

# 信号调制下分段噪声驱动的线性系统的随机共振\*

宁丽娟<sup>1,2)†</sup> 徐 伟<sup>2)</sup>

1) 陕西师范大学数学与信息科学学院, 西安 710062)

2) 西北工业大学应用数学系, 西安 710072)

(2008 年 5 月 1 日收到, 2008 年 11 月 4 日收到修改稿)

研究了由乘性和加性噪声的线性组合作为调制噪声的线性系统的随机共振. 运用平均法, 得到了一、二阶矩和信噪比的精确表达式. 通过分析信噪比, 在此系统中发现了真实的随机共振、传统的随机共振和广义随机共振. 发现在真实的随机共振中, 适当地调整参数, 共振和抑制会同时出现. 此外, 还发现对不同的互关联强度, 分别选用乘性和加性噪声作为调制噪声能够提高信噪比.

关键词: 随机共振, 信噪比, 调制噪声, 分段噪声

PACC: 0540

## 1. 引 言

20 世纪 80 年代初, Benzi 等<sup>[1,2]</sup>在研究古气象问题时, 提出了随机共振的概念, 并用其成功的解释了第四纪全球气象和冰川问题. 此后关于随机共振的理论和实验研究引起了人们的极大关注<sup>[3-13]</sup>. 真正的随机共振是指在固定噪声水平的前提下, 通过调制系统的频率所产生的随机共振. 传统的随机共振是指在信号输入的系统中, 通过调制噪声水平使输出的信噪比达到最大. 广义随机共振是指信噪比随噪声或周期力的其他一些特征参数(如噪声的相关时间, 信号的振幅等)是非单调变化的.

较早的研究认为, 随机共振必须具有双稳或多稳态的非线性模型、周期信号和噪声. 随着研究的深入, 即使在上述三个条件不满足的系统中也发现了随机共振现象<sup>[14-17]</sup>. 近来, 在噪声驱动的线性系统中也发现了随机共振现象<sup>[18-20]</sup>. Jin 等<sup>[21]</sup>研究了乘性噪声和调制噪声驱动的线性系统中的随机共振. Guo 等<sup>[22]</sup>对乘性、加性噪声及调制噪声驱动的线性系统中的随机共振进行了研究, 其中调制噪声就是乘性噪声. 本文进一步考虑了由三个噪声驱动的线性系统中的随机共振, 三个噪声分别是乘性、加性噪声及信号调制的噪声. 在这里信号调制的噪声是乘性和加性噪声的线性组合.

本文运用平均法, 得到信噪比的表达式. 通过对信噪比的分析发现了三种不同形式的随机共振: 真实的随机共振, 传统的随机共振及广义的随机共振.

## 2. 周期信号调制的线性系统的信噪比

考虑如下周期信号调制的过阻尼线性系统的随机微分方程:

$$\frac{dx}{dt} = -(a + \xi(t))x + \zeta(t)A \cos(\Omega t) + \gamma(t), \quad (1)$$

其中  $A$  和  $\Omega$  分别为周期信号的振幅和频率.  $\zeta(t)$  为信号调制的噪声, 这里  $\zeta(t) = b\xi(t) + (1-b)\gamma(t)$ ,  $b \in [0, 1]$ . 当  $b=0$  时,  $\gamma(t)$  既是加性噪声又是调制噪声; 当  $b=1$  时,  $\xi(t)$  既是乘性噪声又是调制噪声.  $\xi(t)$  和  $\gamma(t)$  为非对称的具有指数形式相关函数的分段噪声, 通常称为随机电报过程, 其统计性质为

$$\begin{aligned} \xi(t) &= \gamma(t) = 0, \\ \xi(t)\xi(s) &= \sigma_1 \exp[-\lambda_1 |t-s|], \\ \gamma(t)\gamma(s) &= \sigma_2 \exp[-\lambda_2 |t-s|], \\ \xi(t)\gamma(s) &= \gamma(t)\xi(s) = \sigma_3 \exp[-\lambda_3 |t-s|] \end{aligned} \quad (2)$$

可以将  $\xi(t)$  和  $\gamma(t)$  看作一个两态随机过程, 即

$$\xi(t) \in \{A_1, -B_1\},$$

\* 国家自然科学基金(批准号: 10472091, 10332030), 陕西省自然科学基金(批准号: 2003A03)和教育部人文社会科学研究项目(批准号: 06JA790068)资助的课题.

