守恒量的表达式.举例说明结果的应用.

关键词:事件空间, Nielsen 方程, 单面非 Chetaev 型非完整系统, Mei 守恒量
PACC:0320

1. 引　　言

20 世纪 70 年代,分析力学界开始认识到德国女科学家 Noether 于 1918 年所揭示的对称性与守恒量间的潜在关系[1]的科学价值.从此,关于对称性与守恒量的研究蓬勃发展[2—6].近年来,Mei 对称性的研究取得了一些成果[7—20].但是,长期以来,在分析力学理论中占据重要地位的三大力学体系之一[21]的 Nielsen 方程 Mei 对称性与 Mei 守恒量的研究成果却较少.王树勇和梅凤翔给出了 Nielsen 方程的形式不变性的定义和判据,研究了形式不变性和 Noether 对称性间的关系[22];方建会等研究了非保守力学系统 Nielsen 方程的形式不变性[23];乔永芬等研究了非完整系统相对论性变质量 Nielsen 方程的形式不变性和守恒量[24];许学军等研究了非保守 Nielsen 方程的形式不变性导致的非 Noether 守恒量[25];文献[26]研究了非完整系统 Nielsen 方程的 Mei 对称性与 Mei 守恒量.在自然界及工程技术的实际应用中,相当多的约束是属于单面约束而不是双面约束.因此,单面约束系统的研究具有重要的实际意义.近年来,单面约束系统对称性的研究也取得了一些进展.张毅研究了单面非 Chetaev 型非完整约束系统的非 Noether 守恒量和单面完整约束系统的速度依赖对称性与 Lutzky 守恒量[27,28];王静等研究了单面非完整系统的 Lie 形式不变性[29];荆宏星等研究了变质量单面完整约束系统 Lie 对称性的摄动与广义 Hojman 型绝热不变量[30];文献[31]研究了事件空间中单面 Chetaev 型非完整约束系统的 Mei 守恒量;文献[32]研究了 Nielsen 体系中单面 Chetaev 型非完整系统的 Mei 对称性和 Mei 守恒量[32].

本文研究事件空间中单面非 Chetaev 型非完整系统 Nielsen 方程的 Mei 对称性和 Mei 守恒量.在参数 τ 不变时变量 x_α 的群的无限小变换下,定义了 Mei 对称性、弱 Mei 对称性和强 Mei 对称性,给出了 Mei 对称性的判据方程、限制方程和附加限制方程,得到了事件空间中单面非 Chetaev 型非完整系统 Nielsen 方程的 Mei 守恒量的存在条件和 Mei 守恒量的表达式.

2. 事件空间中单面非 Chetaev 型非完整系统的运动微分方程

设理想单面非 Chetaev 型非完整约束下的力学系统的位形由 n 个广义坐标 q_s $(s=1,\cdots,n)$确定,系统在位形空间的运动受 g 个理想单面非 Chetaev

---

* 国家自然科学基金(批准号:10572021)和江南大学预研基金(批准号:2008LYY011)资助的课题.
† E-mail:jlq0000@163.com

型非完整约束

$$f_\beta(t,q_s,\dot q_s)\geqslant 0$$
$$(\beta=1,\cdots,g;s=1,\cdots,n),\tag{1}$$

在事件空间中方程(1)可表示为

$$F_\beta(x_\alpha,x'_\alpha)\geqslant 0$$
$$(\beta=1,\cdots,g;\alpha=1,\cdots,n+1),\tag{2}$$

$$F_\beta(x_\alpha,x'_\alpha)=f_\beta\left(x_1,\cdots,x_{n+1};\frac{x'_2}{x'_1},\cdots,\frac{x'_{n+1}}{x'_1}\right).\tag{3}$$

方程(2)为事件空间中的理想单面非 Chetaev 型非完整约束.当方程(1)和方程(2)的左边函数值为正时,系统脱离约束;左边函数值为零时,系统处于约束上.当系统处于约束上时,设约束方程(2)加在事件空间中的虚位移 δx_α 上的限制条件为

$$F_{\beta\alpha}(x_\alpha,x'_\alpha)\delta x_\alpha=0$$
$$(\beta=1,\cdots,g;\alpha=1,\cdots,n+1),\tag{4}$$

一般情况,$F_{\beta\alpha}$ 与 $\frac{\partial F_\beta}{\partial x'_\alpha}$ 无关,如果两者相等,则非 Chetaev 型非完整约束成为 Chetaev 型非完整约束.

