

池沸腾传热的数学分析*

肖波齐^{1)†} 王宗箴¹⁾ 蒋国平²⁾ 陈玲霞¹⁾ 魏茂金¹⁾ 饶连周¹⁾

1) 三明学院物理与机电工程系, 三明 365004)

2) 广州大学工程抗震中心, 广州 510405)

(2008 年 5 月 11 日收到, 2008 年 8 月 11 日收到修改稿)

在统计方法的基础上, 对于池沸腾传热的传热机理提出了一个数学模型. 在没有增加新的经验常数的条件下, 从该模型中可得到池沸腾热流密度是壁面过热度、活化穴最小与最大尺寸、流体的接触角与流体物理特性的函数. 该模型可以较好地解释润湿性如何影响沸腾热流密度. 对不同的接触角, 模型预测的结果与实验相符合.

关键词: 池沸腾, 传热, 数学模型

PACC: 4710, 4725, 4755K

1. 引 言

沸腾是通过大量气泡的形成、成长和运动将工质由液态转换到气态的一种剧烈蒸发过程. 池沸腾换热在工业领域有很重要的应用价值, 它关系到如何最大限度地挖掘相变换热器的工作潜力, 以期达到节约能源的目的. 因此, 在过去的几十年里, 各国学者对池沸腾换热的研究很多. 对池沸腾换热现象的模型研究, 不仅对揭示沸腾换热的运动规律有科学意义, 而且对锅炉、蒸发器等换热设备的设计具有重要的指导价值. 因此, 国内外许多学者作了大量的沸腾换热实验, 提出了各种池沸腾换热机理模型^[1-5]. 但是, 由于实验与各种假设的限制, 这些模型都有各自的缺陷, 因此综合理论仍然缺乏, 比较完善的机理模型还未建立. 造成这一现象的原因之一, 是换热表面活化核心密度对沸腾换热有重要影响, 而迄今还没有令人满意的理论和方法来描述活化核心密度分布. 为此, 本文用统计方法来描述活化核心密度分布, 对池沸腾换热进行数学分析, 以期得到一个比较自洽的沸腾换热机理模型.

2. 池沸腾换热的数学模型

到目前为止, 已提出的池沸腾换热研究模型很

多, 但这些模型都有各自的缺陷. 部分研究结果由于实验与各种假设的限制应用范围较小, 经验常数较多, 部分研究结果与实验数据相比有一定的差距.

本模型的基本思路是: 根据活化核心密度分布 N_a 与活化穴半径 R_c 的函数关系及气泡的脱离直径 D_b 和脱离频率 f 与活化穴半径 R_c 的函数关系, 用数学方法处理得到池沸腾热流密度 q_{tot} . 本模型是在前人模型的基础上进行改进后得到的, 改进后的模型实际操作比较简单, 物理意义明确, 包含较少的经验常数, 可以解释相关的物理现象, 如壁面过热度、流体的接触角等对池沸腾热流密度的影响. 模型预测的结果与实验数据符合较好. 下面我们对池沸腾传热进行数学分析.

活化核心密度分布对池沸腾热流密度的影响非常大, 气泡在活化核心处产生, 气泡引起的热流密度在核态池沸腾中占主导地位. Wang 等^[3]对活化核心密度进行了系统研究, 他们在一个大气压下的铜表面用饱和水做池沸腾实验, 对接触角 $18^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$ 范围, 提出了活化核心密度随接触角的变化, 得到了如下经验关联式:

$$N_a = 5.0 \times 10^5 (1 - \cos\phi) D_c^{-6}, \quad (1)$$

其中系数 5.0×10^5 与幂指数 -6 是经验常数, N_a 的单位是 sites/cm^2 , ϕ 是接触角, D_c 是活化穴直径, 单位是 μm . 使用国际单位制, 根据统计理论由 (1) 式可以得到半径在 R_c 与 $R_c + dR_c$ 之间的活化穴数

* 三明学院科学研究发展基金(批准号: B0704/Q)和福建省教育厅科技项目(批准号: JA07167 和 JA08240)资助的课题.