† E-mail: ninglijuan@snnu.edu.cn

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &= A_1 B_1, \\
 \lambda_1 &= \alpha_1 + \alpha_2, \\
 \Lambda_1 &= A_1 - B_1, \\
 \gamma(t) &\in \{A_2, -B_2\}, \\
 \sigma_2 &= A_2 B_2, \\
 \lambda_2 &= \beta_1 + \beta_2, \\
 \Lambda_2 &= A_2 - B_2,
 \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\alpha_1$  是由  $A_1$  到  $-B_1$  的转换率,  $\alpha_2$  是由  $-B_1$  到  $A_1$  的转换率.  $\beta_1$  是由  $A_2$  到  $-B_2$  的转换率,  $\beta_2$  是由  $-B_2$  到  $A_2$  的转换率, 这里  $A_1, A_2, B_1, B_2 > 0$ .  $\Lambda_1$  和  $\Lambda_2$  分别表示分段噪声  $\xi(t)$  和  $\gamma(t)$  的非对称性.

对方程(1)平均, 可得一阶矩满足的微分方程

$$\frac{d \bar{x}}{dt} = -a \bar{x} - \xi(t) \bar{x}. \quad (4)$$

方程(4)中含有新的相关项  $\xi(t) \bar{x}$ , 利用 Shapiro-Loginov 公式<sup>[23]</sup>可得

$$\frac{d \xi(t) \bar{x}}{dt} = \xi(t) \frac{d \bar{x}}{dt} - \lambda_1 \xi(t) \bar{x}. \quad (5)$$

给(1)式两边同乘以  $\xi(t)$  后平均, 然后利用(5)式得到

$$\begin{aligned}
 \frac{d \xi(t) \bar{x}}{dt} &= -(a + \lambda_1) \xi(t) \bar{x} - \xi^2(t) \bar{x} \\
 &+ [b\sigma_1 + (1-b)\sigma_3] A \cos(\Omega t) \\
 &+ \sigma_3.
 \end{aligned} \quad (6)$$

方程(6)含有高阶相关函数  $\xi^2(t) \bar{x}$ , 利用分段噪声的性质(3), 高阶相关函数  $\xi^2(t) \bar{x}$  可用低阶相关函数表示为

$$\xi^2(t) \bar{x} = \sigma_1 \bar{x} + \Lambda_1 \xi(t) \bar{x}. \quad (7)$$

将(7)式代入(6)式, 得到

$$\begin{aligned}
 \frac{d \xi(t) \bar{x}}{dt} &= -(a + \lambda_1 + \Lambda_1) \xi(t) \bar{x} - \sigma_1 \bar{x} \\
 &+ [b\sigma_1 + (1-b)\sigma_3] A \cos(\Omega t) \\
 &+ \sigma_3.
 \end{aligned} \quad (8)$$

方程(4)和(8)形成了关于未知函数  $\bar{x}$  和  $\xi(t) \bar{x}$  的线性微分方程组, 求解此方程组并令  $t \rightarrow \infty$  得到  $\bar{x}$  的渐近表达式

$$\begin{aligned}
 \bar{x} &= A [b\sigma_1 + (1-b)\sigma_3] \frac{f_1 \cos(\Omega t) + f_2 \sin(\Omega t)}{f_3} \\
 &- f_4,
 \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \Omega^2 - b_1 b_2, \\
 f_2 &= -\Omega(b_1 + b_2), \\
 f_3 &= (\Omega^2 + b_1^2)(\Omega^2 + b_2^2),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_4 &= \frac{\sigma_3}{b_1 b_2}, \\
 b_{12} &= a + N_{12} \\
 &= a + (\lambda_1 + \Lambda_1) \Omega \\
 &\quad \pm \sqrt{(\lambda_1 + \Lambda_1)^2 / 4 + \sigma_1}.
 \end{aligned} \quad (10)$$

