

# 高导无氧铜的高压与高应变率本构模型研究<sup>\*</sup>

陈大年<sup>1)†</sup> 范春雷<sup>1)</sup> 胡金伟<sup>1)</sup> 吴善幸<sup>1)</sup> 王焕然<sup>1)</sup> 谭 华<sup>2)</sup> 俞宇颖<sup>2)</sup>

1) 宁波大学力学与材料科学研究中心, 宁波 315211)

2) 中国工程物理研究院流体物理研究所冲击波与爆轰物理重点实验室, 绵阳 621900)

(2007 年 7 月 4 日收到, 2008 年 10 月 20 日收到修改稿)

基于  $Y/G$  及  $G/B$  为常数的假设, 构建了高导无氧铜的七种高压与高应变率本构模型. 对于高导无氧铜进行了平面冲击波试验, 采用纵向与横向锰铜应力计记录了试件中的纵向与横向应力, 从而得到了屈服应力历史. 用所构建的七种本构模型进行了数值模拟, 并与高导无氧铜的平面冲击波试验结果进行比较. 结果表明, 平面冲击波载荷下高导无氧铜的屈服强度对于压力、密度、温度以及塑性应变的依赖性是本构描述的关键. 而由 Hopkinson 试验取得的高导无氧铜高应变率本构模型, 并不适合描述平面冲击波载荷下的本构特性.

关键词: 本构模型, 高导无氧铜, 平面冲击波试验, 锰铜应力计

PACC: 6250, 6220D, 6220F, 6220M

## 1. 引 言

固体的高应变率变形通常用经验的<sup>[1]</sup>或具物理背景的<sup>[2]</sup>本构模型描述. 这些把有效应力与有效应变、有效应变率及温度联系起来的本构模型通常通过 Hopkinson 压杆 (SHPB) 拉伸或扭杆试验确定. 与这些中或低应变率试验不同, 冲击波试验产生与密度显著增长相关的高压与高温. 因此, 描述材料中的冲击波现象必须计及高压状态方程及相关的本构模型. 与压力及温度有关的剪切模量及屈服强度模型<sup>[3,4]</sup>已被发展起来. 构筑冲击载荷下固体本构模型的主要困难在于固体经受很大范围的力学与热力学载荷条件, 宽区的本构模型<sup>[5]</sup>不易建立. 然而, 仅仅适用于中等应变率的本构模型又往往被应用于冲击波现象的数值模拟. 因此, 深入研究平面冲击波载荷下材料的本构模型具有十分重要的科学意义与现实意义. 采用纵向与横向锰铜应力计技术<sup>[6,7]</sup>, 记录试件在平面冲击波载荷下的纵向与横向应力随时间变化的历史, 并由此得到屈服强度随时间的变化历史, 这是最直接测试高压、高应变率本构模型的方法.

本文首先讨论高压与高应变率载荷下高导无氧铜 (OFHC) 本构模型的经验与物理描述, 基于假设

$Y/G$ <sup>[3]</sup>及  $G/B$ <sup>[4]</sup>为常数 ( $Y, G, B$  分别为屈服强度、剪切模量、体积模量) 构建了七种本构模型, 其中也采用了 Straub<sup>[8]</sup>的剪切模量模型及修改的 Johnson-Cook 模型<sup>[9]</sup>. 数值模拟了七种模型的 OFHC 平面冲击波试验, 并与实验结果比较. 结果表明, 对于描述 OFHC 在平面冲击波载荷下的本构特性而言, 屈服强度的压力、密度、温度以及塑性应变相关性是最重要的.

## 2. 高压与高应变率载荷下 OFHC 本构模型的经验与物理描述

由 SHPB 试验确定的典型高应变率本构模型有如下的 Johnson-Cook<sup>[1]</sup> (JC) 模型:

$$\sigma = (\sigma_0 + B_1 \epsilon^{n_1}) \left( 1 + C \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right) [1 - (T^*)^m] \quad (1)$$

$$T^* = \frac{T - T_r}{T_m - T_r} \quad (2)$$

其中  $\sigma$  为有效应力 (流动应力),  $\epsilon$  为有效应变,  $\dot{\epsilon}$  为应变率,  $\sigma_0, B_1, C, n_1, m$  是试验确定的常数,  $T$  为温度,  $T_r, T_m$  分别为参考温度及熔化温度,  $\dot{\epsilon}_0$  为参考应变率. 方程 (1) 已被 Rule 等<sup>[9]</sup>作了如下修改: (RJC)