引入 Lagrange 乘子 $\lambda_\beta(\beta=1,\cdots,g)$,则事件空间中理想单面非 Chetaev 型非完整系统的运动微分方程可表示为

$$\frac{\partial}{\partial x'_\alpha}\frac{\mathrm{d}\Lambda}{\mathrm{d}\tau}-2\frac{\partial\Lambda}{\partial x_\alpha}=P_\alpha+\lambda_\beta F_{\beta\alpha}$$
$$(\alpha=1,\cdots,n+1)(\text{在约束上}),$$
$$\frac{\partial}{\partial x'_\alpha}\frac{\mathrm{d}\Lambda}{\mathrm{d}\tau}-2\frac{\partial\Lambda}{\partial x_\alpha}=P_\alpha$$
$$(\alpha=1,\cdots,n+1)(\text{脱离约束}),$$
$$\lambda_\beta\geqslant 0,f_\beta\geqslant 0,\lambda_\beta f_\beta=0.\tag{5}$$

令

$$\Gamma_\alpha=\lambda_\beta F_{\beta\alpha}\quad(\beta=1,\cdots,g;\alpha=1,\cdots,n+1),\tag{6}$$

Γ_α 为事件空间中的广义非完整约束反力.引入事件空间中的 Mei 算子

$$N_\alpha=\frac{\partial}{\partial x'_\alpha}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}-2\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\quad(\alpha=1,\cdots,n+1),\tag{7}$$

则方程(5)可改写为

$$N_\alpha(\Lambda)=P_\alpha+\Gamma_\alpha$$
$$(\alpha=1,\cdots,n+1)(\text{在约束上}),$$
$$N_\alpha(\Lambda)=P_\alpha\quad(\alpha=1,\cdots,n+1)(\text{脱离约束}).\tag{8}$$

称方程(8)为与事件空间中理想单面非 Chetaev 型非完整系统(方程(2)和(5))相应的完整系统的运动微分方程.显然,方程(8)的第一式或第二式的$(n+1)$个方程不相互独立.假设可由方程(8)的第一式或第二式解出后面 n 个 x''_{s+1},记作

$$x''_{s+1}=A_s(x_\alpha,x'_\alpha,x''_1)$$
$$(s=1,\cdots,n)(\text{在约束上}),$$
$$x''_{s+1}=B_s(x_\alpha,x'_\alpha,x''_1)$$
$$(s=1,\cdots,n)(\text{脱离约束}).\tag{9}$$

3. Mei 对称性的定义

引进参数 τ 不变时变量 x_α 的群的无限小变换

$$\tau^*=\tau,$$
$$x^*_\alpha(\tau^*)=x_\alpha(\tau)+\Delta x_\alpha$$
$$(\alpha=1,\cdots,n+1),\tag{10}$$

或其展开式

$$\tau^*=\tau,$$
$$x^*_\alpha(\tau^*)=x_\alpha(\tau)+\varepsilon\xi_\alpha(x_\beta,x'_\beta)$$
$$(\alpha=1,\cdots,n+1),\tag{11}$$

式中 ε 为无限小参数,ξ_α 为无限小变换生成元.

设在经历无限小变换(11)式后,事件空间中的 $\Lambda,P_\alpha,\Gamma_\alpha$ 和 F_β 分别变为 $\Lambda^*,P^*_\alpha,\Gamma^*_\alpha$ 和 F^*_β,将 $\Lambda^*,P^*_\alpha,\Gamma^*_\alpha$ 和 F^*_β 在(x_α,x'_α)点沿系统运动轨道曲线作 Taylor 级数展开,有