用类似的方法, 得到下列微分方程:

$$\begin{aligned}
 \frac{d x^2}{dt} &= -2a x^2 - 2 \xi(t) x^2 + 2 [b \xi(t) x \\
 &+ (1-b) \gamma(t) x] A \cos(\Omega t) \\
 &+ 2 \gamma(t) x,
 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d \xi(t) x^2}{dt} &= -(2a + 2\Lambda_1 + \lambda_1) \xi(t) x^2 \\
 &- 2\sigma_1 x^2 + 2 \xi(t) \gamma(t) x \\
 &+ 2 [b\sigma_1 x + b\Lambda_1 \xi(t) x \\
 &+ (1-b) \xi(t) \gamma(t) x] A \cos(\Omega t),
 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d \gamma(t) x}{dt} &= -(a + \lambda_2) \gamma(t) x \\
 &- \xi(t) \gamma(t) x + \sigma_2 \\
 &+ [b\sigma_3 + (1-b)\sigma_2] A \cos(\Omega t),
 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d \xi(t) \gamma(t) x}{dt} &= -(a + \Lambda_1 + \lambda_1 + \lambda_2) \xi(t) \gamma(t) x \\
 &+ \Lambda_2 \sigma_3 - \sigma_1 \gamma(t) x \\
 &+ [b\Lambda_1 + (1-b)\Lambda_2] \sigma_3 A \cos(\Omega t).
 \end{aligned} \quad (14)$$

方程(11)–(14)组成了关于未知函数  $x^2$ ,  $\xi(t) x^2$ ,  $\gamma(t) x$  和  $\xi(t) \gamma(t) x$  的一个微分方程组. 通过求解该方程组并令  $t \rightarrow \infty$  时得到  $x^2$  的渐近表达式

$$\begin{aligned}
 x^2_{st} &= \frac{2a + 2\Lambda_1 + \lambda_1}{b_5 b_6} [A^2 (f_5 (b-1) + f_6 b) - 2f_7] \\
 &+ A^2 [f_9 b - (b-1)f_8] \\
 &+ \frac{a_3 \Lambda_2 \sigma_3 - \sigma_1 \sigma_2}{b_3 b_4 \sigma_1},
 \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned}
 f_5 &= 2 [a(a_2 a_3 + a_1 \sigma_1) \\
 &- \sigma_1 (a_3 + a_1 (a + \lambda_2))] \Omega^2 \\
 &+ [a_3 (\sigma_1 + a(a + \lambda_2)) \\
 &- a_1 \sigma_1 (a + a_2)] b_3 b_4 \} \\
 &\quad \times \{\sigma_1 (\Omega^2 + b_3^2) (\Omega^2 + b_4^2)\}^{-1}, \\
 b_6 &= a_4 [f_{10} (\sigma_1 - a\Lambda_1) - a f_1 / f_3], \\
 f_7 &= \{\Lambda_2 \sigma_3 [\sigma_1 + a(a + \lambda_2)]
 \end{aligned}$$

