第 58 卷 第 4 期 2009 年 4 月
1000-3290/2009/58(04)/2193-05
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol.58,No.4,April,2009

广义测不准关系与三维 BTZ 黑洞熵*

赵 仁† 张丽春 李怀繁
(山西大同大学物理系,大同 037009)
(2008 年 2 月 1 日收到;2008 年 8 月 28 日收到修改稿)

通过应用在量子引力中,由广义测不准关系得出的新的态密度方程,研究三维 BTZ 背景下黑洞的熵.当取广义测不准关系中引入的,具有 Planck 量级与空间维数有关的常数 λ 为特定值时,得到 BTZ 黑洞 Bekenstein-Hawking 熵和修正项.由于利用新的态密度方程,在计算中不存在用 brick-wall 模型计算黑洞熵时出现的发散项和小质量近似.所得结论,从量子统计力学角度给出了黑洞 Bekenstein-Hawking 熵的修正值,使人们对黑洞熵的修正值有更深入的认识.

关键词:广义测不准关系,量子统计,BTZ 黑洞熵
PACC:0420,9760L

1. 引 言

黑洞熵是理论物理的重要课题之一,因为熵具有统计意义,因而对黑洞熵的理解涉及到黑洞微观本质的认识,对它的充分理解,需要一个好的量子引力理论,但目前这方面的工作并不令人满意.黑洞熵的统计起源问题并没有得到解决[1].另一方面,人们利用普通量子场论中给出相空间的态密度

$$\mathrm{d}n = \frac{\mathrm{d}^3 x \mathrm{d}^3 p}{(2\pi\hbar)^3}, \tag{1}$$

对黑洞熵的统计起源研究取得了许多进展[2—13].其中用的最多的方法是 Hooft 提出的 brick-wall 方法[6],认为黑洞熵是其外部量子场的熵,从而给出了一种计算黑洞统计熵的方法.然而,用此法计算黑洞统计熵时,出现态密度在黑洞视界附近发散的困难,因而人为的引入紫外截断,该不自然的截断,使作为黑洞视界特征量,熵的计算离开了视界这一特征面.随后人们研究发现,黑洞的熵主要是视界面附近量子态的贡献,于是对 brick-wall 模型进行改进,提出了薄层模型[14—16],该模型仅考虑视界附近一薄层内的量子态,可自然地避免原 brick-wall 模型的红外截断和小质量近似,但紫外截断仍无法克服[17—19].最近人们研究发现广义测不准关系(GUP)对态密度有影响[20—25],利用广义测不准关系对密度态的影响计算黑洞统计熵引起了人们极大兴趣[26—34].文献[31]利用最简单的广义测不准关系

$$\Delta x \Delta p \geqslant \frac{1}{2}\left(1 + \lambda (\Delta p)^2\right), \tag{2}$$

对态密度的修正

$$\mathrm{d}n = \frac{\mathrm{d}^3 x \mathrm{d}^3 p}{(2\pi)^3 (1 + \lambda p^2)^3}. \tag{3}$$

计算在 Reissner-Nordstrom 黑洞背景下标量场的统计熵,得到黑洞视界附近场熵的高阶修正表达式.使人感到不解的是熵的高阶项是发散的.文献[33]重新对 Reissner-Nordstrom 黑洞背景下标量场的统计熵进行了讨论,得到黑洞视界附近熵的修正项是收敛的.最近文献[22]给出广义测不准关系对态密度修正为

$$\mathrm{d}n = \frac{\mathrm{d}^3 x \mathrm{d}^3 p}{(2\pi)^3} \mathrm{e}^{-\lambda p^2}, \tag{4}$$

式中 $p^2 = p^i p_i$,λ 是一个具有 Planck 量级与空间维数有关的常数.文献[34]利用(4)式对 Schwaraschild 黑洞背景下标量场的统计熵进行了讨论,得到熵的主要项与黑洞视界面积成正比的结论.