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金 (批准号: 10472048, 10672082) 和中国工程物理研究院流体物理研究所冲击波物理与爆轰物理重点实验室基金 (批准号: 9140C6702020603) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: chdnch@nbu.edu.cn

$$\sigma = (C_1 + C_2 \epsilon_0^N) \left[ 1 + C_3 \ln \dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0 + C_4 \left( \frac{1}{C_5 - \ln \dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0} - \frac{1}{C_5} \right) \right] [1 - (T^*)^m] \quad (3)$$

$$\left[ 1 + C_3 \ln \dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0 + C_4 \left( \frac{1}{C_5 - \ln \dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0} - \frac{1}{C_5} \right) \right] \leq C_6, \quad (4)$$

其中  $C_4, C_5$  是附加的经验常数. 对于 OFHC 而言, 方程 (1) (3) (4) 中的参数为  $\sigma_0 = 90 \text{ MPa}$ ,  $B_1 = 292 \text{ MPa}$ ,  $n_1 = 0.31$ ,  $C = 0.025$ ,  $m = 1.09$ ,  $C_1 = 111.3 \text{ MPa}$ ,  $C_2 = 239.7 \text{ MPa}$ ,  $N = 0.1047$ ,  $C_3 = 8.813 \times 10^{-4}$ ,  $C_4 = 0.1893$ ,  $C_5 = 10.02$ ,  $M = 1.010$ ,  $C_6 = 4.741$ . Zerilli-Armstrong (ZA) [21] 提出了两种基于微结构的本构模型. 对于 fcc 金属而言,

$$\sigma = C_0^* + k_1 \lambda^{-1/2} + C_2^* \epsilon^{1/2} \times \exp(-C_3^* T + C_4^* T \ln \dot{\epsilon}), \quad (5)$$

其中  $k_1$  为微结构应力强度,  $\lambda$  为晶粒尺度. 对于 OFHC 而言,  $k_1 = 5.0 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{1/2}$ ,  $\lambda = 0.075 \text{ mm}$ ,  $C_0^* = 46.5 \text{ MPa}$ ,  $C_2^* = 890.0 \text{ MPa}$ ,  $C_3^* = 0.0028 \text{ K}^{-1}$ ,  $C_4^* = 0.000115 \text{ K}^{-1}$ . 应该指出, 高应变率本构关系 (1) (3) 和 (5) 是基于一维应力的动态试验及高应变率扭转试验, 有效应力随有效应变、应变率及温度的变化曲线在相关文献中均已给出. Holmquist 等 [10] 对于 OFHC 作了 Taylor 试验 (圆柱撞击试验), 并分别采用 JC [1] 及 ZA [2] 本构模型进行数值模拟. 结果表明, ZA 模型的预估更符合 Taylor 试验试件的最终形状.

事实上, 估计的冲击波阵面上的应变率可达  $10^7 - 10^9 \text{ s}^{-1}$ , 而在 SHPB 试验中的应变率仅为  $10^2 - 10^4 \text{ s}^{-1}$ . 况且, 平面冲击波试验中材料所经受的压力及温度与 SHPB 试验中材料的压力及温度不可比拟. 关于平面冲击波荷载下材料的本构模型, 存在不同的观点. 有学者 [3, 5] 假设, 屈服强度  $Y$  (流动应力  $\sigma$ ) 在一定近似下, 正比于剪切模量  $G$ . Steinberg, Cochran 及 Guinan (SCG) [3] 指出: “已有很多数据表明,  $G$  随压力及温度变化, 可是, 关于  $Y$  没有如此的数据. 然而, 对于并不显示应变率相关性的材料,  $Y$  期望正比于  $G$ , 也就是  $Y/G$  是一常数 (我们的理解是  $Y/G$  不依赖于压力及温度, 但为保持 SCG 的原文原述,  $Y/G$  仍表达为常数), 他们提出的本构模型为:

$$G = G_0 \left[ 1 + b \frac{P}{(\rho / \rho_0)^{\beta}} + h(T - 300) \right], \quad (6)$$

$$Y = Y_0 [1 + \beta(\epsilon_p + \epsilon_{pi})]^n G / G_0, \quad (7)$$

$$Y_0 [1 + \beta(\epsilon_p + \epsilon_{pi})]^n \leq Y_{\max}. \quad (8)$$

其中  $G_0, b, h, Y_0, \beta, n, Y_{\max}$  为常数,  $\rho$  为密度,  $\rho_0$  为初始密度,  $\epsilon_p$  为有效塑性应变,  $\epsilon_{pi}$  为其初值. 对于铜而言 [3],  $G_0 = 47.7 \text{ GPa}$ ,  $b = 3.0$ ,  $h = 3.8 \times 10^{-4}$ ,  $Y_0 = 0.12 \text{ GPa}$ ,  $\beta = 36.0$ ,  $n = 0.45$ ,  $Y_{\max} = 0.6 \text{ GPa}$ . 然而, Wallace [4] 指出: “ $G(p, T)$  是难以估计的,  $G$  对  $T$  的依赖性是很小的, 且易估计, 但是  $G$  对  $\rho$  的依赖性是很大的, 且当  $\delta\rho/\rho \geq 0.1$  时不能估计. 唯一的办法是  $G(p)$  采用电子结构计算, 关于  $G$  的估计仍然采用  $G/B$  为常数”. 他们把求  $G$  的问题归为求  $B$ . 在 Rayleigh 线上的  $B$ , 在假设  $\rho\Gamma = \rho_0\Gamma_0$ , 且冲击波速度  $u_s$  表达为