$$- \sigma_2 \sigma_1 (a + a_2) \} \times \{ b_3 b_4 \sigma_1 \}^{-1},$$

$$f_8 = \{ a_1 \sigma_1 + a_2 a_3 \} \Omega^2$$

$$+ [ a_3 (a + \lambda_2) - a_1 \sigma_1 ] b_3 b_4 \}$$

$$\times \{ 2\sigma_1 (\Omega^2 + b_3^2) (\Omega^2 + b_4^2) \}^{-1},$$

$$f_9 = a_4 [ f_{10} \Lambda_1 / 2 + f_1 (2f_3) ],$$

$$f_{10} = [ (a + \Lambda_1 + \lambda_1) \Omega^2 + ab_1 b_2 ] (\sigma_1 f_3),$$

$$a_1 = b\sigma_3 + (1 - b)\sigma_2,$$

$$a_2 = a + \Lambda_1 + \lambda_1 + \lambda_2,$$

$$a_3 = [ b\Lambda_1 + (1 - b)\Lambda_2 ] \sigma_3,$$

$$a_4 = b\sigma_1 + (1 - b)\sigma_3,$$

$$b_{3,4} = a + \lambda_2 + N_{1,2},$$

$$b_{5,6} = 2a + (\lambda_1 + 2\Lambda_1) / 2$$

$$\pm \sqrt{(\lambda_1 + 2\Lambda_1)^2 / 4 + 4\sigma_1}. \quad (16)$$

求解方程(1),得到其解的一般形式

$$x(t + \tau) = x(t) g(\tau) \exp(-a\tau)$$

$$+ A \int_0^\tau \exp(-av) H_1(v) dv$$

$$\times \cos[\Omega(t + \tau - v)] H_2(v) dv, \quad (17)$$

其中

$$g(v) = \exp\left(-\int_0^v \xi(u) du\right),$$

$$H_1(t - v) = \zeta(v) \exp\left(-\int_v^t \xi(u) du\right), \quad (18)$$

$$H_2(t - v) = \eta(v) \exp\left(-\int_v^t \xi(u) du\right).$$

将  $g(v)$ ,  $H_1(v)$  和  $H_2(v)$  展开成级数形式,利用其渐近表达式<sup>[24]</sup>,再结合(17)式得到相关函数

$$x(t + \tau)x(t)$$

$$= x^2 \text{st} g(\tau) \exp(-a\tau)$$

$$+ \frac{x}{N_1 - N_2} e^{-A} [ f_{15} \sin(\Omega t) + f_{16} \cos(\Omega t) ]$$

$$+ x \int_0^\tau \exp(-av) H_2(v) dv, \quad (19)$$

其中

$$f_{15,16} = \sigma_1 b f_{11,13} / \lambda_1 + \sigma_3 (1 - b) f_{12,14} / \lambda_3,$$

$$f_{11,12} = \frac{\Omega N_1 (\cos(\Omega\tau) - e^{-(\lambda_{1,3} + b_2)\tau}) - N_1 (\lambda_{1,3} + b_2) \sin(\Omega\tau)}{\Omega^2 + (\lambda_{1,3} + b_2)^2}$$

$$+ \frac{-\Omega N_2 (\cos(\Omega\tau) - e^{-(\lambda_{1,3} + b_1)\tau}) + N_2 (\lambda_{1,3} + b_1) \sin(\Omega\tau)}{\Omega^2 + (\lambda_{1,3} + b_1)^2}, \quad (21)$$

$$f_{13,14} = \frac{\Omega N_1 \sin(\Omega\tau) + N_1 (\lambda_{1,3} + b_2) (\cos(\Omega\tau) - e^{-(\lambda_{1,3} + b_2)\tau})}{\Omega^2 + (\lambda_{1,3} + b_2)^2}$$

$$- \frac{\Omega N_2 \sin(\Omega\tau) + N_2 (\lambda_{1,3} + b_1) (\cos(\Omega\tau) - e^{-(\lambda_{1,3} + b_1)\tau})}{\Omega^2 + (\lambda_{1,3} + b_1)^2}. \quad (22)$$

对(19)式在一个周期  $2\pi/\Omega$  内平均,得到平均相关函数

$$x(t + \tau)x(t) \text{st}$$

$$= x^2 \text{st} g(\tau) \exp(-a\tau)$$

$$+ \frac{A^2 a_4 e^{-1}}{2f_3(N_1 - N_2)} (f_1 f_{16} + f_2 f_{15})$$

$$- f_4 \int_0^\tau \exp(-av) H_2(v) dv. \quad (23)$$

对(23)式进行傅里叶变换,得到功率谱为

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t + \tau)x(t) \text{st} \exp(-i\omega\tau) d\tau$$

$$= S_0 \delta(\omega) + S_N(\omega) + S_S(\omega), \quad (24)$$

其中

$$S_0 = \frac{2\pi f_4 \sigma_3 e^{-1}}{\lambda_3 (N_1 - N_2)} \left( \frac{N_2}{\lambda_3 + b_1} - \frac{N_1}{\lambda_3 + b_2} \right), \quad (25)$$

$$S_N(\omega) = \frac{2}{N_1 - N_2} x^2 \text{st} \left( \frac{N_1 b_2}{\omega^2 + b_2^2} - \frac{N_2 b_1}{\omega^2 + b_1^2} \right)$$

$$- \frac{A^2 a_4 e^{-1}}{f_3 (N_1 - N_2)} \left\{ \frac{\sigma_1 b}{\lambda_1} \left[ \frac{(\lambda_1 + b_2) l_1 u_2}{\omega^2 + (\lambda_1 + b_2)^2} \right. \right.$$