在低维引力理论邻域,人们也有极大的兴趣,最近,对二维黑洞热力学的研究表明,熵满足面积关系和热力学第二定律[35—37].在三维引力理论中,Banados,Teitelboim 和 Zanelli(BTZ)得到了一个黑洞解.该解由质量和角动量来刻画,并且是渐近反 de

* 山西省自然科学基金(批准号:2006011012)资助的课题.
† E-mail:zhao2969@sina.com

Sitter 的而不是渐近平直[38]．与二维情况相似，该解没有四维 Einstein 引力理论复杂的动力学自由度．由于没有自由度的复杂性，所以，BTZ 黑洞可以作为研究黑洞量子性质的一个很好的候选者．由于面积定律是黑洞的普遍性质，因此，确认 BTZ 黑洞的面积关系将是很有意义的．然而，一般我们不能随便断言面积关系对 BTZ 黑洞一定成立．正如文献[39]中谈到的，BTZ 黑洞的物质熵似乎不满足面积关系，而且 BTZ 黑洞的几何结构与通常的四维 Schwarzschild 黑洞也明显不同．

另外，虽然研究黑洞统计熵起源的量子引力理论还不成熟，但是用半经典的办法研究黑洞热力学量的修正有可能为量子引力理论的最终形成提供有价值的借鉴和参考．因此，有关黑洞 Bekenstein-Hawking 熵修正的研究近年来备受人们的关注[40]，但是客观的讲，黑洞 Bekenstein-Hawking 熵修正的确切值当前还没有定论．

本文将文献[34]研究黑洞熵的方法推广到研究 BTZ 黑洞的熵，得到黑洞熵的 Bekenstein-Hawking 熵和修正项．由于我们利用了经广义测不准关系改进的态密度方程，使我们所研究的对象只是在视界附近 Planck 尺度的薄层，无需引入截断因子．这样计算的熵是黑洞视界面上的量子态数，是黑洞的内禀性质，是一种量子效应，不存在态密度在视界附近发散的疑难．在计算中我们采用了量子统计方法[41]，回避了求解波动方程的困难．所得结论，从量子统计力学角度给出了黑洞 Bekenstein-Hawking 熵的修正值，使人们对黑洞熵的修正值有更深入的认识．文中我们取温度的简单函数形式（$C = G = K_B = 1$）．

2. BTZ 黑洞

三维 BTZ 黑洞的度规由下式给出[38]

$$\mathrm{d}s^2 = -N^2\mathrm{d}t^2 + N^{-2}\mathrm{d}r^2 + r^2(N^\varphi\mathrm{d}t + \mathrm{d}\varphi)^2, \tag{5}$$

$$N^2 = -M + \frac{r^2}{l^2} + \frac{J^2}{4r^2},\quad N^\varphi = -\frac{J}{2r^2},\quad l^2 = -\frac{1}{\Lambda}, \tag{6}$$

其中 M 和 J 分别是黑洞的质量和角动量，Λ 是宇宙学常数．视界方程可以写成

$$N^2 = \frac{1}{l^2r^2}(r^2 - r_+^2)(r^2 - r_-^2) = 0, \tag{7}$$

其中 r_+ 和 r_- 定义为

$$r_\pm = \sqrt{M}l\left[\frac{1}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{J^2}{M^2l^2}}\right)\right]^{1/2}. \tag{8}$$

假定非极端 BTZ 黑洞具有关系 $ML > J$，因此 r_+ 和 r_- 分别对应于外事件视界和内 Cauchy 视界的位置．Hawking 辐射温度为

$$T_+ = \frac{r_+^2 - r_-^2}{2\pi r_+ l^2}. \tag{9}$$

按照文献[42]的观点，无穷远静止观测者，测得的 r 处固有辐射温度为

$$T = \frac{T_+}{\sqrt{-\tilde{g}_{tt}}}, \tag{10}$$

式中

$$-\tilde{g}_{tt} = -\frac{g_{tt}g_{\varphi\varphi} - g_{t\varphi}^2}{g_{\varphi\varphi}} = -M + \frac{r^2}{l^2} + \frac{J^2}{4r^2}. \tag{11}$$