$$u_s = C_0 + su \quad (9)$$

的情况下, Tonks [11] 给出如下表达式:

$$B = \rho_0 \Gamma_0 u_s^2 \eta (1 - \eta) + \rho_0 C_0^2 (1 - \eta) \times [1 + (s - \Gamma_0) \eta] [1 - s\eta]^3, \quad (10)$$

其中  $\Gamma$  为 Grüneisen 参数,  $u$  为质点速度,  $C_0, s$  为常数,  $\eta$  为压缩度  $1 - \rho_0/\rho$ . 对于铜 [12],  $\rho_0 = 8.93 \text{ g/cm}^3$ ,  $\Gamma_0 = 1.99$ ,  $C_0 = 3.9 \text{ km/s}$ ,  $s = 1.49$ . Straub [8] 也有不同的观点, 他给出了  $G$  在固定温度下不同压缩度范围的外推公式 (包括负压范围):

$$G = G_0^* + g_1(a - a_0) a^2 \exp[-g_2(a - a_0)] \quad (11)$$

$$a_0 = -g_1 / (3G_0^* X_0), \quad (12)$$

其中  $G_0^*, g_1, g_2, X_0$  为常数,  $g_1$  的单位为  $\text{Mbar} \cdot a_B$ ,  $g_2$  的单位为  $1/a_B$  ( $a_B$  为 Bohr 半径), 密度  $\rho$  可表达为

$$V = \frac{1}{\rho} = a^3 \xi (A/N_A), \quad (13)$$

其中  $A$  为原子量,  $N_A$  为阿伏伽德罗数,  $\xi$  为单元原子数. 对于铜 [8],  $G_0^* = 51.8 \times 10^4 \text{ MPa}$ ,  $X_0 = 3.73$ ,  $g_1 = -3.947 \times 10^6 \text{ Mbar} \cdot a_B$ ,  $g_2 = 0.6013 (1/a_B)$ ,  $\xi = 4$ .

关于屈服强度的应变率相关性, Steinberg 等 [13] 曾计及了应变率效应. 依据 Wallace [4] 的强冲击波理论, 由 Hugoniot 数据, 可以确定塑性应变率在  $10^9 - 10^{12} \text{ s}^{-1}$  范围的金属的本构性态, 平均偏应力可通过塑性功的加热效应估计. Preston 等 [5] 指出, 对于强冲击波, 其饱和应力  $\sigma_s$  在塑性应变率  $10^9 - 10^{12} \text{ s}^{-1}$  范围可表达为

$$\sigma_s / (\alpha \rho, T) = \alpha (\epsilon_p / \dot{\epsilon}_1)^n, \quad (14)$$

其中  $C$  为常数,  $\alpha$  对于铜为 0.25,  $\dot{\epsilon}_1 = C_T / 2a_*$ ,  $C_T$  为横向声速,  $A\pi a_*^3 / 3$  为原子体积. 可见, 冲击波载荷

下材料屈服强度的应变率相关性不同于 SHPB 试验中等应变率载荷下材料流动应力的应变率相关性. Clifton<sup>[14]</sup>已指出过此问题. 可见, 关于材料在高压、高应变率载荷下的本构理论, 目前仍处于发展阶段, 为了使数值模拟结果符合实验结果, 学者们扩展了基本的本构模型, 其中包括平面冲击卸载的“准弹性”过程及 Bauschinger 效应, 采用一系列的权重因子及单元屈服应力加以描述, 这些问题很复杂, 尚在讨论中, 本文仅试图构建若干关于剪切模量  $G$  及屈服强度  $Y$  的基本表达. 我们首先指出, 在 JC<sup>[11]</sup>及 ZA<sup>[2]</sup>模型中, 由于加载条件所引起的热力学量变化不大, 剪切模量  $G$  的热力学状态相关性没有计及; 而在 Wallace<sup>[4]</sup>模型及 Straub<sup>[8]</sup>模型中, 没有论及屈服强度的应变与应变率效应. 鉴于当前本构关系的不完整套用现状, 我们基于  $Y/G$  为常数<sup>[3]</sup>此种在准静态条件下的假设或  $G/B$  为常数<sup>[4,11]</sup>此种在强冲击条件下的假设, 探讨扩展适用范围的可能性, 构建了如下七种本构模型:

模型 1 (SCG 模型)

$$G_{SCG} = G_0 [1 + b_p (\rho_0 / \rho)^3 - h(T - 300)], \quad (15)$$

$$Y_{SCG} = Y_0 (1 + \beta \epsilon_p)^n G_{SCG} / G_0. \quad (16)$$

模型 2:

$$G_{WT} = C^* \{ \rho_0 \Gamma_0 u_s^2 \gamma (1 - \eta) + \rho_0 C_0^2 (1 - \eta) \} \times [1 + (s - \Gamma_0) \eta \{1 - s\eta\}^3], \quad (17)$$

$$Y_{WT} = Y_0 (1 + \beta \epsilon_p)^n G_{WT} / G_0. \quad (18)$$

此模型是 Wallace 剪切模量与 SCG 屈服强度的结合, 其中  $C^*$  为常数.

模型 3:

$$G_s = G_0^* + g(a - a_0) a^2 \exp[-g(a - a_0)], \quad (19)$$

$$Y_s = Y_0 (1 + \beta \epsilon_p)^n G_s / G_0. \quad (20)$$

此模型是 Straub 剪切模量与 SCG 屈服强度的结合.

模型 4:

$$G_{WT} = C^* \{ \rho_0 \Gamma_0 u_s^2 \gamma (1 - \eta) + \rho_0 C_0^2 (1 - \eta) \} \times [1 + (s - \Gamma_0) \eta \{1 - s\eta\}^3],$$

$$Y_{JC} = (\sigma_0 + B \epsilon^{n_1}) \{1 + C \ln \epsilon / \dot{\epsilon}_0\} [1 - (T^*)^m]. \quad (21)$$

此模型是 Wallace 剪切模量与 JC 屈服强度的结合.

模型 5:

$$G_{WT} = C^* \{ \rho_0 \Gamma_0 u_s^2 \gamma (1 - \eta) + \rho_0 C_0^2 (1 - \eta) \} \times [1 + (s - \Gamma_0) \eta \{1 - s\eta\}^3],$$

$$Y_{ZA} = C_0^* + k_1 \lambda^{-1/2} + C_2^* \epsilon^{1/2} \exp(-C_3^* T + C_4^* T \ln \epsilon). \quad (22)$$

此模型是 Wallace 剪切模量与 ZA 屈服强度的结合.

模型 6:

$$G_{SCG} = G_0 [1 + b_p (\rho_0 / \rho)^3 - h(T - 300)],$$

$$Y_{ZA} = C_0^* + k_1 \lambda^{-1/2} + C_2^* \epsilon^{1/2} \times \exp(-C_3^* T + C_4^* T \ln \epsilon).$$

此模型是 SCG 剪切模量与 ZA 屈服强度的结合.

模型 7:

$$G_{SCG} = G_0 [1 + b_p (\rho_0 / \rho)^3 - h(T - 300)],$$

$$Y_{RJC} = (C_1 + C_2 \epsilon^N) \left[ 1 + C_3 \ln \epsilon / \dot{\epsilon}_0 + C_4 \left( \frac{1}{C_5 - \ln \epsilon / \dot{\epsilon}_0} \frac{1}{C_5} \right) \right] [1 - (T^*)^m] \left[ 1 + C_3 \ln \epsilon / \dot{\epsilon}_0 + C_4 \left( \frac{1}{C_5 - \ln \epsilon / \dot{\epsilon}_0} \frac{1}{C_5} \right) \right] \leq C_6. \quad (23)$$

此模型是 SCG 剪切模量与 RJC 屈服强度的结合.

我们把以上七种本构模型应用来数值模拟 OFHC 的平面冲击波试验, 研究平面冲击波载荷下材料本构模型的关键性函数, 考察中等应变率本构模型推广为高压、高应变率本构模型的可能性, 以及强冲击条件下剪切模量应用于非强冲击波的可能性.

### 3. 平面冲击波载荷下 OFHC 本构模型的实验研究

测试试件材料在平面冲击波载荷下的屈服应力是研究高压、高应变率本构模型的最直接方法. 目前用于测量冲击波载荷下材料剪切强度的唯一直接技术是采用压阻应力计记录纵向应力  $\sigma_x$  与横向应力  $\sigma_y$ . 这种方法最早是由 Bernstein 等<sup>[6]</sup>提出的. 剪切强度  $\tau$  可直接确定:

$$2\tau = Y = \sigma_x - \sigma_y. \quad (24)$$

已经有一系列研究致力于此种冲击波载荷下材料剪切强度的直接测量工作, 其中包括 Dremin 等<sup>[7]</sup>, Kanel 等<sup>[15]</sup>, Chartagnac<sup>[16]</sup>, Gupta<sup>[17]</sup>, Rosenberg 等<sup>[18]</sup>, Millett 等<sup>[19]</sup>以及戴兰宏<sup>[20]</sup>等.