$$\left. - \frac{(\lambda_1 + b_1) l_2 u_1}{\omega^2 + (\lambda_1 + b_1)^2} \right] + \frac{\sigma_3 (1 - b)}{\lambda_3}$$

$$\times \left[ \frac{(\lambda_3 + b_2) l_3 u_4}{\omega^2 + (\lambda_3 + b_2)^2} - \frac{(\lambda_3 + b_1) l_4 u_3}{\omega^2 + (\lambda_3 + b_1)^2} \right] \left. \right\}$$

$$- \frac{2f_4 \sigma_3 e^{-1}}{\lambda_3 (N_1 - N_2)} \left[ \frac{N_2}{\omega^2 + (\lambda_3 + b_1)^2} \right.$$

$$\left. - \frac{N_1}{\omega^2 + (\lambda_3 + b_2)^2} \right], \quad (26)$$

$$S_S(\omega) = \frac{\pi A^2 a_4 e^{-1}}{2f_3(N_1 - N_2)} \left[ \frac{\sigma_1 b}{\lambda_1} (u_2 l_1 - u_1 l_2) + \frac{\sigma_3(1-b)}{\lambda_3} (u_4 l_3 - u_3 l_4) \right] \times \delta(\omega - \Omega), \quad (27)$$

$$l_{1,2} = \frac{b_{1,2} - a}{\Omega^2 + (b_{2,1} + \lambda_1)^2}, \quad (28)$$

$$l_{3,4} = \frac{b_{1,2} - a}{\Omega^2 + (b_{2,1} + \lambda_3)^2}, \quad (28)$$

$$u_{1,2} = (\lambda_1 + b_{1,2})f_1 + \Omega f_2, \quad (29)$$

$$u_{3,4} = (\lambda_3 + b_{1,2})f_1 + \Omega f_2. \quad (29)$$

这里谱  $S_0$  为在零频率处的功率谱密度,  $S_N(\omega)$  来源于输出噪声, 而  $S_S(\omega)$  则是来源于输出信号. 输出信噪比  $R$  定义为输出总信号功率与  $\omega = \Omega$  处的单位噪声谱的平均功率之比(这里只取正  $\omega$  的谱)

$$R = \frac{\int_0^{+\infty} S_S(\omega) d\omega}{S_N(\omega = \Omega)}. \quad (30)$$

### 3. 结果及讨论

根据(30)式, 下面我们来讨论信号和噪声对信噪比的影响.

图 1 中  $R-\omega$  曲线是以乘性噪声的非对称性  $\Lambda_1$  为参数画出的. 从图中可以看到, 随着信号频率  $\omega$  的增大, 信噪比  $R$  迅速增大到一极大值, 即系统出现了真实的随机共振. 固定信号频率  $\omega$ ,  $R$  随着乘性噪声的非对称性  $\Lambda_1$  的增大而增大,  $\Lambda_1$  可以影响极值的高度和位置.

图 2 给出了以乘性和加性噪声间的互关联强度  $\sigma_3$  为参数的  $R-\omega$  曲线. 当参数  $\sigma_3$  较小时 ( $\sigma_3 < 0.53$ ), 从图 2(a) 可以看到,  $R-\omega$  曲线上出现了一个极小值和一个极大值, 即此时系统的共振和抑制同时出现. 固定信号频率  $\omega$ ,  $R$  随着噪声间的互关联强度  $\sigma_3$  的增大在减小. 当参数  $\sigma_3$  较大时 ( $\sigma_3 > 0.53$ ), 从图 2(b) 可以看到,  $R-\omega$  曲线上仍然是一个极小值和一个极大值, 系统的共振和抑制同时出现, 但是当固定信号频率  $\omega$  时,  $R$  随着噪声间的互关联强度  $\sigma_3$  的增大在增大. 由图 2 不难发现, 信噪比  $R$  先随着噪声间的互关联强度  $\sigma_3$  的增大在减小, 然后再随着  $\sigma_3$  的增大而增大. 这和文献[20]中所观察的不同.