$$\Lambda^*=\Lambda\left(x^*_\alpha,\frac{\mathrm{d}x^*_\alpha}{\mathrm{d}\tau^*}\right)$$
$$=\Lambda(x_\alpha,x'_\alpha)+\varepsilon\tilde X^{(1)}(\Lambda)+O(\varepsilon^2),$$
$$P^*_\alpha=P_\alpha\left(x^*_\beta,\frac{\mathrm{d}x^*_\beta}{\mathrm{d}\tau^*}\right)$$
$$=P_\alpha(x_\beta,x'_\beta)+\varepsilon\tilde X^{(1)}(P_\alpha)+O(\varepsilon^2)$$
$$(\alpha=1,\cdots,n+1),$$
$$\Gamma^*_\alpha=\Gamma_\alpha\left(x^*_\beta,\frac{\mathrm{d}x^*_\beta}{\mathrm{d}\tau^*}\right)$$
$$=\Gamma_\alpha(x_\beta,x'_\beta)+\varepsilon\tilde X^{(1)}(\Gamma_\alpha)+O(\varepsilon^2)$$
$$(\alpha=1,\cdots,n+1),$$
$$F^*_\beta=F_\beta\left(x^*_\alpha,\frac{\mathrm{d}x^*_\alpha}{\mathrm{d}\tau^*}\right)$$
$$=F_\beta(x_\alpha,x'_\alpha)+\varepsilon\tilde X^{(1)}(F_\alpha)+O(\varepsilon^2)$$
$$(\beta=1,\cdots,g).\tag{12}$$

方程(12)中沿系统运动轨道曲线的无限小变换生成元向量的一次扩展 $\tilde X^{(1)}$ 为

$$\tilde X^{(1)}=\xi_\alpha\frac{\partial}{\partial x_\alpha}+\frac{\bar{\mathrm{d}}\xi_\alpha}{\mathrm{d}\tau}\frac{\partial}{\partial x'_\alpha},\tag{13}$$

(13)式中对参数 τ 的全导数采用沿系统运动轨道曲线的方式,有

$$\frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}\tau}=x'_\alpha\frac{\partial}{\partial x_\alpha}+x''_1\frac{\partial}{\partial x'_1}+A_s\frac{\partial}{\partial x'_{s+1}}$$
(在约束上)，
$$\frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}\tau}=x'_\alpha\frac{\partial}{\partial x_\alpha}+x''_1\frac{\partial}{\partial x'_1}+B_s\frac{\partial}{\partial x'_{s+1}}$$
(脱离约束). (14)

定义 1　如果用经无限小变换(11)变换后的动力学函数 Λ^*，P^*_α 和 Γ^*_α 分别代替变换前的动力学函数 Λ，P_α 和 Γ_α，系统的运动微分方程(8)的形式保持不变，即

$$N_\alpha(\Lambda^*)=P^*_\alpha+\Gamma^*_\alpha$$
$(\alpha=1,\cdots,n+1)$(在约束上)，
$$N_\alpha(\Lambda^*)=P^*_\alpha$$
$(\alpha=1,\cdots,n+1)$(脱离约束). (15)

则称这种对称性为与事件空间中理想单面非 Chetaev 型非完整系统(方程(2)和(5))相应的完整系统的 Mei 对称性.

定义 2　如果用经无限小变换(13)变换后的动力学函数 Λ^*，P^*_α，Γ^*_α 和 F^*_β 分别代替变换前的动力学函数 Λ，P_α，Γ_α 和 F_β，系统的运动微分方程(8)和理想单面非 Chetaev 型非完整约束方程(2)的形式都保持不变，即

$$F^*_\beta=F_\beta\left(x^*_\alpha,\frac{\mathrm{d}x^*_\alpha}{\mathrm{d}\tau^*}\right)\geqslant 0\quad(\beta=1,\cdots,g)\tag{16}$$

和方程(15)同时成立，则称这种对称性为事件空间中理想单面非 Chetaev 型非完整系统(方程(2)和(5))的弱 Mei 对称性.

容易证明，事件空间中的约束方程(2)加在虚位移 δx_α 上的条件(4)式可改写为

$$F_{\beta\alpha}\xi_\alpha=0\quad(\beta=1,\cdots,g;\alpha=1,\cdots,n+1).\tag{17}$$

定义 3　如果用经无限小变换(11)变换后的动力学函数 Λ^*，P^*_α，Γ^*_α 和 F^*_β 分别代替变换前的动力学函数 Λ，P_α，Γ_α 和 F_β，系统的运动微分方程(8)和理想单面非 Chetaev 型非完整约束方程(2)的形式都保持不变，并要求无限小变换生成元 ξ_α 满足方程(17)的限制，则称这种对称性为事件空间中 Nielsen 体系的理想单面非 Chetaev 型非完整系统(方程(2)和(5))的强 Mei 对称性.