我们在宁波大学浙江省冲击与安全工程重点实验室的  $\Phi 57$  mm 一级气炮上, 进行了 OFHC 的平面冲击波试验. 靶由两片 OFHC 试件组成, 迎撞击的 OFHC 试件厚 10 mm, 被横向剖开后设置横向锰铜应

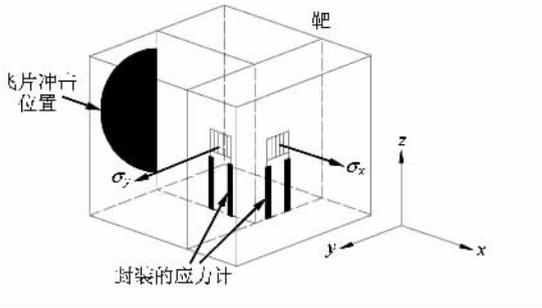


图1 安装有横向与纵向应力计的实验装置

力计,距撞击面 3 mm,锰铜应力计具有电绝缘层.纵向锰铜应力计置于前后两片 OFHC 之间.6 mm 厚的 OFHC 飞片在一级气炮的驱动下高速冲击上述 OFHC 靶,实验装置及锰铜应力计的布局如图 1 所示.图 2 显示了所记录的典型试验的纵向应力与横向应力历史,其中飞片速度为 249 m/s.在图 2(a)中,所记录的纵向应力峰值约 4.5 GPa,历时约 2 μs.在图 2(b)中,所记录的横向应力在趋于稳态的平台值前有一个很小的尖峰.我们认为,这是电信号的脉冲跳增,并非试件的力学响应.此现象已由 Millett 等<sup>[19]</sup>指出.

上述纵向与横向应力历史记录是按 Rosenberg 等<sup>[18]</sup>提出的方法取得的:首先,由应力计的相对电阻变化  $\Delta R/R_0$  确定应力计中的压力  $p_g$

$$\frac{\Delta R}{R_0} = f(\epsilon_v^g) = g(p_g), \quad (25)$$

其中  $\epsilon_v^g$  为应力计的体积应变.此方程中的函数是应力计的标定曲线.然后,对于处于塑性状态的横向应力计的应力张量,设为

$$\sigma_{ij}^g = \begin{pmatrix} \sigma_y^g + Y_g & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^g & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_y^g \end{pmatrix}, \quad (26)$$

其中  $Y_g$  为应力计的屈服强度.由此,

$$p_g \equiv \frac{\sigma_x^g + \sigma_y^g + \sigma_z^g}{3} = \sigma_y^g + \frac{1}{3} Y_g \quad (27)$$

为取得填质中的横向应力  $\sigma_y^m$ , Rosenberg 等<sup>[18]</sup>假设

$$\sigma_y^g = \sigma_y^m, \quad (28)$$

$$\epsilon_z^g = 0, \quad (29)$$

$$\epsilon_x^g = \epsilon_x^m, \quad (30)$$

并由此导出处于塑性状态的横向应力计的标定曲线

$$\tilde{g} \left( \frac{\Delta R}{R_0} \right) = p_g = \sigma_y^m + \tilde{a} Y_g, \quad (31)$$

其中  $\tilde{a} = 1/2$  或  $1/3$  依赖于  $\sigma_z^g$  的选择(在  $\sigma_y^m$  与  $\sigma_y^m +$

$Y_g$  之间).实验记录锰铜计的电压变化,从而得到电阻变化  $\frac{\Delta R}{R_0}$ .对于锰铜应力计而言,

$$\frac{\Delta R}{R_0} = 3.45 \epsilon_v^g + 9.8 (\epsilon_v^g)^2, \quad (32)$$

$$p_g (\text{GPa}) = 116 \epsilon_v^g + 41 (\epsilon_v^g)^2. \quad (33)$$

由上述方程,对于图 2 所示典型实验,计算得到的纵向锰铜应力计及横向锰铜应力计中的  $p_g$  最大值分别为 4.02 GPa 及 4.57 GPa,取  $\tilde{a} = 1/3$ ,  $Y_g = 0.75$  GPa,可由方程(31)得到  $\sigma_y^m$ .至于  $\sigma_x^m$  由下式得到:

$$\sigma_x^m = p_g + \frac{2}{3} Y_g. \quad (34)$$

最后由方程(24)得到流动应力  $Y$ .