以调制噪声中的  $b$  为参数的  $R-\sigma_3$  曲线在图 3

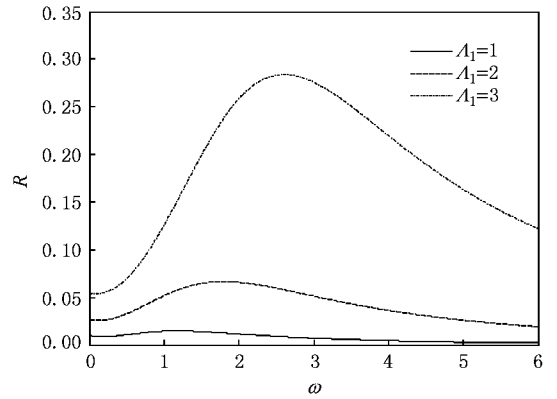


图 1  $R$  作为  $\omega$  的函数随着乘性噪声非对称性  $\Lambda_1$  变化的曲线 ( $a=0.5, b=0.5, A=1, \sigma_1=0.8, \sigma_2=0.1, \sigma_3=1, \lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=1, \Lambda_2=3$ )

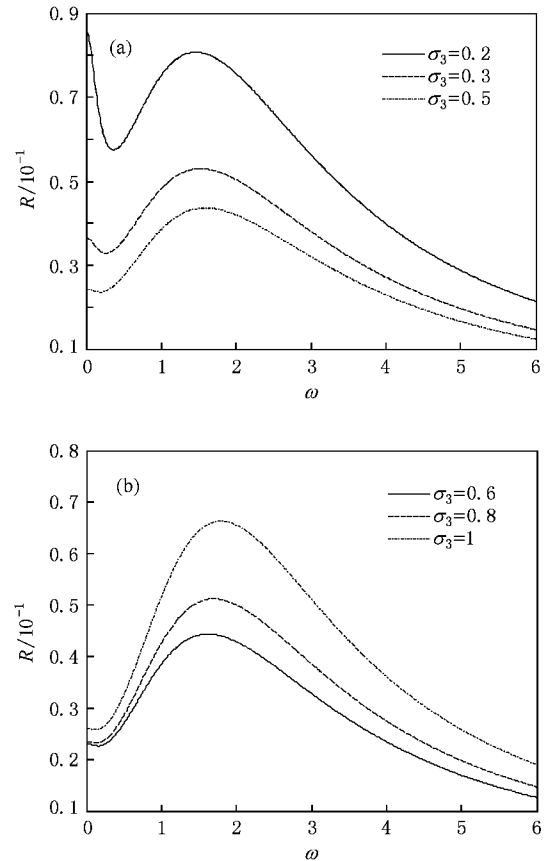


图 2 (a)  $R$  作为  $\omega$  的函数随着噪声间互关联强度  $\sigma_3$  变化的曲线 ( $\Lambda_1=2$ , 其他参数同图 1) (b)  $R$  作为  $\omega$  的函数随着噪声间互关联强度  $\sigma_3$  变化的曲线 ( $\Lambda_1=2$ , 其他参数同图 1)

中给出. 从图 3 可以看出, 信噪比  $R$  先随着噪声间的互关联强度  $\sigma_3$  的增大而减小, 然后再随着  $\sigma_3$  的增大而增大, 这和在图 2 中看到的是一致的. 在  $R-$

$\sigma_3$  曲线中出现了个极小值.当  $\sigma_3$  较小时,信噪比  $R$  随着  $b$  的增大而增大;当  $\sigma_3$  较大时,信噪比  $R$  随着  $b$  的增大而减小.因此,为了提高信噪比,对于较小的互关联强度  $\sigma_3$ ,可以用乘性噪声直接作为调制噪声;对于较大的互关联强度  $\sigma_3$ ,可以用加性噪声直接作为调制噪声.

图 4 中画出了以乘性噪声非对称性  $\Lambda_1$  为参数的  $R-\sigma_1$  曲线.信噪比  $R$  随着乘性噪声强度  $\sigma_1$  的增大出现了一个极大值,即传统的随机共振出现了.共振峰随着乘性噪声非对称性  $\Lambda_1$  的增大峰值增大,峰的位置右移,这和图 1 是一致的.