† E-mail: xiaoboqi2006@126.com

量,有

$$-dN_a(R_{c,\min} \leq R_c \leq R_{c,\max}) = 46.875 \times 10^{-29} (1 - \cos\phi) R_c^{-7} dR_c, \quad (2)$$

其中 $R_{c,\min}$ 与 $R_{c,\max}$ 分别是最小与最大活化穴半径. 因为 $dR_c > 0$, 所以 $-dN_a > 0$.

Hsu^[6]为了描述活化穴的尺寸大小, 提出模型把活化穴的尺寸大小表示为壁面温度或热流密度的函数, 认为在核化点上气泡核被热的液体包围着, 仅当气泡核周围的液体足够热时气泡核开始生长成为一个气泡. 这里, Hsu^[6]模型描述了活化穴的最小半径 ($R_{c,\min}$) 与最大半径 ($R_{c,\max}$), 有

$$R_{c,\min} = (\delta/C_1) \left[1 - \theta_s/\theta_w - \sqrt{(1 - \theta_s/\theta_w)^2 - (4\zeta C_3)(\delta\theta_w)} \right] \quad (3a)$$

$$R_{c,\max} = (\delta/C_1) \left[1 - \theta_s/\theta_w + \sqrt{(1 - \theta_s/\theta_w)^2 - (4\zeta C_3)(\delta\theta_w)} \right] \quad (3b)$$

式中, $\zeta = 2\sigma T_s / (\rho_g h_{fg})$; $C_1 = (1 + \cos\phi) \sin\phi$; $C_3 = 1 + \cos\phi$; $\theta_s = T_s - T_\infty$; $\theta_w = T_w - T_\infty$, 其中 T_w 是壁面温度, T_∞ 是流体主流温度, T_s 是液体饱和温度; δ 是液体热边界层厚度,

$$\delta = k_l / h_{nc}, \quad (4)$$

其中 k_l 是流体的热导率, Han 等^[7]取得了自然对流的平均热传递系数 h_{nc} , 对湍流和层流分别有,

$$h_{nc} = 0.14 \rho_1 c_{pl} [\gamma g (T_w - T_\infty) \alpha_1^2 / \nu_1]^{1/3}, \quad (5a)$$

$$h_{nc} = 0.54 \rho_1 c_{pl} [\gamma g (T_w - T_\infty) \alpha_1^3 (\sqrt{A\nu_1})]^{1/4}, \quad (5b)$$

其中, ρ_1 是流体密度, c_{pl} 是定压比热, γ 是流体体积膨胀系数, α_1 是流体热扩散率, ν_1 是流体运动黏度. Han 等^[7]把方程 (5) 应用于有气泡的自然对流传热中来计算热流密度, Mikic 等^[1]也把方程 (5) 应用于有气泡的池沸腾换热关系式中.

下面研究池沸腾换热的热流密度. 我们预测池沸腾热流密度随活化穴尺寸大小而变化, 并且是壁面过热度 (ΔT_w) 的函数. 目前关于池沸腾换热的模型很多, 但是由于实验与各种假定的限制, 各种模型都有自己的缺陷, 因此综合理论仍然缺乏, 也没有统一的机理模型. 如气泡扰动模型^[8]提出了与单相流体对流换热相类似的一些无因次数群, 并以这些无因次数群的关联式去表述泡态沸腾换热规律; 再如湍流自然对流类比模型, 文献 [9] 索性将大空间泡态沸腾的孤立气泡两相流折算为水平加热面向上的单

相自然对流问题. 这些模型都反映了泡态沸腾过程换热规律的各个不同侧面, 都有自己的缺陷与局限性. 若通过恰当的综合分析把不同的物理模型有机地组合起来, 则可形成对大空间泡态沸腾换热规律的较全面的描述. 这里我们采用的是 Mikic 等^[1]的叠加模型, 池沸腾换热的总热流密度 q_{tot} 可表示为:

$$q_{tot} = q_{nc} + q_b, \quad (6)$$

这里 q_{tot} 采用的是 q_{nc} 与 q_b 的叠加形式, 一般尚需引入经验参数予以修正. 为了简化计算, 我们取修正参数为 1. q_{nc} 为自然对流换热引起的热流密度, q_b 是由气泡引起的热流密度. Mikic 等^[1]假设气泡脱离时的影响区域的面积是 πD_b^2 , 并且邻域气泡不重叠, q_b 表示为

$$q_b = 2\sqrt{\pi} \sqrt{k_l \rho_1 c_{pl}} \sqrt{f D_b^2 N_a} \Delta T_w, \quad (7)$$

式中 f 与 D_b 分别是气泡的脱离频率与脱离直径, ΔT_w 是液体的壁面过热度 ($T_w - T_s$).

