

致密天体中电子气体对原子核结构的影响

董建敏¹⁾ 张鸿飞^{1)†} 王艳召¹⁾ 苏昕宁¹⁾ 左 维^{1)‡} 李君清²⁾

1) 兰州大学核科学与技术学院, 兰州 730000)

2) 中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000)

(2008 年 7 月 3 日收到, 2008 年 8 月 19 日收到修改稿)

运用相对论平均场理论结合 Wigner-Seitz 近似, 研究了致密物质中电子气体对⁵⁶Fe和¹²⁰Sr结构的影响, 对关联的处理采用 Bardeen-Cooper-Schrieffer 方法. 结果表明电子气体对单粒子能级、核子密度分布、核子分布均方根半径、原子核均方根半径等性质都有影响, 并且对质子的影响大于对中子的影响.

关键词: 相对论平均场理论, Wigner-Seitz 近似, 单粒子能级, 均方根半径

PACC: 2100, 7110C, 2110P, 2110F

1. 引言

自 1967 年发现脉冲星以来, 中子星物理已成为原子核物理和天体物理领域共同关注的课题. 中子星壳层厚度约 1 km, 外壳层密度 $\rho \leq 4 \times 10^{14} \text{ kg/m}^3$, 主要由原子核的库仑晶格和相对论电子气体组成. 内壳层密度 $4 \times 10^{14} - 2 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3$, 主要由原子核、电子、自由中子组成^[1]. 中子星提供了地面上难以达到的高密度、强磁场等极端物理条件, 成为研究基本相互作用优良的天然实验室. 原子核在如此极端条件下会呈现出与地面不同的性质, 为了维持 β 平衡中子星中的原子核通常是丰中子的^[2], 中子星的强磁场对原子核结构也有影响^[3].

相对论平均场(RMF)对有限核的描述取得了巨大的成功^[4-9], 扩展后可用于研究滴线核、超核等^[10-17]. 与非相对论核多体理论相比, RMF 理论自动给出自旋轨道相互作用, 而不需要人为引入, 所得结果更为合理.

高密度⁵⁶Fe物质存在于中子星外壳和某些白矮星中^[18], 与地面上的⁵⁶Fe相比, 高密度⁵⁶Fe物质浸没在简并电子气体中. 在中子星壳层中可能还有中子满壳的丰中子核^[19], 如¹²⁶Ru, ¹²⁴Mo, ¹²²Zr, ¹²⁰Sr. 本文

研究高密度简并电子气体对原子核性质的影响, 揭示致密物质中原子核与地球上普通原子核的差异.

2. 基本理论

2.1. RMF 理论

RMF 理论的有效 Lagrange 密度为^[4]

$$\begin{aligned} L = & \sum_i \bar{\psi}_i (i\gamma^\mu \partial_\mu - M)\psi_i + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma \\ & - \left(\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 \right) - g_\sigma \sum_i \bar{\psi}_i \psi_i \\ & - \frac{1}{4} \Omega_{\rho\omega} \Omega^{\rho\omega} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu - g_\omega \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_i \omega_\mu \\ & - \frac{1}{4} R_{\rho\nu} R^{\rho\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_\mu \rho^\mu - g_\rho \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \tau \psi_i \rho \\ & - \frac{1}{4} F^{\rho\nu} F_{\rho\nu} - e \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \frac{1 + \tau_3}{2} \psi_i A_\mu, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 ψ 和 M 代表核子场和核子质量; $\sigma, \omega, \rho, \omega$ 和 $m_\sigma, m_\omega, m_\rho$ 分别表示 σ, ω, ρ 介子场和静止质量, A_μ 代表光子场; $g_\sigma, g_\rho, g_\omega$ 表示相应的介子与核子的耦合常数; g_2, g_3 为 σ 介子自相互作用非线性耦合常数; τ 是同位旋泡利算符, τ_3 是其第三分量, 对于质子 $\tau_3 = 1$, 对于中子 $\tau_3 = -1$; $\Omega_{\rho\omega}, R_{\rho\nu}$ 为矢量介子场

* 国家自然科学基金(批准号: 10775061, 10505016, 10575119, 10175074), 兰州大学理论物理与数学纯基础科学基金(批准号: LZULL200805), 中国科学院知识创新工程重要方向(批准号: KJCX3-SYW-N2)和国家重大基础研究前期专项基金(批准号: 2007CB815004)资助的课题.