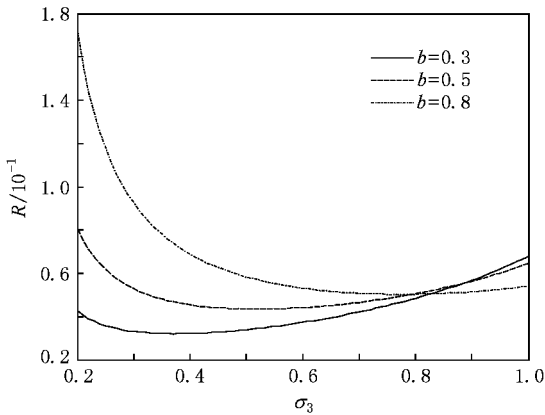


图 3  $R$  作为乘性和加性噪声间的互关联强度  $\sigma_3$  的函数随着参数  $b$  变化的曲线 ( $\Lambda_1 = 2, \omega = 1.5$ , 其他参数同图 1)

图 5 给出了以  $\sigma_3$  为参数的  $R-\tau_1$  变化曲线.信噪比  $R$  是乘性噪声的相关时间  $\tau_1$  的非单调曲线,  $R-\tau_1$  曲线上出现了共振峰,这是广义的随机共振.随着互关联噪声强度  $\sigma_3$  的增大,共振峰的峰值减小,峰的位置右移.

运用平均法,得到了由乘性噪声、加性噪声及调制噪声驱动的线性系统的信噪比表达式.通过对信

噪比分析发现了三种不同形式的随机共振:真实的随机共振、传统的随机共振和广义随机共振.在真实的随机共振中,适当地调整参数,共振和抑制会同时出现.此外,还发现对不同的互关联强度,分别选用乘性和加性噪声作为调制噪声能够提高信噪比.

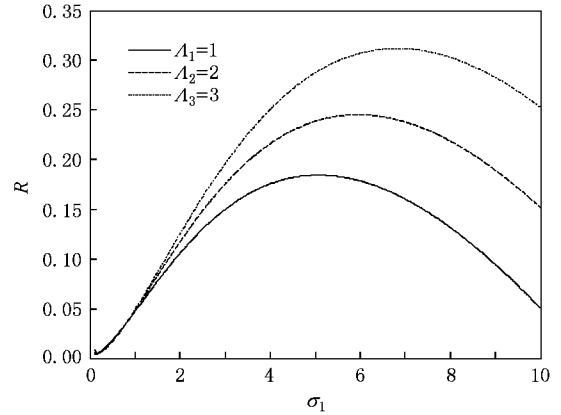


图 4  $R$  作为  $\sigma_1$  的函数随着乘性噪声非对称性  $\Lambda_1$  变化的曲线 ( $a = 2, b = 0.5, A = 1, \sigma_2 = 0.1, \sigma_3 = 0.01, \Lambda_2 = 1, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 5, \omega = 1$ )

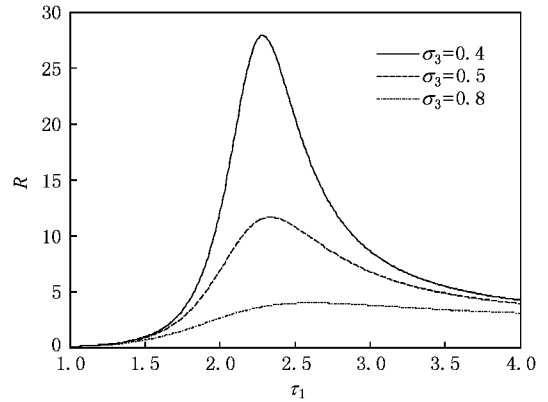


图 5  $R$  作为乘性噪声相关时间  $\tau_1$  的函数随着噪声间互关联强度  $\sigma_3$  变化的曲线 ( $a = b = 0.5, A = 1, \Lambda_1 = \Lambda_2 = 0.1, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 2, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3$ )