一些研究者^[10-12]运用单个气泡的脱离直径关系来计算核沸腾热流密度与临界热流, Ha 等^[13, 14]也认为在临界热流时活化穴处的每个气泡有均匀的热负荷, 其模型预测与实验数据符合很好, Zhao^[15]等也有类似的论述. 这里我们为了简化计算, 运用单个气泡的脱离直径关系来计算热流密度. 我们集中研究 q_b . 从 $R_{c,\min}$ 到 $R_{c,\max}$, 通过修改 (7) 式得到一个数学模型

$$q_b = \int dq_b = \int_{R_{c,\min}}^{R_{c,\max}} 2\sqrt{\pi k_l \rho_1 c_{pl}} \Delta T_w D_b^2 \sqrt{f} (-dN_a). \quad (8)$$

最近 Chung^[5]等运用 (1) 式来计算池沸腾热流密度, 这里我们也将运用 (1) 式的变化形式 (2) 式来计算池沸腾热流密度. $(-dN_a)$ 由 (2) 式给出. 如果气泡的脱离频率 f 和脱离直径 D_b 都是活化穴半径 R_c 的函数, 则我们可以对 (8) 式进行积分. 下面我们来推导气泡的脱离频率和脱离直径与活化穴半径的函数关系.

van der Geld^[16]讨论了通常情况下气泡的脱离标准, 取得单个气泡的脱离体积 V_b 的表达式为

$$V_b = \pi D_c^3 / Eo, \quad (9a)$$

其中 Eo 是 Eotvos 数. Mori^[17]等在人造化核点上进行了一项实验来调查气泡的生长与脱离, 该实验发现用力的平衡来分析气泡不能精确预测气泡的脱离尺寸与生长时间, 同时发现了气泡的脱离直径与活化穴半径有函数关系. 该实验中 Mori^[17]等取得了

E_o 的如下表达式:

$$E_o = g(\rho_l - \rho_g)D_c^2/\sigma. \quad (9b)$$

把(9b)式代入(9a)式,我们可以得到单个气泡的脱离体积 V_b ,

$$V_b = \pi\sigma D_c/g(\rho_l - \rho_g). \quad (10)$$

从(10)式可以看出,单个气泡的脱离体积 V_b 正比于活化穴直径 D_c 与流体的物理特性。(10)式表示较大的活化穴直径 D_c 就有较大的单个气泡的脱离体积 V_b ,这是符合实际物理现象的。根据上面文献[10—15]所述,可以认为活化穴处的每个气泡有均匀的热负荷,可以运用单个气泡的脱离直径关系来表示池沸腾换热,所以单个气泡的脱离体积 V_b 也可以表示为

$$V_b = \pi D_b^2/6. \quad (11)$$

(10)和(11)式是等价的,则我们可以推导出单个气泡的脱离直径 D_b 的表达式,有

$$D_b = (12\sigma)^{1/3} [g(\rho_l - \rho_g)]^{1/3} R_c^{1/3}. \quad (12)$$

从(12)式可以看出气泡的脱离直径 D_b 与活化穴半径 R_c 的函数关系,这与 Mori 等^[17]的实验结果相符合。(12)式表示有较大的活化穴半径 R_c 就有较大的气泡的脱离直径 D_b 。

Rohsenow^[18]取得了气泡的脱离直径 D_b 与脱离频率 f 的经验关联式

$$D_b f^2 = 1.32g. \quad (13)$$

把(12)式代入(13)式,可以得到气泡的脱离频率 f

$$f = \sqrt{1.32g(12\sigma)^{-1/6} [g(\rho_l - \rho_g)]^{1/6} R_c^{-1/6}}. \quad (14)$$

由于(14)式是经(9)–(13)式推导得到的,同样也是经验关联式。从(14)式可以看出气泡的脱离频率 f 与活化穴半径 R_c 的函数关系,活化穴半径越大,气泡的脱离频率越低。这是我们所预期的,因为活化穴半径越大,气泡的脱离直径越大,所需要的脱离时间越长,从而气泡的脱离频率越低。