† 通讯联系人, E-mail: zhanghongfei@lzu.edu.cn

张量 $F_{\mu\nu}$ 为电磁场张量. 将有效拉式量代入欧拉方程, 可以得到核子场、介子场、电磁场的运动方程. 假设时间反演对称, 核内将不存在介子流, 使得 ω, ρ, A 空间各向同性, 只有时间分量不为零, 场方程可简化为

$$[-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla + \beta M^*(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r})]\psi_i(\mathbf{r}) = \varepsilon_i \psi_i(\mathbf{r}), \quad (2)$$

$$(-\Delta + m_\sigma^2)\alpha(\mathbf{r}) = -g_\sigma \sum_i \bar{\psi}_i(\mathbf{r})\psi_i(\mathbf{r}) - g_2 \sigma^2(\mathbf{r}) - g_3 \sigma^3(\mathbf{r}), \quad (3)$$

$$(-\Delta + m_\omega^2)\omega_0(\mathbf{r}) = g_\omega \sum_i \psi_i^+(\mathbf{r})\psi_i(\mathbf{r}), \quad (4)$$

$$(-\Delta + m_\rho^2)\rho_0(\mathbf{r}) = g_\rho \sum_i \bar{\psi}_i(\mathbf{r})\psi_i(\mathbf{r}), \quad (5)$$

$$-\Delta A_0(\mathbf{r}) = e \sum_i \psi_i^+(\mathbf{r}) \frac{1 + \tau_3}{2} \psi_i(\mathbf{r}), \quad (6)$$

式中

$$M^*(\mathbf{r}) = M + g_\sigma \alpha(\mathbf{r}), \quad (7)$$

$$V(\mathbf{r}) = g_\omega \omega_0(\mathbf{r}) + g_\rho \tau_3 \rho_0(\mathbf{r}) + e \frac{1 + \tau_3}{2} A_0(\mathbf{r}), \quad (8)$$

上述方程组可以自洽地进行数值求解, 在此我们只计算核的基态性质.

2.2. Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) 方法

原子核中对关联的处理采用 BCS 方法^[41]. 该方法认为仅在配对核子(两核子耦合的总角动量为零)之间存在对力作用. 基态试探波函数取为

$$|\psi_{\text{BCS}}\rangle = \prod_{\mu} (U_{\mu} + V_{\mu} S_{\mu}^+) |0\rangle, \quad (9)$$

其中 U_{μ}, V_{μ} 是变分参数. 波函数满足归一化条件 $U_{\mu}^2 + V_{\mu}^2 = 1$. 由于试探波函数描述一个粒子数不确定的体系, 理论上要求粒子数的平均值与实际体系粒子数 n_0 相同, 即 $\bar{n} = n_0$, 这样问题变为一个条件极值问题 $\delta \bar{H} - \lambda \delta \bar{n} = 0$. 通过计算可得单粒子能级空着和被占据的概率 U_{μ}^2, V_{μ}^2 . 对能可由下式求出:

$$E_p = -\alpha \sum_{\mu} U_{\mu} V_{\mu}, \quad (10)$$

对力强度采用同位旋相关形式^[20]

$$G_n = \frac{21}{A} \left(1 - \frac{N-Z}{2A} \right), \quad (11)$$

$$G_p = \frac{27}{A} \left(1 + \frac{N-Z}{2A} \right), \quad (12)$$

其中 N 为中子数, Z 为质子数, A 为质量数, G_n 和 G_p 的单位为 MeV.