#### 4. 平面冲击波载荷下 OFHC 本构模型的数值研究

平面冲击波试验在边侧稀疏波未波及的空间与时间范围内处于严格的一维应变状态.我们的测试与数值模拟仅限于此范围.一维应变的冲击动力学基本方程为

$$\dot{V} = \frac{\partial u}{\partial X}, \quad (35)$$

$$\dot{u} = \frac{\partial \sigma_X}{\partial X}, \quad (36)$$

$$\dot{U} - VS_1 \dot{\epsilon}_1 + (p + q) \dot{V} = 0, \quad (37)$$

其中

$$\sigma_X = -(p + q) + S_1, \quad (38)$$

$$\dot{\epsilon}_1 = \frac{\partial u}{\partial X}, \quad (39)$$

$$X = X(x, t), \quad (40)$$

其中“ $\cdot$ ”表示随流微商, $x, U, S_1$  及  $q$  分别为 Lagrange 坐标,比内能,偏应力及人为粘性.状态方程及本构模型表达为

$$p = p(V, U), \quad (41)$$

$$\dot{S}_1 = 2\mu \left( \dot{\epsilon}_1 - \frac{1}{3} \dot{V}/V \right), \quad (42)$$

$$\dot{S}_2 = \dot{S}_3 = -\frac{2}{3} \mu \dot{V}/V, \quad (43)$$

$$S_1 - S_2 \leq Y(p, \rho, T, \epsilon_p, \dot{\epsilon}_p), \quad (44)$$

其中  $S_2, S_3$  为偏应力.直至 Hugoniot 弹性极限  $\sigma_{\text{HEL}}$  之前

$$\dot{p} = - \left( \lambda + \frac{2}{3} \mu \right) \dot{V}/V, \quad (45)$$

其中

$$\sigma_{\text{HEL}} = \frac{1-v}{1-2v} K(p, \rho, T, \epsilon_p, \dot{\epsilon}_p), \quad (46)$$

$v$  为泊松比,  $\lambda, \mu$  为 Lamé 常数, 在各向同性热力学空间, 绝热体积模量  $B$  和剪切模量  $G$  分别为<sup>[4]</sup>:

$$B = \lambda + \frac{2}{3}\mu + \frac{1}{3}p, \quad (47)$$

$$G = \mu - p. \quad (48)$$

对于大于 Hugoniot 弹性极限  $\sigma_{\text{HEL}}$  的应力状态, 采用 Gruneisen 状态方程

$$p = p(V, U) = k_1 \eta + k_2 \eta^2 + k_3 \eta^3 + \Gamma U, \quad (49)$$

其中已假设冲击波速度  $u_s$  与质点速度  $u$  的关系方

程(9)成立.

$$k_1 = \rho_0 C_0^2,$$

$$k_2 = \rho_0 C_0^2 (2s - \Gamma/2),$$

$$k_3 = \rho_0 C_0^2 s(3s - \Gamma),$$

人为黏性  $q$  采用 Wilkins 的形式<sup>[21]</sup>:

$$q = \begin{cases} 4\alpha(\Delta u)^2 + 0.8\sqrt{p/\rho}|\Delta u|, & \dot{V} < 0 \\ 0, & \dot{V} \geq 0 \end{cases} \quad (50)$$