4. Mei 对称性的判据

将方程(12)的前三个方程代入方程(15)，忽略 ε^2 及更高阶小项，并注意到方程(8)，可得

$$N_\alpha[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)]=\tilde{X}^{(1)}(P_\alpha+\Gamma_\alpha)$$
$(\alpha=1,\cdots,n+1)$(在约束上)，
$$N_\alpha[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)]=\tilde{X}^{(1)}(P_\alpha)$$
$(\alpha=1,\cdots,n+1)$(脱离约束). (18)

由于方程(18)在利用 Mei 算子求动力学函数对参数 τ 的全导是沿系统运动轨道曲线进行的，所以该方程中的 Mei 算子可由(7)式换为

$$\tilde{N}_\alpha=\frac{\partial}{\partial x'_\alpha}\frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}\tau}-2\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\quad(\alpha=1,\cdots,n+1),\tag{19}$$

$\tilde{N}_\alpha$ 称为事件空间的广义 Mei 算子. 因此，方程(18)可改写为

$$\tilde{N}_\alpha[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)]=\tilde{X}^{(1)}(P_\alpha+\Gamma_\alpha)$$
$(\alpha=1,\cdots,n+1)$(在约束上)，
$$\tilde{N}_\alpha[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)]=\tilde{X}^{(1)}(P_\alpha)$$
$(\alpha=1,\cdots,n+1)$(脱离约束). (20)

将方程(12)的第四个方程代入方程(16)，忽略 ε^2 及更高阶小项，并注意到方程(2)，可得

$$\tilde{X}^{(1)}(F_\beta)=0$$
$(\beta=1,\cdots,g)$(在约束上)，
$$F_\beta(x_\alpha,x'_\alpha)+\varepsilon\tilde{X}^{(1)}(F_\alpha)>0$$
$(\beta=1,\cdots,g)$(脱离约束). (21)

于是，有如下判据：

判据 1　对与事件空间中理想单面非 Chetaev 型非完整系统(方程(2)和(5))相应的完整系统(方程(8))，如果变换方程(11)的无限小变换生成元 ξ_α 满足方程(20)，则相应的对称性为系统的 Mei 对称性.

称方程(20)为与事件空间中理想单面非 Chetaev 型非完整系统(方程(2)和(5))相应的完整系统(方程(8))的 Mei 对称性的判据方程.

判据 2　对事件空间中理想单面非 Chetaev 型非完整系统(方程(2)和(5))，如果变换方程(11)的无限小变换生成元 ξ_α 满足方程(20)和(21)，则相应的对称性为系统的弱 Mei 对称性.

方程(20)和(21)分别称为事件空间中理想单面非 Chetaev 型非完整系统 Mei 对称性的判据方程和限制方程.

判据 3　对事件空间中理想单面非 Chetaev 型非完整系统(方程(2)和(5))，如果变换方程(11)的无限小变换生成元 ξ_α 同时满足方程(17)、(20)和(21)，则相应的对称性为系统的强 Mei 对称性.

方程(17)称为事件空间中理想单面非 Chetaev 型非完整系统 Mei 对称性的附加限制方程.

5. Mei 对称性导致的 Mei 守恒量

事件空间中非奇异理想单面非 Chetaev 型非完整系统的 Mei 对称性可直接导致 Mei 守恒量,下述命题给出 Mei 守恒量的存在条件和 Mei 守恒量的表达式.

命题 如果事件空间中非奇异理想单面非 Chetaev 型非完整系统 Mei 或弱 Mei 或强 Mei 对称性的生成元 ξ_α 和规范函数 $G_M = G_M(x_\alpha, x'_\alpha)$ 满足如下结构方程

$$\tilde{X}^{(1)}[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)] + \tilde{X}^{(1)}(P_\alpha + \Gamma_\alpha)\xi_\alpha + \frac{\bar{d}}{dt}G_M = 0$$

(在约束上),

$$\tilde{X}^{(1)}[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)] + \tilde{X}^{(1)}(P_\alpha)\xi_\alpha + \frac{\bar{d}}{dt}G_M = 0$$

(脱离约束), (22)