需要说明的是,气泡脱离直径公式(9)和(12)式,是基于浮力与界面张力的平衡推导出来的,忽略了其他因素的影响(如惯性力)。关于气泡脱离直径公式,到目前为止,还没有一个公认的表达式。著名的 Fritz^[19]气泡脱离直径公式也是基于浮力与界面张力的平衡推导出来的,没有顾及影响因素,至今仍在用,其预测值与大气压力下的实验观测数据比较符合,对许多液体的较高压力或较低压力状态,其

计算值与实测值偏离较大。所以我们的模型也应该在大气压力下使用,我们模型预测结果与实验数据也是在大气压力下进行比较的。实际影响因素考虑得越多,气泡脱落直径表达式越复杂。

现在从(12)和(14)式可以看出,气泡的脱离频率 f 和脱离直径 D_b 都是活化穴半径 R_c 的函数,对(8)式积分可以得到

$$q_b = 12c_b R_c^{-65/12} [1 - (R_{c,\min}/R_{c,\max})^{65/12}] \Delta T_w/65, \quad (15)$$

这里 $c_b = 93.75 \times 10^{-29} (1.32g)^{1/4} (1 - \cos\phi) \times \sqrt{\pi k_l \rho_l c_{pl}} (12\sigma)^{7/12} [g(\rho_l - \rho_g)]^{-7/12}$ 。方程(15)中包含两个经验参数 c_b 与 $12/65$,与活化穴半径无关。 ΔT_w 属于自变量。需要注意的是, c_b 包含若干个经验参数,而其中一个经验参数 $(1 - \cos\phi)$ 是经(1)式变化而来,所以(15)式中接触角取 $18^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$,后面我们与实验数据的比较也是在接触角 $18^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$ 范围内进行的(见图1—3)。由于方程(9)及(12)是基于浮力与界面张力的平衡推导出来的,其预测值与大气压力下的实验观测数据比较符合,而经验参数 c_b 又包含方程(9)及(12)的经验参数,所以该模型在大气压力下比较适用。

自然对流换热引起的热流密度 q_{nc} 一般可以表示为

$$q_{nc} = h_{nc}(T_w - T_\infty). \quad (16)$$

把(15)与(16)式代入(6)式,我们可以得到 q_{tot} 的一个数学模型

$$q_{tot} = 12c_b R_c^{-65/12} [1 - (R_{c,\min}/R_{c,\max})^{65/12}] \Delta T_w/65 + h_{nc}(T_w - T_\infty), \quad (17)$$

这里 $R_{c,\min}$ 与 $R_{c,\max}$ 由(3)式给出, h_{nc} 由(5)式给出。(17)式表示 q_{tot} 是壁面过热度、活化穴最小与最大尺寸、流体的接触角与流体物理特性的函数。没有引进其他参数,与传统的模型相比,该模型包含较少的经验常数,并且每个参数都有物理意义。本模型可以解释湿性是如何影响池沸腾热流密度的,在接触角 $18^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$ 范围内,从(15)式中 c_b 的表达式可以看到,当接触角增加时,热流密度也增加,这与 Wang 等^[3]与 Dhir 等^[20]及 Gaertner 等^[21]的实验结果一致。

3. 结果与讨论

Wang 等^[3]在一个大气压下的铜表面用饱和水

做实验. 现在把我们模型预测的结果与 Wang 等^[3]的实验数据进行比较. 对接触角 $\phi = 18^\circ$ 与 $\phi = 35^\circ$, 图 1 中给出了模型预测与实验数据的比较, 实线代表本模型的预测, 从图 1 可以看出模型预测值与实验数据符合较好. 对接触角 $\phi = 38^\circ$ 与 $\phi = 69^\circ$, 图 2 给出了本模型预测与 Dhir 等^[20]实验数据的比较. 从图 2 可以看出本模型预测的结果与实验数据符合较好. 对接触角 $\phi = 22^\circ$, 图 3 给出了本模型预测与 Gaertner 等^[21]实验数据的比较, 从图 3 再次可以看到本模型预测的结果与实验数据符合较好. 从图 1—3 可以看出, 我们与不同研究者在不同接触角的条件下进行了比较, 模型预测的结果与实验结果符合较好, 其一致性能保证其较广泛的适用性与可靠性.