2.3. Wigner-Seitz 近似

零温中子星外壳与白矮星是由原子核和简并电子气体组成. Wigner-Seitz 近似^[21]是将这种体系看作由 Wigner-Seitz 元胞(以下简称元胞)构成, 每个元胞由一个原子核和与质子数相同的电子构成, 原子核位于元胞中心, 元胞整体上呈电中性. 本文考虑的原子核均是形变很小的核, 选用球形元胞会给讨论带来方便, 虽然元胞整体上电四极矩不为零, 但是数值很小以至于相邻元胞之间的电四极矩相互作用很弱, 可以忽略. 若电子气体在元胞内均匀分布, 则球形元胞半径为

$$R_c = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho N_A}}, \quad (13)$$

其中 M 为元素的摩尔质量, ρ 为致密物质的密度(以下简称密度), N_A 为阿伏伽德罗常量. 电子气体在元胞内均匀分布, 容易求出电子气体在元胞内产生的电势

$$\phi_e(r) = -\frac{3Ze}{8\pi\epsilon_0 R_c} + \frac{Zer^2}{8\pi\epsilon_0 R_c^3} \quad (r < R_c). \quad (14)$$

电子气体对原子核单粒子能级的影响就是通过电子气体产生的电势作用于原子核来实现的. 这种作用是将电子气体产生的静电场看作外场, 体现在核子场 Dirac 方程中势场 $V(r)$ 的改变, $V(r)$ 中应增加一项

$$V'(r) = e \frac{1 + \tau_3}{2} \phi_e(r) \quad (r < R_c), \quad (15)$$

即将 Dirac 方程中 $A_0(\mathbf{r})$ 换为 $A_0(\mathbf{r}) + \phi_e(\mathbf{r})$.

3. 计算和讨论

采用变形轴对称谐振子基展开的方法自洽地求解场方程(主壳 $N_f = N_b = 14$), 计算中选用文献[22, 23]所给出的相互作用参数. 将电子气体产生的势在各高斯点处叠加到 $A_0(\mathbf{r})$ 中. 在(14)式中均匀电子气在元胞内产生的势第一项为常数(对于某一确定的密度), 它仅使原子核单粒子能级发生整体平移, 并无实际意义, 因为常数势的梯度为零表示无相互作用, 计算中将其略去. 单粒子能级利用 Nilsson 量子数 $\Omega^{\pi}[Nn_z\Lambda]$ 标记, 其中 Ω 为总角动量在 z 轴投影量子数, π 为宇称, N 是主量子数, n_z 是沿 z 轴的量子数, Λ 是轨道角动量沿 z 轴的投影量子数. 以 (n) 表示第 n 个 Nilsson 能级. 此外, 在各种密度之下, 将能量最低的单粒子态 $1/2^+[000]$ 能级定为零,

其他各能级的大小均是相对于 $1/2^+[000]$ 而言.

3.1. 电子气体对 ^{56}Fe 结构的影响

利用 RMF 理论(NLSH)结合 Wigner-Seitz 近似计算的质子单粒子能级与中子单粒子能级移动(升高)分别如图 1 和图 2 所示.在当前考虑的密度范围内,由于电子气体的作用,单粒子能级有若干个电子伏到几千电子伏的升高,单粒子能级的次序没有发生变化,占有数几乎不变.在同一单粒子态上,质子能级升高是中子能级升高的 2—3 倍.质子带有电荷,与电子气体发生库仑相互作用,而电子气体对中子能级的影响是由电子气体作用于质子,质子作用于中子来间接实现的.对于相同的 N, n_z, Δ 的单粒子能级,总角动量在 z 轴投影量子数 Ω 越大,能级移动越小.由同一球形核单粒子能级劈裂而成的 Nilsson 能级中, Ω 越大能级移动越大,劈裂的能级间距越大.单粒子能级变化的大体趋势是能级越高,升高越大.随电子气体密度增大,费米面两侧($n = 14, 15$)单粒子能级间距变大,表明核子由费米面以下能级跃迁到费米面以上的能级越来越困难,即原子核变得更加稳定.