方程(38)及(42)~(50)给出了材料对平面冲击载荷响应的完整描写, 也就是当前通常采用的

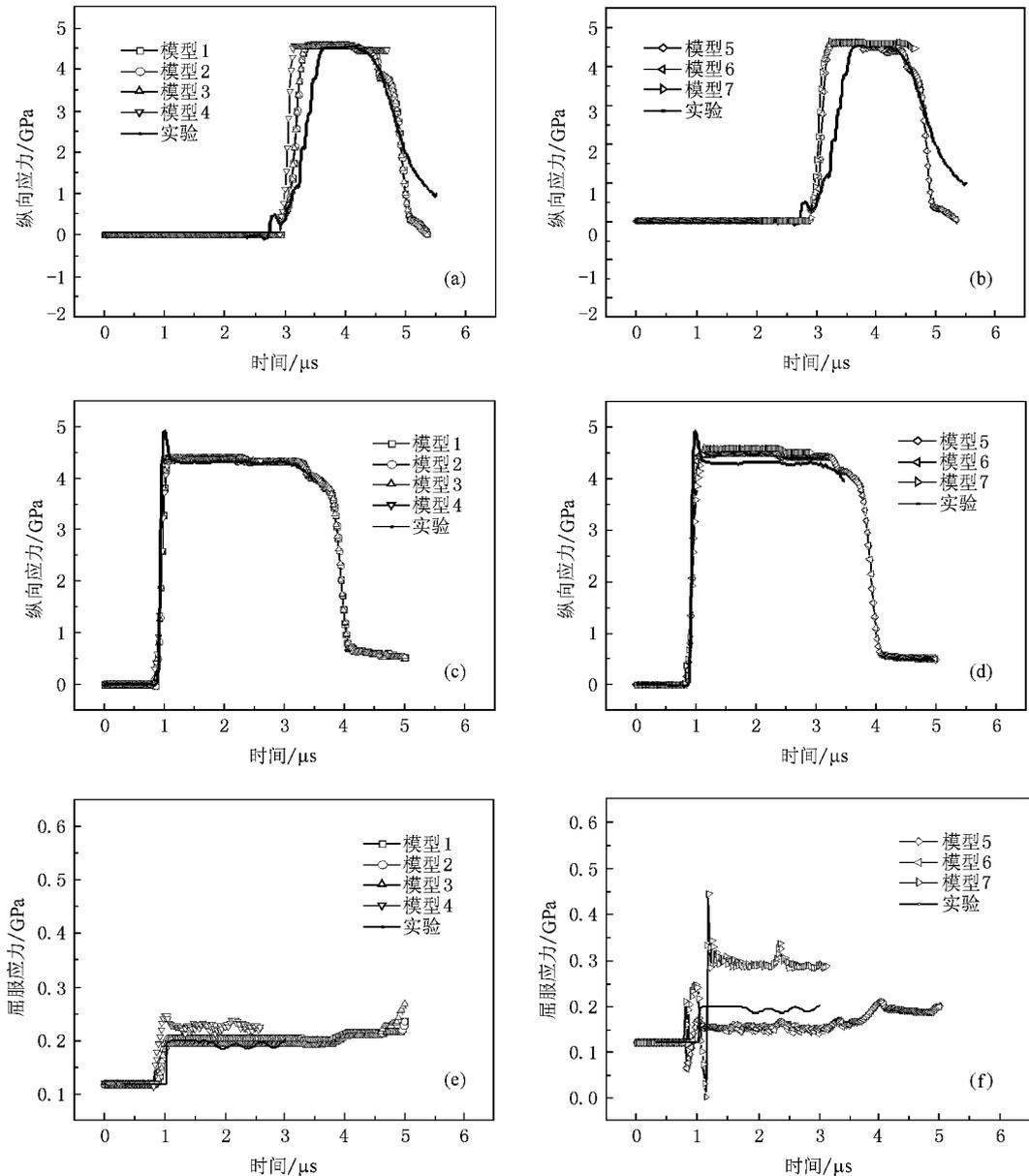


图2 以速度 249 m/s 撞击 OFHC 试件中的各个模型计算结果和实验结果 (a)和(b)为纵向应力历史 (c)和(d)为横向应力历史 (e)和(f)为屈服强度历史

Wilkins<sup>[12]</sup>的流体-弹塑性模型,其中包含了高压状态方程及高压与高应变率本构关系.方程(42)~(49)中的 $\alpha(p, \rho, T)$ 及 $Y(p, \rho, T, \epsilon_p, \dot{\epsilon}_p)$ 分别采用上述构建的七种本构模型,基本方程(35)~(40)的差分方程采用 Wilkins<sup>[12]</sup>提出的格式.对于我们所作的 OFHC 平面冲击波典型试验,所作的数值模拟结果如图 2 所示.数值模拟中所采用的参数均来自上述所引文献,本文作者的主要目的在于整合、比较及讨论高压、高应变率本构关系,澄清当前把中等应变率本构关系用于高应变率范围的可能性.彭建祥等<sup>[22]</sup>最近也讨论了高压本构关系.由图可见,采用模型 1 至 3 所计算的纵向与横向应力历史比较接近,计算的屈服应力与实验结果基本一致.然而,采用模型 4 至 7 所计算的屈服应力与实验结果相差较大,应该注意到,模型 4、5、6、7 中的流动应力本构表达分别是 JC 模型、ZA 模型以及 RJC 模型.这些由 SHPB 试验得到的流动应力的应变、应变率及温度相关性,即使耦合平面冲击波条件下的剪切模量,也并不能符合平面冲击波试验的流动应力实测结果.因此,我们认为,屈服应力的压力、密度、温度以及塑性应变的相关性对

于描述 OFHC 在平面冲击波载荷下的本构特性是最重要的.其实,平面冲击波卸载情况下的材料本构特性更复杂,俞宇颖等<sup>[23]</sup>已发表了部分结果.

## 5. 结 论

根据以上研究,得到结论如下:

1) 基于  $Y/G$  及  $G/B$  为常数的假设,对于 OFHC 构建了七种高压与高应变率本构模型.

2) 采用纵向及横向锰铜应力计,对于 OFHC 进行了平面冲击波试验,记录了试件中的纵向与横向应力历史,从而得到了屈服应力历史.

3) 采用所构建的七种本构模型对于 OFHC 的平面冲击波试验进行了数值模拟,并与实验结果进行了比较.

4) 研究结果表明,平面冲击波载荷下 OFHC 屈服强度对于压力、密度、温度以及塑性应变的依赖性是本构描述的关键.至于由 Hopkinson 试验取得的 OFHC 高应变率本构模型,并不适于描述平面冲击波试验的本构特性.