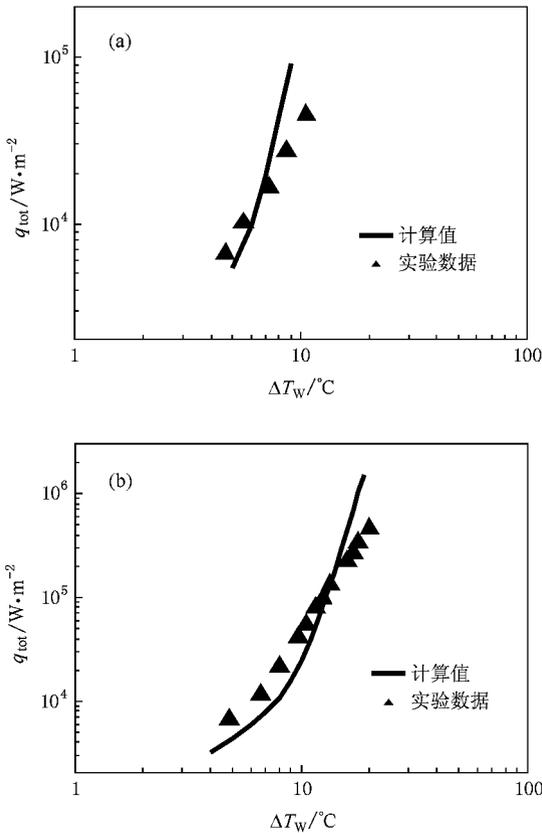


图 1 模型预测与实验数据的比较 (a) $\phi = 18^\circ$ (b) $\phi = 35^\circ$

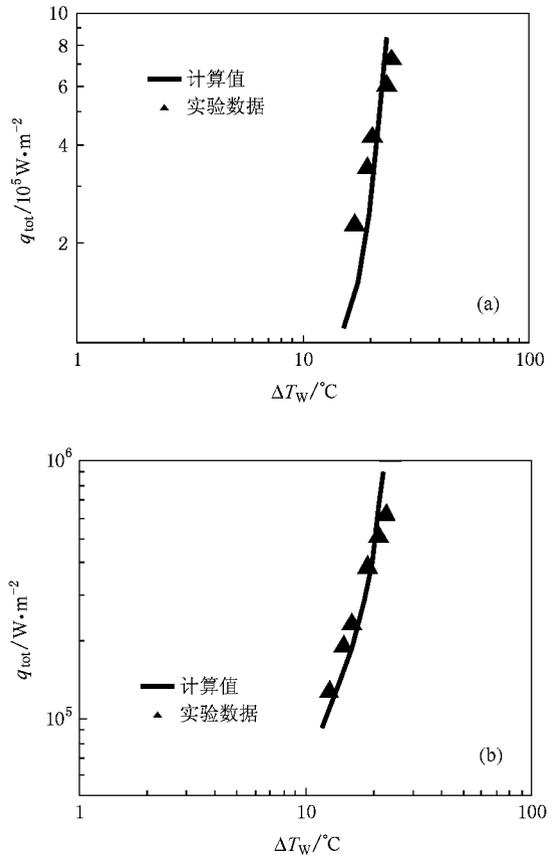


图 2 模型预测与实验数据的比较 (a) $\phi = 38^\circ$ (b) $\phi = 69^\circ$

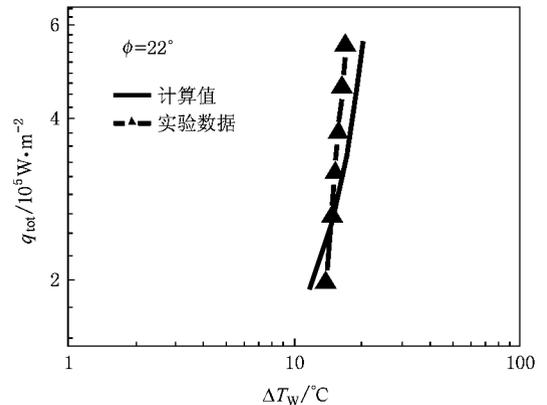


图 3 模型预测与实验数据的比较

4. 结 论

通过本文的研究, 可以得到如下结论:

1) 池沸腾热流密度是壁面过热度、活化穴最小与最大尺寸、流体的接触角与流体物理特性的函数. 与传统的池沸腾经验公式相比, 本模型没有增加经

验常数, 并且用了较少的经验常数.