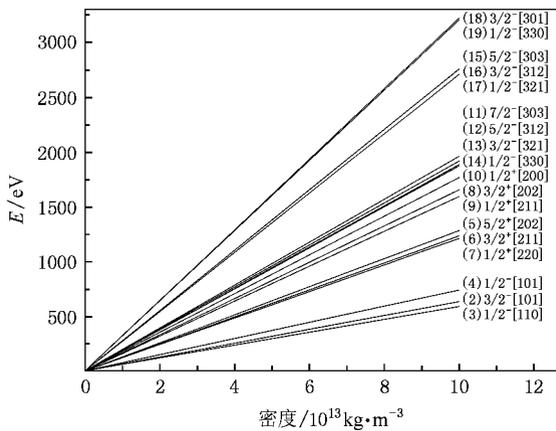


图 1 ^{56}Fe 质子单粒子能级移动与密度的关系

对于任意一个单粒子态,其能级升高与密度 ρ 成正比,即 $\Delta E = k\rho$,相关系数大于 0.999999, k 为比例系数,因不同单粒子能级而异, k 反映了电子气体对单粒子能级的影响程度.若核外无电子气体即 $\rho = 0$,则单粒子能级变化 $\Delta E = 0$,显然符合实际情况.白矮星中的铁,密度为 $10^9 - 10^{10} \text{ kg/m}^3$,利用计算机已经不能达到满意的精度,但是可以利用 $\Delta E = k\rho$ 外推得出 ^{56}Fe 质子单粒子能级移动 0.006—0.3 eV,中子单粒子能级移动 0.004—0.1 eV.地球上

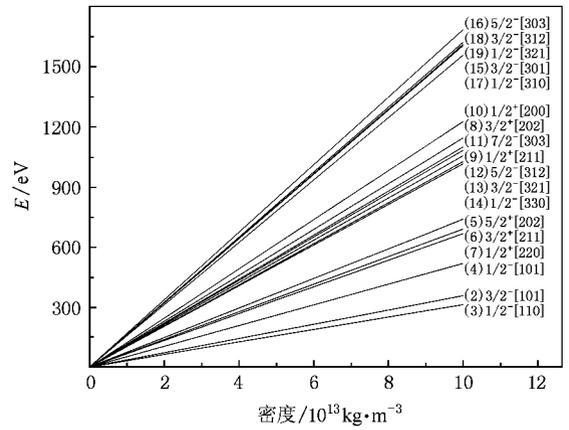


图 2 ^{56}Fe 中子单粒子能级移动与密度的关系

的铁,密度为 7800 kg/m^3 .由于原子结构的壳效应,电子气体不能看作均匀的,Wigner-Seitz 近似也不再有效,但我们可以利用它近似地估计数目级,单粒子能级变化 $\Delta E \approx 10^{-8} - 10^{-7} \text{ eV}$.即在通常密度下,核外电子对原子核结构的影响极小.

3.2. 电子气体对 ^{120}Sr 结构的影响

^{120}Sr 是中子满壳的丰中子单幻核,质子的费米面能量 $E_p \approx -20 \text{ MeV}$,中子的费米面能量 $E_n \approx -2 \text{ MeV}$ (不是相对于 $1/2^+[000]$)都比较低,表明连续态对原子核性质的贡献不是十分重要,BCS 方法处理对关联仍然有效.利用 RMF 理论(NL3)结合 Wigner-Seitz 近似计算的费米面附近质子单粒子能级与中子单粒子能级移动(升高)分别如图 3 和图 4 所示,虚线表示费米面.在当前考虑的密度范围内,单粒子能级移动与物质密度仍成正比关系.对于质子,随物质密度的增大即电子气体的密度越大,费米面两侧($n = 19, 20$)单粒子能级差逐渐增大,表明电子气体的密度越大,质子能级越稳定.而对于中子,82 个中子构成一个闭壳层,费米面两侧单粒子能级 $n = 41$ 升高而大于 $n = 42$,因此随电子气体密度的增大,费米面两侧中子单粒子能级间距变小,这表明电子气体密度的增大将逐渐减弱中子满壳层的稳定性.