3. 黑洞的统计熵

对于玻色气体，在视界外任意 r 处，单位面积内系统的配分函数为

$$\ln Z_0 = -\sum_i g_i\ln(1 - \mathrm{e}^{-\beta\varepsilon_i}). \tag{12}$$

对时空(5)，任意 r 点 t 为常数的面元为

$$\mathrm{d}s = 2\pi\sqrt{g_{\varphi\varphi}g_{rr}}\,\mathrm{d}r. \tag{13}$$

所以，在黑洞视界外，任意 r 点任意面积内系统的配分函数为

$$\begin{aligned}\ln Z &= -\int 2\pi\sqrt{g_{\varphi\varphi}g_{rr}}\,\mathrm{d}r\sum_i g_i\ln(1 - \mathrm{e}^{\beta\varepsilon_i})\\ &= -\int\sqrt{g_{\varphi\varphi}g_{rr}}\,\mathrm{d}r\int_0^\infty p\,\mathrm{d}p\,\mathrm{e}^{-\lambda p^2}\ln(1 - \mathrm{e}^{-\beta\omega_0})\\ &\approx\int\sqrt{g_{\varphi\varphi}g_{rr}}\,\mathrm{d}r\\ &\quad\times\int_{m\sqrt{-\tilde{g}_{tt}}}^\infty\frac{\beta_0}{2(\mathrm{e}^{\beta\omega_0} - 1)}p^2\mathrm{e}^{-\lambda p^2}\mathrm{d}\omega,\end{aligned} \tag{14}$$

式中 $\beta = \beta_0\sqrt{-\tilde{g}_{tt}}$，$\omega = \omega_0\sqrt{-\tilde{g}_{tt}}$．

由自由能与配分函数的关系，可得系统的自由能

$$\begin{aligned}F &= -\frac{1}{\beta_0}\ln Z = -\int\sqrt{g_{\varphi\varphi}g_{rr}}\,\mathrm{d}r\\ &\quad\times\int_{m\sqrt{-\tilde{g}_{tt}}}^\infty\frac{1}{2(\mathrm{e}^{\beta\omega_0} - 1)}p^2\mathrm{e}^{-\lambda p^2}\mathrm{d}\omega.\end{aligned} \tag{15}$$

则系统的熵

$$
\begin{aligned}
S &= \beta_0^2 \frac{\partial F}{\partial \beta_0} = \beta_0^2 \int \sqrt{g_{\varphi\varphi} g_{rr}}\, \mathrm{d}r \\
&\times \int_{m\sqrt{-\tilde{g}_{tt}}}^{\infty} \frac{\omega \mathrm{e}^{\beta\omega_0}}{2(\mathrm{e}^{\beta\omega_0}-1)^2} p^2 \mathrm{e}^{-\lambda p^2} \mathrm{d}\omega \\
&= \beta_0^2 \int \sqrt{g_{\varphi\varphi} g_{rr}}\, \mathrm{d}r \\
&\times \int_{m\sqrt{-\tilde{g}_{tt}}}^{\infty} \frac{\omega \mathrm{e}^{\beta\omega/\sqrt{-\tilde{g}_{tt}}}}{2\left(\mathrm{e}^{\beta\omega/\sqrt{-\tilde{g}_{tt}}}-1\right)^2} \\
&\times \mathrm{e}^{-\lambda\left(\frac{\omega^2}{-\tilde{g}_{tt}}-m^2\right)} \left(\frac{\omega^2}{-\tilde{g}_{tt}} - m^2\right) \mathrm{d}\omega \\
&= \frac{1}{2} \int \sqrt{g_{\varphi\varphi} g_{rr}}\, \mathrm{d}r \int_{m\beta}^{\infty} \frac{x \mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x - 1)^2} \\
&\times \mathrm{e}^{-\lambda\left(\frac{x^2}{\beta^2}-m^2\right)} \left(\frac{x^2}{\beta^2} - m^2\right) \mathrm{d}x . \qquad (16)
\end{aligned}
$$

在上式中应用了粒子的能量、动量和质量的关系 $\frac{\omega^2}{-\tilde{g}_{tt}} = p^2 + m^2$，$m$ 是粒子的静止质量．(16) 式对应 r 的积分在视界附近．而在视界附近 $\tilde{g}_{tt}(r_+) \to 0$，于是(16)式可化为

$$
\begin{aligned}
S &= \frac{1}{2} \int \sqrt{g_{\varphi\varphi} g_{rr}}\, \mathrm{d}r \int_0^{\infty} \frac{x^3 \mathrm{e}^x}{\beta^2 (\mathrm{e}^x - 1)^2} \mathrm{e}^{-\lambda \frac{x^2}{\beta^2}} \mathrm{d}x \\
&= \frac{1}{2\beta_0^2} \int \frac{\sqrt{g_{\varphi\varphi} g_{rr}}\, \mathrm{d}r}{-\tilde{g}_{tt}} \int_0^{\infty} \frac{x^3 \mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x - 1)^2} \mathrm{e}^{-\lambda \frac{x^2}{\beta^2}} \mathrm{d}x \\
&= \frac{1}{2\beta_0^2} \int_0^{\infty} \frac{\mathrm{d}x}{4\sinh^2(x/2)} \int \frac{\sqrt{g_{\varphi\varphi} g_{rr}}}{-\tilde{g}_{tt}} x^3 \mathrm{e}^{-\lambda \frac{x^2}{\beta^2}} \mathrm{d}r \\
&= \frac{1}{2\beta_0^2} \int_0^{\infty} \frac{\mathrm{d}x}{4\sinh^2(x/2)} I(x, \varepsilon), \qquad (17)
\end{aligned}
$$