2) 本模型可以较好地解释润湿性是如何影响池沸腾热流密度的, 当接触角增加时, 热流密度也增加, 与实验结果一致.

3) 与不同接触角的实验数据进行了比较, 模型预测的结果与实验结果符合较好, 从而证明了该模型的可靠性与较广泛的适用性.

- [1] Mikic B B , Rohsenow W M 1969 *J. Heat Tran.* **91** 245
- [2] Paul D D , Abdel-Khalik S I 1983 *Int. J. Heat Mass Tran.* **26** 509
- [3] Wang C H , Dhir V K 1993 *J. Heat Tran.* **115** 659
- [4] Diao Y H , Zhao Y H , Wang Q L 2007 *Heat Mass Tran.* **43** 935
- [5] Chung H J , No H C 2007 *Int. J. Heat Mass Tran.* **50** 2944
- [6] Hsu Y Y 1962 *J. Heat Tran.* **84** 207
- [7] Han C Y , Griffith P 1965 *Int. J. Heat Mass Tran.* **8** 887
- [8] Rohsenow W M 1952 *J. Heat Tran.* **74** 969
- [9] Zuber N 1963 *Int. J. Heat Mass Tran.* **6** 53
- [10] Deissler R G 1954 *Columbia University Heat Transfer Symposium* (New York : Columbia University Press) p16
- [11] Rohsenow W , Griffith P 1956 *Chem. Eng. Progr. Symp. Ser.* **52** 47
- [12] Chang Y P , Snyder N W 1960 *Chem. Eng. Progr. Symp. Ser.* **56** 25
- [13] Ha S J , No H C 1998 *Int. J. Heat Mass Tran.* **41** 303
- [14] Ha S J , No H C 2000 *Int. J. Heat Mass Tran.* **43** 241
- [15] Zhao Y H , Masuota T , Tsuruta T 2002 *Int. J. Heat Mass Tran.* **45** 3189
- [16] van der Geld C W M 1996 *Int. J. Heat Mass Tran.* **39** 653
- [17] Mori B K , Douglas B W 2001 *Int. J. Heat Mass Tran.* **44** 771
- [18] Rohsenow W M 1973 *Hand Book of Heat Transfer* (New York : McGraw-Hill) p3
- [19] Fritz W 1935 *J. Phys. Zeitschr.* **36** 37
- [20] Dhir V K , Liaw S P 1989 *J. Heat Tran.* **111** 739
- [21] Gaertner R F 1960 *Chem. Eng. Symp. Ser.* **56** 39

Mathematical analysis of pool boiling heat transfer^{*}

Xiao Bo-Qi^{1)†} Wang Zong-Chi¹⁾ Jiang Guo-Ping²⁾ Chen Ling-Xia¹⁾ Wei Mao-Jin¹⁾ Rao Lian-Zhou¹⁾

¹ *Department of Physics and Electromechanical Engineering , Sanming University , Sanming 365004 , China)*

² *Earthquake Engineering Research Test Center , Guangzhou University , Guangzhou 510405 , China)*

(Received 11 May 2008 ; revised manuscript received 11 August 2008)

Abstract

In this paper for the mechanisms of pool boiling heat transfer a mathematical model is derived based on statistical treatment. No additional new empirical constant is introduced. The proposed model for pool boiling heat flux is found to be a function of wall superheating , minimum and maximum active cavity sizes , the contact angle , and physical properties of fluid. It also turns out that the present model well explains the mechanism of how wettability affects the boiling heat flux. The model predictions are compared with the existing experimental data , and fair agreement is found for different contact angles.

Keywords : pool boiling , heat transfer , mathematical model

PACC : 4710 , 4725 , 4755K

^{*} Project supported by the Scientific Research Expansion Foundation of Sanming University in Fujian Province of China (Grant No. B0704/Q) and the Educational Department of Fujian Province of China (Grant Nos. JA07167 , JA08240).

[†] E-mail : xiaoboqi2006@126.com