物质密度在 $1 \times 10^{14} - 10 \times 10^{14} \text{ kg/m}^3$ 范围内,质子密度沿 z 轴和 r_{\perp} 轴的变化 $\rho_p - \rho_{0p}$,如图 5 所示,其中 ρ_{0p} 是裸核的质子密度分布, ρ_p 是浸没于电子气体中原子核的质子密度分布,以下类似,每条曲线对应一种密度(单位为 10^{14} kg/m^3).在核内 $z(r_{\perp}) < 5 \text{ fm}$ 范围内,由于电子气体的作用,质子密度升高且

越靠近原子核中心升高幅度越大,此外致密物质的密度越大,质子密度变化越强烈,在 $z(r_{\perp})=5-8$ fm 附近即相应于原子核边缘,质子密度反而减小并且致密物质的密度越大这种减小越明显.中子密度变化如图 6 所示,与质子密度变化趋势相同,只是弱了

很多.核子分布均方根半径与原子核的均方根半径的变化 $\Delta R_{\text{rms}} = R_{\text{rms}} - R_{0\text{rms}}$ 随密度的变化关系如图 7 所示.它们随物质密度的增大都减小,但减小的幅度不同,质子最大,核物质次之,中子最小.

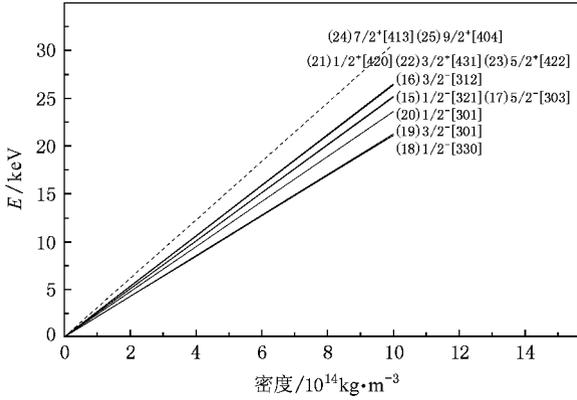


图 3 ¹²⁰Sr 费米面附近质子单粒子能级移动与密度的关系

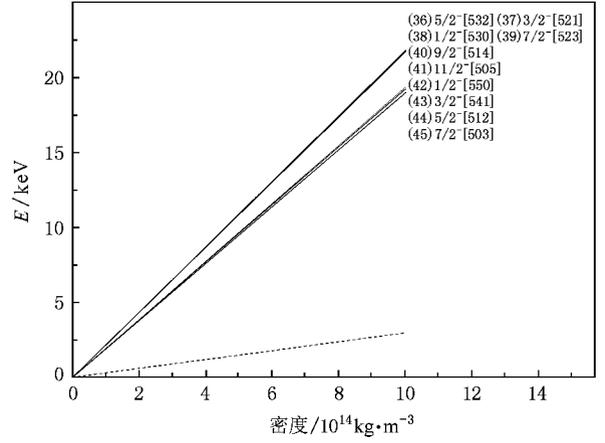


图 4 ¹²⁰Sr 费米面附近中子单粒子能级移动与密度的关系

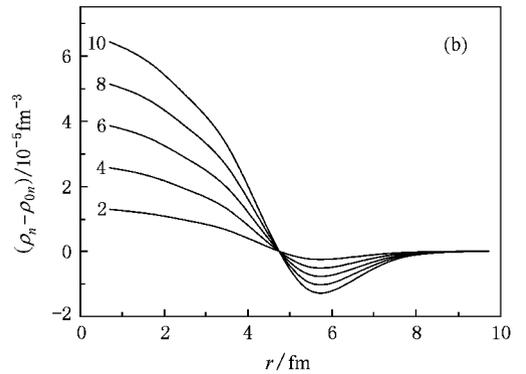
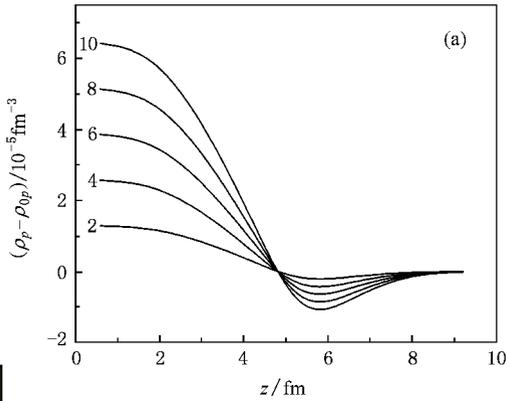