式中

$$
\begin{aligned}
I(x, \varepsilon) &= \int \frac{\sqrt{g_{\varphi\varphi} g_{rr}}}{-\tilde{g}_{tt}} x^3 \mathrm{e}^{-\lambda \frac{x^2}{\beta^2}} \mathrm{d}r \\
&= \int \frac{x^3 r}{N^3} \mathrm{e}^{-\lambda \frac{x^2}{\beta^2}} r \mathrm{d}r
\end{aligned}
$$

对黑洞熵的计算，我们感兴趣的仅仅是来自视界附近的贡献，所以上式中对 r 的积分区间只取在黑洞视界附近，即取 $[r_+, r_+ + \varepsilon]$，式中 ε 为 Planck 尺度的正常数．而当 $r \to r_+$ 时，$N^2(r) \approx 2\kappa(r - r_+)$，则

$$
\begin{aligned}
I(x, \varepsilon) &= \int_{r_+}^{r_+ + \varepsilon} \frac{(r - r_+) + r_+}{(2\kappa(r - r_+))^{3/2}} x^3 \mathrm{e}^{-\frac{\lambda x^2}{4\pi\beta_0 (r - r_+)}} \mathrm{d}r \\
&= \int_{r_+}^{r_+ + \varepsilon} \frac{(r - r_+) + r_+}{(2\kappa(r - r_+))^{3/2}} x^3 \mathrm{e}^{-\frac{\lambda x^2}{4\pi\beta_0 (r_+ - r)}} \mathrm{d}r \\
&= \int_{\delta}^{\infty} \left[\frac{\beta_0 x^4}{(4\pi)^2} \sqrt{\lambda} t^{-3/2} + \frac{r_+ \beta_0^2 x^2}{4\pi\sqrt{\lambda}} t^{-1/2} \right] \mathrm{e}^{-t} \mathrm{d}t \\
&= \frac{\beta_0 x^4}{(4\pi)^2} \sqrt{\lambda}\, \Gamma\left(-\frac{1}{2}, \delta\right) + \frac{r_+ \beta_0^2 x^2}{4\pi\sqrt{\lambda}} \Gamma\left(\frac{1}{2}, \delta\right) . \qquad (18)
\end{aligned}
$$

式中 $\frac{\lambda x^2}{4\pi\beta_0 (r - r_+)} = t$，$\delta = \frac{\lambda x^2}{4\pi\beta_0 \varepsilon}$，$\Gamma(z, \delta) = \int_{\delta}^{\infty} t^{z-1} \mathrm{e}^t \mathrm{d}t$ 是不完全伽马函数．

由广义测不准关系[22]

$$
\Delta X \Delta P = \frac{1}{2} \mathrm{e}^{\lambda((\Delta P)^2 + \langle P \rangle^2)}, \qquad (19)
$$

不难得到在 Planck 尺度下位置的最小不确定度为 $\sqrt{e\lambda/2}$，以作为纯空间线元的最小长度，则有

$$
\begin{aligned}
\sqrt{\frac{e\lambda}{2}} &= \int_{r_+}^{r_+ + \varepsilon} \sqrt{g_{rr}}\, \mathrm{d}r \\
&\approx \int_{r_+}^{r_+ + \varepsilon} \frac{\mathrm{d}r}{\sqrt{2\kappa(r - r_+)}} = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{\kappa}}, \qquad (20)
\end{aligned}
$$

其中 κ 是黑洞视界的表面引力，$\kappa = 2\pi\beta_0^{-1}$．由(20)式可得 $\delta = \frac{x^2}{2\pi^2 e}$．将(18)式代入(17)式得

$$
\begin{aligned}
S &= \frac{\sqrt{\lambda}}{(4\pi)^2 \beta_0} \int_0^{\infty} \frac{x^4}{\sinh^2 x} \Gamma\left(-\frac{1}{2}, \frac{2x^2}{\pi^2 \mathrm{e}}\right) \mathrm{d}x \\
&+ \frac{r_+}{4\pi\sqrt{\lambda}} \int_0^{\infty} \frac{x^2}{\sinh^2 x} \Gamma\left(\frac{1}{2}, \frac{2x^2}{\pi^2 \mathrm{e}}\right) \mathrm{d}x . \qquad (21)
\end{aligned}
$$