则系统的三种 Mei 对称性导致的 Mei 守恒量均为

$$I_M = \frac{\partial \tilde{X}^{(1)}(\Lambda)}{\partial x'_\alpha}\xi_\alpha + G_M = \text{const}. \tag{23}$$

证明 将(23)式按(14)式的第一式对参数 τ 求导,并利用方程(22)的第一个方程和方程(20)的第一个方程,可得

$$\begin{aligned}\frac{\bar{d}I_M}{d\tau} &= \left[\frac{\bar{d}}{d\tau}\frac{\partial \tilde{X}^{(1)}(\Lambda)}{\partial x'_\alpha}\right]\xi_\alpha + \frac{\partial \tilde{X}^{(1)}(\Lambda)}{\partial x'_\alpha}\frac{\bar{d}\xi_\alpha}{d\tau} + \frac{\bar{d}G_M}{d\tau}\\ &= \tilde{X}^{(1)}[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)] - \xi_\alpha\frac{\partial \tilde{X}^{(1)}(\Lambda)}{\partial x'_\alpha}\\ &\quad + \frac{\bar{d}G_M}{d\tau} + \xi_\alpha\frac{\bar{d}}{d\tau}\frac{\partial \tilde{X}^{(1)}(\Lambda)}{\partial x'_\alpha}\\ &= \left[\frac{\bar{d}}{d\tau}\frac{\partial \tilde{X}^{(1)}(\Lambda)}{\partial x'_\alpha} - \frac{\partial \tilde{X}^{(1)}(\Lambda)}{\partial x_\alpha}\right.\\ &\quad \left. - \tilde{X}^{(1)}(P_\alpha + \Gamma_\alpha)\right]\xi_\alpha\\ &= \{\tilde{E}_\alpha[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)] - \tilde{X}^{(1)}(P_\alpha + \Gamma_\alpha)\}\xi_\alpha\\ &= 0.\end{aligned}$$

这样便证明了系统在约束上时的情况.同理,将(23)式按(14)式第二式对参数 τ 求导,并利用方程(22)的第二个方程和方程(20)的第二个方程,即可证明系统约束脱离时的情况.

6. 算 例

在事件空间中,非奇异理想单面非 Chetaev 型非完整系统的 Lagrange 函数、非势广义力、约束方程以及约束加在虚位移上的限制条件分别为

$$\Lambda = \frac{1}{2}[(x'_2)^2 + (x'_3)^2 - x_2 + x_3], \tag{24}$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = 0, \tag{25}$$

$$F = x'_3 - x_1 x'_2 \geqslant 0, \tag{26}$$

$$\delta x_2 - \delta x_3 = 0. \tag{27}$$

试研究系统的 Mei 对称性和 Mei 守恒量.

(4)式展开后和(27)式比较可得

$$F_{11} = 0, F_{12} = 1, F_{13} = -1. \tag{28}$$

利用(28)式,由方程(5)的第一个方程可得

$$x''_2 + 1 = \lambda_1 F_{12} = \lambda_1 \quad (\text{在约束上}),$$

$$x''_3 - 1 = \lambda_1 F_{13} = -\lambda_1 \quad (\text{在约束上}), \tag{29}$$

由方程(5)的第二个方程可得

$$x_2 = -1, x_3 = 1 \quad (\text{脱离约束}). \tag{30}$$

当系统处于约束上时,由方程(6)、(26)和(29)式可得

$$\Gamma_1 = \lambda_1 F_{11} = 0 \quad (\text{在约束上}),$$

$$\Gamma_2 = \lambda_1 F_{12} = \lambda_1 = -\frac{x'_1 x'_2 - 2}{1 + x_1}$$

(在约束上),

$$\Gamma_3 = \lambda_1 F_{13} = -\lambda_1 = \frac{x'_1 x'_2 - 2}{1 + x_1}$$

(在约束上). (31)

(31)式的第二式代入方程(29),并注意到方程(9)的第一个方程,得

$$x''_2 = -\left(1 + \frac{x'_1 x'_2 - 2}{1 + x_1}\right) = A_1 \quad (\text{在约束上}),$$

$$x''_3 = 1 + \frac{x'_1 x'_2 - 2}{1 + x_1} = A_2 \quad (\text{在约束上}). \tag{32}$$