图 5 质子密度沿不同坐标轴的变化 (a) 质子密度沿 z 轴的变化, (b) 质子密度沿 r_⊥ 轴的变化

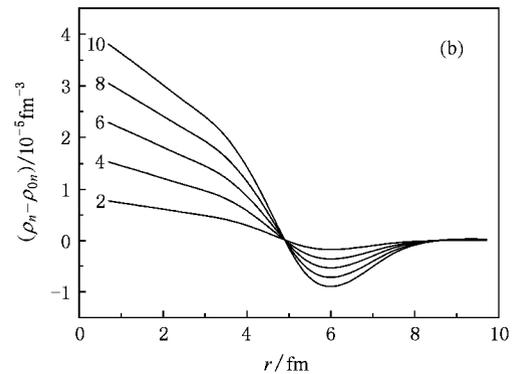
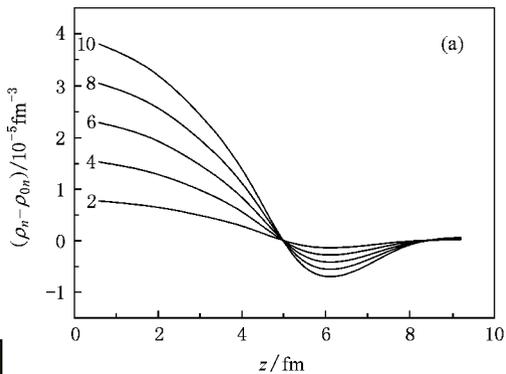


图 6 中子密度沿不同坐标轴的变化 (a) 中子密度沿 z 轴的变化, (b) 中子密度沿 r_⊥ 轴的变化



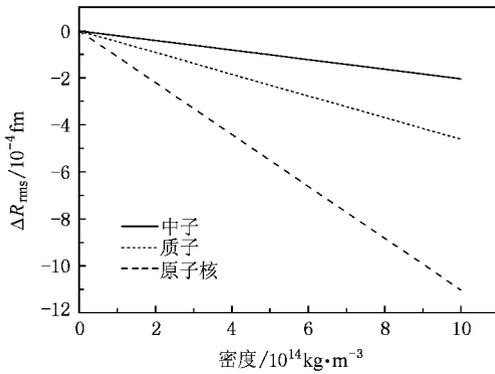


图 7 均方根半径随密度的变化

4. 结 论

以致密天体中的 ^{56}Fe 和单幻核 ^{120}Sr 为例,利用

RMF 理论结合处理对关联的 BCS 方法以及 Wigner-Seitz 近似对浸没于电子气体中原子核的结构做了研究,得出了电子气体对质子、中子单粒子能级的影响,并总结出了 ^{56}Fe 单粒子能级移动与物质密度之间的正比关系,外推得到了密度较低时电子气体对单粒子能级的影响.由于电子气体的作用, ^{56}Fe 会更加稳定.研究了电子气体对 ^{120}Sr 性质的影响,结果表明电子气体将减弱中子满壳的稳定性并且使核子分布均方根半径减小,核子密度分布在核内都增加而在核边缘附近则减小.需要指出的是,以上的讨论均假定不发生核反应.实际中子星外壳还有其他原子核特别是丰中子核,在这种情况下,上述讨论也提供了一个定性的结论.在中子星内壳层物质密度更高,电子气体对原子核的影响值得做进一步研究.