由文献[43]可知

$$
\delta_1 = \int_0^{\infty} \frac{x^4}{\sinh^2 x} \Gamma\left(-\frac{1}{2}, \frac{2x^2}{\pi^2 e}\right) \mathrm{d}x \approx 5.51,
$$

$$
\delta_2 = \int_0^{\infty} \frac{x^2}{\sinh^2 x} \Gamma\left(\frac{1}{2}, \frac{2x^2}{\pi^2 e}\right) \mathrm{d}x \approx 2.02.
$$

由此可得

$$
S = \frac{\sqrt{\lambda}\delta_1}{(4\pi)^2 \beta_0} + \frac{r_+ \delta_2}{4\pi\sqrt{\lambda}} = \frac{2\pi r_+ \delta_2}{8\pi^2 \sqrt{\lambda}} + \frac{\sqrt{\lambda}\delta_1}{(4\pi^2)} T_+ . \qquad (22)
$$

当 $\sqrt{\lambda} = \frac{\delta^2}{2\pi^2}$ 时

$$
S = \frac{1}{4}(2\pi r_+) + \frac{\delta_1 \delta_2}{8\pi^4} T_+ . \qquad (23)
$$

式中 $2\pi r_+$ 为黑洞视界面积，由此熵表达式中的第一项为 Bekenstein-Hawking 熵，而第二项为黑洞熵的修正项，此修正项与四维时空修正项不同，四维时空黑洞熵的修正项为对数项，而三维时空熵的修正项是与黑洞辐射温度成正比的，不出现对数修正项与文

献[44]所给结论一致.

4. 结 论

通过以上分析,在 BTZ 黑洞背景下,从统计物理学角度出发,直接运用统计方法求解场的配分函数,避开了求解波动方程的困难,克服了近似处理的方式.由于我们运用了广义测不准关系对态密度的影响方程,在计算中无需引入截断因子,不存在黑洞视界外辐射场为什么是黑洞熵的疑难,也不存在原 brick-wall 方法中无法克服的发散项和舍去项.由此利用广义测不准关系计算黑洞熵不但对四维时空有效,而且对三维时空也适用,因此我们所研究的方法具有普遍性.

近年来,对黑洞 Bekenstein-Hawking 熵修正的研究,引起了人们的极大关注[23—25,40,44].本文,从量子统计力学角度给出了黑洞 Bekenstein-Hawking 熵的修正值,使人们对黑洞熵的修正值有更深入的认识.

[1] Liberati S 1997 *IL Nuovo Cimento* B **112** 405

[2] Bombelli L,Rabinder K K,Joohan L,Rafael D S 1986 *Phys*. *Rev*. D **34** 373

[3] Frolov V P,Fursaev D V 1996 *Phys*. *Rev*. D **61** 3904

[4] Callan C G,Wilczek F 1994 *Phys*. *Lett*. B **333** 55

[5] Zurek W H,Thorne K S 1985 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **54** 2171

[6] G't Hooft 1985 *Nucl*. *Phys*. B **256** 727

[7] Ghosh A,Mitra P 1994 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **73** 2521

[8] Mann R B,Solodukhin S N 1996 *Phys*. *Rev*. D **54** 3932

[9] Kenmoku M,Ishimoto K,Nandi K K,Shigemoto K 2006 *Phys*. *Rev*. D **73** 064004

[10] Jing J,Yan M L 1999 *Phys*. *Rev*. D **60** 084015

[11] Kim W,Oh J J,Park Y J 2002 *Phys*. *Lett*. B **512** 131

[12] Medved A J M 2002 *Class*. *Quantum*. *Grav*. **19** 405

[13] Zhao R,Zhang L C 2001 *Acta Phys*. *Sin*. 50 293 (in Chinese) [赵 仁、张丽春 2001 物理学报 **50** 293]

[14] Li X,Zhao Z 2000 *Phys*. *Rev*. D **62** 104001

[15] He F,Zhao Z,Kim S W 2001 *Phys*. *Rev*. D **64** 044025

[16] Gao C J,Shen Y G 2002 *Phys*. *Rev*. D **65** 084043

[17] Wang B B 2004 *Acta Phys*. *Sin*. **53** 2401 (in Chinese) [王波波 2004 物理学报 **53** 2401]