[ 1 ] Benzi R , Sutura A , Vulpiana A 1981 *Physica A* **14** L453  
 [ 2 ] Nicolis C , Nicolis G 1981 *Tellus* **33** 225  
 [ 3 ] Hu G 1994 *Stochastic Force and Nonlinear Systems* ( Shanghai : Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House ) ( in Chinese ) 胡 岗 1994 随机力与非线性系统(上海:上海科技教育出版社)  
 [ 4 ] Ning L J , Xu W 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1944 ( in Chinese ) 宁丽娟、徐 伟 2007 物理学报 **34**  
 [ 5 ] Gammaltoni L , Hanggi P , Jung P , Marchesoni F 1988 *Rev. Mod.*

*Phys.* **70** 223  
 [ 6 ] Gammaltoni L , Marchesoni F , Santucci S 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 1052  
 [ 7 ] Zhang L Y , Jin G X , Cao L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4706 ( in Chinese ) 张良英、金国祥、曹 力 2008 物理学报 **57** 4706 ]  
 [ 8 ] Hu G , Nicolis G , Nicolis C 1990 *Phys. Rev. A* **42** 2030  
 [ 9 ] McNamara B , Wiesenfeld K , Roy R 1988 *Phys. Rev. Lett.* **60** 2626  
 [ 10 ] Zhang L Y , Cao L , Wu D J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1174 ( in

- Chinese ] 张良英、曹 力、吴大进 2003 物理学报 **52** 1174 ]
- [ 11 ] Kang Y M , Xu J X , Xie Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 0802  
( in Chinese )[ 康艳梅、徐建学、谢 勇 2003 物理学报 **52**  
0802 ]
- [ 12 ] Liang G Y 2003 *Chin. Phys.* **12** 377
- [ 13 ] Luo X Q , Zhu S Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 977 [ in Chinese ] 罗  
晓琴、朱士群 2002 物理学报 **51** 977 ]
- [ 14 ] Sinha S 1994 *Physica A* **270** 204
- [ 15 ] Hu G 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 807
- [ 16 ] Deoring C R , Gadoua J C 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 2318
- [ 17 ] Pikovsky A S , Kurths J 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 775
- [ 18 ] Berdichevsky V , Gitterman V 1999 *Phys. Rev. E* **60** 1494
- [ 19 ] Ning L J , Xu W 2007 *Physica A* **382** 415
- [ 20 ] Gitterman M 2004 *Phys. Rev. E* **69** 041101
- [ 21 ] Jin Y F , Xu W , Xu M , Fang T 2005 *J. Phys. A :Math. Gen.* **38**  
3733
- [ 22 ] Guo F , Zhou Y R , Jiang S Q , Gu T X 2006 *Chin. Phys.* **15** 947
- [ 23 ] Shapiro J H , Loginov V E 1978 *Physica A* **91** 563
- [ 24 ] Kubo R , Toda M , Hashitsume N 1986 *Nonequilibrium Statistical  
Mechanics Part 2* ( Berlin : Spring )

## Stochastic resonance under modulated noise in linear systems driven by dichotomous noise<sup>\*</sup>

Ning Li-Juan<sup>1,2)†</sup> Xu Wei<sup>2)</sup>

<sup>1</sup> College of Mathematics and Information Science ,Shaanxi Normal University , Xi 'an 710062 ,China )

<sup>2</sup> Department of Applied Mathematics ,Northwestern Polytechnical University ,Xi 'an 710072 ,China )

( Received 1 May 2008 ; revised manuscript received 4 November 2008 )

### Abstract

Stochastic resonance ( SR ) is studied in linear systems under modulated noise when the modulated noise is a linear combination of multiplicative and additive noise. The exact expression of the first two moments and signal-to-noise ratio ( SNR ) are obtained. We find the bona fide SR , conventional SR and SR in the broad sense. Both resonance and suppression appear in the bona fide SR. Moreover , choosing multiplicative and additive noise as modulated noise can enhance SNR for different degrees of cross correlation.

**Keywords** : stochastic resonance , signal-to-noise ratio , modulated noise , dichotomous noise

**PACC** : 0540

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 10472091 , 10332030 ) , the Natural Science Foundation of Shaanxi Province , China ( Grant No. 2003A03 ) the Ministry of Education , Humanities and Social Sciences ( Grant No. 06JA790068 ).

<sup>†</sup> E-mail : ninglijuan@snnu.edu.cn