由方程(30)和方程(9) 的第二式,得

$$x''_2 = -1 = B_1, x''_3 = 1 = B_2 \quad (\text{脱离约束}). \tag{33}$$

取无限小变换生成元为

$$\xi_1 = 0, \xi_2 = x'_2 + x'_3, \xi_3 = 0, \tag{34}$$

当系统处于约束上时,利用(13)、(14)、(19)和(34)式容易算得

$$\frac{\bar{d}}{d\tau}\xi_2 = 0,$$

$$\tilde{X}^{(1)}(\Lambda) = -\frac{1}{2}(x'_2 + x'_3),$$

$$\tilde{E}_1[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)] = \tilde{E}_2[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)] = \tilde{E}_3[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)] = 0,$$

$$\tilde{X}^{(1)}(F) = 0,$$

$$\tilde{X}^{(1)}(\Gamma_1) = \tilde{X}^{(1)}(\Gamma_2) = \tilde{X}^{(1)}(\Gamma_3) = 0. \tag{35}$$

注意:当系统脱离约束时,同样的方法可证明(35)式的前四式依然成立.

利用(35)式容易验证判据方程(20)和限制方程(21)成立.将(28)式和(34)式代入方程(17)可知,附加限制方程(17)不成立.故由判据1和判据2知,(34)式表述的无限小变换生成元即是所求系统的 Mei 对称性也是弱 Mei 对称性的无限小变换生成元.因此,系统即具有 Mei 对称性,也具有弱 Mei 对称性.由结构方程(22)的两个方程均可得

$$G_{\mathrm{M}} = 0. \tag{36}$$

利用(23)式可得系统的 Mei 和弱 Mei 对称性直接导致的 Mei 守恒量为

$$I_{\mathrm{M}} = -\frac{1}{2}(x_2' + x_3') = \mathrm{const}. \tag{37}$$

7. 结 论

本文采用沿系统运动轨道曲线求函数对参量 τ 全导数的方法,给出事件空间中理想单面非 Chetaev 型非完整系统 Nielsen 方程的 Mei、弱 Mei 和强 Mei 对称性的定义及判据.本文还研究了 Mei 守恒量,得到了事件空间中理想单面非 Chetaev 型非完整系统 Nielsen 方程的由三种 Mei 对称性直接导致的 Mei 守恒量的存在条件以及守恒量的表达式,主要结论是判据1、判据2、判据3和命题1.

从(5)、(8)、(12)、(15)、(20)和(22)式可看出:如果事件空间中的非势广义力 $P_\alpha = 0$,本文的研究结论则退变为事件空间中理想单面非 Chetaev 型非完整保守系统 Nielsen 方程的 Mei 对称性结论;如果事件空间中的广义非完整约束反力 $\Gamma_\alpha = 0$,则退变为事件空间中完整非保守系统 Nielsen 方程的 Mei 对称性结论;如果 $P_\alpha = \Gamma_\alpha = 0$,则退变为事件空间中完整保守系统 Nielsen 方程的 Mei 对称性结论;如果 $F_{\beta\alpha} = \partial F_\beta / \partial x_\alpha'$,则退变为事件空间中理想单面 Chetaev 型非完整系统 Nielsen 方程的 Mei 对称性结论.因此,本文的研究结论具有普遍意义.

[1] Noether A E 1918 *Nachr. Akad. Wiss. Göttingen. Math. Phys.* **KI** 235

[2] Vujanović B 1978 *Int. J. Non-linear Mech.* **13** 185

[3] Lutzky M 1979 *J. Phys.* A **12** 973

[4] Lutzky M 1979 *Phys. Lett.* A **72** 86

[5] Lutzky M 1979 *Phys. Lett.* A **75** 8

[6] Vujanović B 1986 *Acta Mech.* **65** 63

[7] Mei F X 2000 *J. Beijing Institute of Technology* **9** 120

[8] Luo S K 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2941(in Chinese)[罗绍凯 2003 物理学报 **52** 2941]

[9] Mei F X 2004 *Symmetries and Conserved Quantities of Constrained Mechanical Systems* (Beijing:Beijing Institute of Technology Press) (in Chinese)[梅凤翔 2004 约束力学系统的对称性与守恒量(北京:北京理工大学出版社)]

[10] Lou Z M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1015(in Chinese)[楼智美 2005 物理学报 **54** 1015]