[ 1 ] Johnson G R , Cook W H 1983 *Proc. Seventh Int. Symposium on Ballistics* , Hague , Netherlands , p541  
 [ 2 ] Zerilli F J , Armstrong R W 1987 *J. Appl. Phys.* **61** 1816  
 [ 3 ] Steinberg D J , Cochran S G , Guinan M W 1980 *J. Appl. Phys.* **51** 1498  
 [ 4 ] Wallace D C 1981 *Phys. Rev. B* **24** 5607  
 [ 5 ] Preston D L , Tonks D L , Wallace D C 2003 *J. Appl. Phys.* **93** 211  
 [ 6 ] Bernstein D , Godfrey C , Klein A , Shimmin W 1968 *Research on Manganin Pressure Transducers Behavior of Dense Media under High Dynamic Pressure* ( New York : Gordon and Breach ) p461  
 [ 7 ] Dremn A N , Kanel G I 1976 *J. Appl. Mech. Tech. Phys* **17** 263 ( 1976 trans. from *Zh. Prikl. Mekh. Teh. Fiz* **17** 146 )  
 [ 8 ] Straub G K 1990 LA-11806-MS , DE91 005996  
 [ 9 ] Rule W K , Jones S E 1998 *Int. J. Impact Eng.* **21** 609  
 [ 10 ] Johnson G R , Holmquist T J 1988 *J. Appl. Phys.* **64** 3901  
 [ 11 ] Tonks D L 1993 LA 12641 , uc-700 , uc-704

[ 12 ] Wilkins M L 1975 UCRL-51574  
 [ 13 ] Steinberg D J , Lund C M 1989 *J. Appl. Phys.* **65** 1526  
 [ 14 ] Clifton R J 2000 *Int. J. Solid Struct.* **37** 105  
 [ 15 ] Kanel G I , Molodets A M , Dremn A N 1977 *Comb. Expl. Shock Waves* **13** 772 ( 1977 trans. from *Fiz. Goreniye Vzryva* **13** 906 )  
 [ 16 ] Chartagnac P F 1982 *J. Appl. Phys.* **53** 948  
 [ 17 ] Gupta T M 1983 *J. Appl. Phys.* **54** 6256  
 [ 18 ] Rosenberg Z , Partom Y 1985 *J. Appl. Phys.* **58** 3072  
 [ 19 ] Millett J C F , Bourne N K , Rosenberg Z 1996 *J. Phys. D* **29** 2466  
 [ 20 ] Dai L H 2004 *Chin. Phys. Lett.* **21** 707  
 [ 21 ] Wilkins M L 1980 *J. Comput. Phys.* **36** 281  
 [ 22 ] Peng J X , Jing F Q , Wang L L , Li D H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2194 ( in Chinese ) [ 彭建祥、经福谦、王礼立、李大红 2005 物理学报 **54** 2194 ]  
 [ 23 ] Yu Y Y , Tan H , Dai C D , Hu J B , Chen D N 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 1742

# On constitutive models of oxygen-free high-conductivity copper at high pressure and high strain rates<sup>\*</sup>

Chen Da-Nian<sup>1)†</sup> Fan Chun-Lei<sup>1)</sup> Hu Jin-Wei<sup>1)</sup> Wu Shan-Xing<sup>1)</sup> Wang Huan-Ran<sup>1)</sup> Tan Hua<sup>2)</sup> Yu Yu-Ying<sup>2)</sup>

1) (Mechanics and Materials Science Research Center, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

2) (Laboratory for Shock Wave and Detonation Physics Research, Institute of Fluid Physics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China)

(Received 4 July 2007; revised manuscript received 20 October 2008)

## Abstract

In this paper, seven constitutive models for oxygen-free high conductivity copper at high pressure and high strain rate are constructed based on  $Y/G = \text{constant}$  and on  $G/B = \text{constant}$ , respectively ( $Y$  denoting the yield strength,  $G$  the shear modulus,  $B$  the bulk modulus). The variations of longitudinal stress, transverse stress and yield strength of oxygen-free high conductivity copper with time under planar shock loading are obtained using the manganin stress gauge and compared with the predicted values by the constructed seven constitutive models. It is indicated that the pressure, density, temperature and plastic strain dependence of the yield strength for oxygen-free high conductivity copper under planar shock loading is essential to the constitutive description. It seems that the strength models of oxygen-free high conductivity copper obtained from SHPB tests and torsion tests are unavailing to the planar shock loading.

**Keywords** : constitutive model, oxygen-free high conductivity copper, planar shock tests, manganin stress gauge

**PACC** : 6250, 6220D, 6220F, 6220M

<sup>\*</sup> Project supported by the National Nature Science Foundation of China (Grant Nos. 10472048, 10672082) and Laboratory for Shock Wave & Detonation Physics Research, Institute of Fluid Physics, China Academy of Engineering Physics (Grant No. 9140C6702020603).

<sup>†</sup> E-mail: chdnch@nbu.edu.cn