- [1] Heiselberg H ,Hjorth-Jensen M 2000 *Phys. Rep.* **328** 237
- [2] Negele J M , Vautherin D 1973 *Nucl. Phys. A* **207** 298
- [3] Kondratyev V N , Maruyama T , Chiba S 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 1086
- [4] Gambhir Y K ,Ring P ,Thimet A 1990 *Ann. Phys.* **198** 132
- [5] Ren Z Z ,Chen B Q ,Ma Z Y ,Xu G O 1996 *Phys. Rev. C* **53** R573
- [6] Gangopadhyay G 1999 *Phys. Rev. C* **59** 2541
- [7] Ren Z Z 2002 *Phys. Rev. C* **65** 051304
- [8] Zhang H F ,Li J Q ,Zuo W ,Ma Z Y ,Chen B Q ,Im S 2005 *Phys. Rev. C* **71** 054302
- [9] Zhang H F ,Im S ,Li J Q ,Ma Z Y ,Chen B Q ,Schild W 2006 *Eur. Phys. J. A* **30** 519
- [10] Meng J ,Ring P 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 460
- [11] Meng J 1998 *Nucl. Phys. A* **635** 3
- [12] Shen Y S ,Ren Z Z 1997 *High Ener. Phys. Nucl. Phys.* **21** 9 (in Chinese) [沈姚崧、任中洲 1997 高能物理与核物理 **21** 9]
- [13] Jennings B K 1990 *Phys. Lett. B* **246** 325
- [14] Ma Z Y ,Speth J ,Krewald S ,Chen B Q ,Reuber A 1996 *Nucl. Phys. A* **608** 305
- [15] Sugahara Y ,Toki H 1994 *Prog. Theor. Phys.* **92** 803
- [16] Zhong X H ,Tan Y H ,Peng G X ,Li L ,Ning P Z 2005 *Phys. Rev. C* **71** 015206
- [17] Zhong X H ,Peng G X ,Li L ,Ning P Z 2006 *Phys. Rev. C* **74** 034321
- [18] Camenzind M 2007 *Compact Objects in Astrophysics* (Heidelberg : Springer-Verlag)
- [19] Haensel P 2001 *Physics of Neutron Star Interiors* (Heidelberg : Springer-Verlag)
- [20] Li J Q ,Ma Z Y ,Chen B Q ,Zhou Y 2002 *Phys. Rev. C* **65** 064305
- [21] Bürvenich T J ,Mishustin I N ,Greiner W 2007 *Phys. Rev. C* **76** 034310
- [22] Shama M M ,Nagarajan M A ,Ring P 1993 *Phys. Lett. B* **312** 377
- [23] Lalazissis G A ,König J ,Ring P 1997 *Phys. Rev. C* **55** 540

Influence of electron gas on nuclear structure in compact objects *

Dong Jian-Min¹⁾ Zhang Hong-Fei^{1)†} Wang Yan-Zhao¹⁾ Su Xin-Ning¹⁾ Zuo Wei¹⁾²⁾ Li Jun-Qing²⁾

1) (*School of Nuclear Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China*)

2) (*Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China*)

(Received 3 July 2008 ; revised manuscript received 19 August 2008)

Abstract

The influence of electron gas on atomic nuclei ^{56}Fe and ^{120}Sr in compact matter has been studied by relativistic mean field theory in combination with Wigner-Seitz approximation. Bardeen-Cooper-Schrieffer approximation is used to deal with pairing correlations. The results show that single-particle energy levels, nucleon density distributions and root-mean-square radii are changed due to electron gas. The influence on protons is greater than that on neutrons.

Keywords : relativistic mean field theory, Wigner-Seitz approximation, single-particle energy levels, root-mean-square radii

PACC : 2100, 7110C, 2110P, 2110F

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10775061, 10505016, 10575119, 10175074), the Fundamental Research Foundation for Physics and Mathematics of Lanzhou University, China (Grant No. LZUL1200805), Funds of the Chinese Academy of Sciences for Key Topics in Innovation Engineering (Grant No. KJCX3-SYW-N2) and the Special Foundation for State Major Basic Research Program of China (Grant No. 2007CB815004).

† Corresponding author. E-mail : zhanghongfei@lzu.edu.cn