[18] Zhang J Y,Zhao Z 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 2399 (in Chinese) [张靖仪、赵 峥 2002 物理学报 **51** 2399]

[19] Zhao R,Zhang L C 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 21 (in Chinese) [赵 仁、张丽春 2002 物理学报 **51** 21]

[20] Kempt A,Mangano G,Mann R B 1995 *Phys*. *Rev*. D **52** 1108

[21] Cheng L N,Minic D,Okamura N,Takeuchi T 2002 *Phys*. *Rev*. D **65** 125028

[22] Nouicer K 2007 *Phys*. *Lett*. B **646** 63

[23] Setare M R 2004 *Phys*. *Rev*. D **70** 087501

[24] Medved A J M,Vagenas E C 2004 *Phys*. *Rev*. D **70** 124021

[25] Setare M R 2006 *Int*. *J*. *Mod*. *Phys*. A **21** 1325

[26] Li X 2002 *Phys*. *Lett*. B **540** 9

[27] Zhao R,Wu Y Q,Zhang L C 2003 *Class*. *Quantum*. *Grav*. **20** 4885

[28] Zhao R,Zhang S L 2004 *Gen*. *Rel*. *Grav*. **36** 2123

[29] Zhao R,Zhang S L 2004 *Gen*. *Rel*. *Grav*. **36** 2539

[30] Sun X F,Jing L,Liu W B 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **53** 4002 (in Chinese) [孙学锋、景 玲、刘文彪 2002 物理学报 **53** 4002]

[31] Kim W,Kim Y W,Park Y J 2006 *Phys*. *Rev*. D **74** 104001

[32] Kim W,Kim Y W,Park Y J 2007 *Phys*. *Rev*. D **75** 127501

[33] Yoon M,Ha J,Kim W 2007 *Phys*. *Rev*. D **76** 047501

[34] Kim Y W,Park Y J 2007 *Phys*. *Lett*. B **655** 172

[35] Myers R C 1994 *Phys*. *Rev*. D **50** 6412

[36] Russo J G 1995 *Phys*. *Lett*. B **359** 69

[37] Hayward J D 1995 *Phys*. *Rev*. D **52** 2239

[38] Banados M,Teitelboim C,Zanelli J 1992 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **69** 1849

[39] Gao C J,Shen Y G 2003 *Science in China* (*Series G*) **33** 561 (in Chinese) [高长军、沈有根 2003 中国科学 G **33** 561]

[40] Zhao R,Zhang L C,Zhang S L 2007 *Acta Phys*. *Sin*. **56** 3719 (in Chinese) [赵 仁、张丽春、张胜利 2007 物理学报 **56** 3719]

[41] Zhao R,Zhang J F,Zhang L C 2001 *Nucl*. *Phys*. B **609** 247

[42] Tolman R C 1934 *Relativity*, *Thermodynamics and Cosmology* (Oxford:Oxford University Press)

[43] Kim Y W,Park Y J 2008 *Phys*. *Rev*. D **77** 067501

[44] Zhao R,Zhang S L 2006 *Phys*. *Lett*. B **641** 208

Generalized uncertainty principle and entropy of three-dimensional BTZ black hole*

Zhao Ren† 　Zhang Li-Chun 　Li Huai-Fan
(*Department of Physics, Shanxi Datong University, Datong* 　037009, *China*)
(Received 1 February 2008; revised manuscript received 28 August 2008)

Abstract

Applying the new equation of state density motivated by the generalized uncertainty relation in the quantum gravity field, we investigate the black hole entropy on the background of three-dimensionnal BTZ. When the λ with the Planck scale, and relative to the dimensions of spacetime introduced in generalized uncertainty relation has a fixed value, we obtain the Bekenstein-Hawking entropy of BTZ black hole and the correction term. Because we have used the new equation of state density, in our results the divergence term appearing in the brick-wall model is removed, at the same time with holding the small mass approximation. Thus the correction value of the Bekenstein-Hawking entropy of the black hole is derived from the quantum statistical view. It depends the understanding of the correction value of the black hole entropy.

Keywords: generalized uncertainty principle, quantum statistics, BTZ black hole
PACC: 0420, 9760L

* Project supported by the Natural Science Foundation of Shanxi Province, China (Grant No. 2006011012).
† E-mail: zhao2969@sina.com