[11] Zhang Y 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2980(in Chinese)[张 毅 2005 物理学报 **54** 2980]

[12] Fang J H, Wang P, Ding N 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3821(in Chinese)[方建会、王 鹏、丁 宁 2006 物理学报 **55** 3821]

[13] Jia L Q, Zheng S W 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3829 (in Chinese)[贾利群、郑世旺 2006 物理学报 **55** 3829]

[14] Zheng S W, Jia L Q, Yu H S 2006 *Chin. Phys.* **15** 1399

[15] Gu S L, Zhang H B 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5594 (in Chinese)[顾书龙、张宏彬 2006 物理学报 **55** 5594]

[16] Ge W K 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1 (in Chinese)[葛伟宽 2007 物理学报 **56** 1]

[17] Fang J H, Ding N, Wang P 2007 *Chin. Phys.* **16** 887

[18] Jia L Q, Zheng S W, Zhang Y Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5575 (in Chinese)[贾利群、郑世旺、张耀宇 2007 物理学报 **56** 5575]

[19] Jia L Q, Xie J F, Luo S K 2008 *Chin. Phys.* **17** 1560

[20] Fang J H, Liu Y K, Zhang X N 2008 *Chin. Phys.* **17** 1962

[21] Mei F X 1991 *Advanced Analytical Mechanics* (Beijing:Beijing Institute of Technology Press) p131 (in Chinese)[梅凤翔 1991 高等分析力学(北京:北京理工大学出版社)第131页]

[22] Wang S Y, Mei F X 2001 *Chin. Phys.* **10** 375

[23] Fang J H, Xue Q Z, Zhao S Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2183(in Chinese)[方建会、薛庆忠、赵嵩卿 2002 物理学报 **51** 2183]

[24] Qiao Y F, Zhao S H, Li R J 2004 *Chin. Phys.* **13** 292

[25] Xu X J, Mei F X, Qin M C 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4021(in Chinese)[许学军、梅凤翔、秦茂昌 2004 物理学报 **53** 4021]

[26] Jia L Q, Luo S K, Zhang Y Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2006 (in Chinese)[贾利群、罗绍凯、张耀宇 2008 物理学报 **57** 2006]

[27] Zhang Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 504 (in Chinese)[张 毅 2006 物理学报 **55** 504]

[28] Zhang Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2109 (in Chinese)[张 毅 2006 物理学报 **55** 2109]

[29] Wang J, Li Y C, Xia L L, Hou Q B 2006 *Chin. Phys.* **15** 1665

[30] Jing H X, Li Y C, Xia L L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3043 (in Chinese)[荆宏星、李元成、夏丽莉 2007 物理学报 **56** 3043]

[31] Jia L Q, Luo S K, Zhang Y Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6188 (in Chinese) [贾利群、罗绍凯、张耀宇 2007 物理学报 **56** 6188]

[32] Jia L Q, Xie J F, Luo S K 2008 *Chin. Phys.* B **17** 1560

Mei symmetry and Mei conserved quantity of Nielsen equations for nonholonomic systems of unilateral non-Chetaev's type in the event space*

Jia Li-Qun[1)2)†] Zhang Yao-Yu[2)] Luo Shao-Kai[3)] Cui Jin-Chao[1)]

1) (*School of Science, Jiangnan University, Wuxi* 214122, *China*)

2) (*Electric and Information Engineering College, Pingdingshan University, Pingdingshan* 467002, *China*)

3) (*Institute of Mathematical Mechanics and Mathematical Physics, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou* 310018, *China*)

(Received 7 July 2008; revised manuscript received 22 August 2008)

Abstract

Mei symmetry and Mei conserved quantity of Nielsen equations for a nonholonomic system of unilateral non-Chetaev's type in the event space are studied. The differential equations of motion for the system are established. The definition and the criteria of Mei symmetry, loose Mei symmetry and strict Mei symmetry for the system are respectively given. The existence condition and the expression of Mei conserved quantity deduced directly from Mei symmetry are obtained. An example is given to illustrate the application of the results.

Keywords: event space, Nielsen equation, nonholonomic system of unilateral non-Chetaev's type, Mei conserved quantity

PACC: 0320

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10572021) and the Pre-research Foundation of Jiangnan University (Grant No. 2008LYY011).

† E-mail: jlq0000@163.com