光子晶格中光束演化的二能级模型 及非线性 Landau-Zener 隧穿

王 沙 杨志安*

(济南大学理学院,济南 250022) (2008年9月8日收到 2008年10月25日收到修改稿)

推导了光束在 Kerr 介质、屏蔽介质及光伏介质的一维光子晶格中演化的二能级形式,给出了光束在这三种光折 变介质中传播时二能级系统的经典哈密顿形式,以屏蔽介质为例,做出了空间相图,当非线性参数变化时,空间相图 的拓扑改变.给出了空间相图的拓扑发生改变时,非线性参数的临界值,数值研究了非线性 Landau-Zener(IZ) 隧穿,得 到非线性参数与 IZ 隧穿率的关系,发现非线性参数大于0时增强了隧穿,而非线性参数小于0时抑制了隧穿.

关键词:二能级模型,光折变介质,光子晶格,非线性 Landau-Zener 隧穿 PACC:0365,42658,4250

1.引 言

对于量子系统的研究 人们通常关注有限数目 的强耦合能级 而二能级系统的情况则更具实际意 义,大量的文章研究了二能级系统的动力学性质,其 中能级间的 Landau-Zener(LZ) 隧穿是一个著名的物 理现象,通常用一个非绝热的,两个 Bloch 能带之间 的隧穿的简单模型描述 ,最初由 Zener^[1], Landau^[2], $M_{aiorana}$ ^[3]分别独立研究了这个简单的模型.此模型 可用于多种物理系统中,包括 Zener 二极管中的电 子击穿[4]、纳米管和超晶格中的电导[56]、光晶格中 的玻色-爱因斯坦凝聚体^[78]等,非线性 IZ 隧穿最早 由吴飙等^[9]在 2000 年提出,刘杰等^[10]对其做出了 详细的解析研究,由于许多系统中非线性效应对系 统的影响不能忽略,甚至影响很大,越来越多的人 在不同系统中研究了不同情况下的非线性 LZ 隧 穿^[11-15],并由此引出大量相关的研究及可能的 应用[16-25].

最近,通过实验实现了电磁波在加有倾斜周期 势场的光折变介质中的 LZ 隧穿^[26],并推广到二维 结构中^[27,28].然而,这些在光折变介质中的 LZ 隧穿 研究,未考虑探测光束自身在光折变介质中传播时 的非线性效应,仅研究了线性的 LZ 隧穿.光束在光 折变介质中传播时的非线性效应,分为两大类,其一 是 Kerr 介质,其二是饱和介质.光束在 Kerr 介质中 传播时,方程中的非线性项正比于光强,其形式类似 于加速光晶格中 BEC 原子间的相互作用非线性项. 但 Kerr 效应的产生需要高强度的激光源,而高强度 的激光在入射到 Kerr 介质中时,容易产生"灾害性 的自聚焦效应"并最终烧毁介质,故在实验上难以实 现.所以,对光束在饱和光折变介质中传播时的非线 性 LZ 隧穿的研究,显然具有更高的理论价值及更 好的实验可行性.但是光束在饱和介质中传播时的非线 性的实验可行性.但是光束在饱和介质中传播时,方 程中的非线性项的形式与 Kerr 介质中非线性项的 形式有很大差别,使得推导出含有饱和非线性项的 无能级模型时,遇到很多困难,至今尚未见到相关的 报道.

本文以光束在 3 种光折变介质中的传播进行讨 论.第一种为 Kerr 介质;第二种是加有偏压的屏蔽 型光折变介质,本文称之为屏蔽介质;第三种是光生 伏打效应型光折变介质,本文称之为光伏介质.其中 屏蔽介质及光伏介质属于饱和性光折变介质.我们 将推导光束在这三种光折变介质的一维光子晶格中 演化的非线性二能级形式,并给出非线性二能级系 统哈密顿量的经典形式.对屏蔽介质进行详细讨论, 做出非线性二能级系统的空间相图.进一步研究光 束在屏蔽介质的一维光子晶格中传播时,考虑非线

[†] 通讯联系人.E-mail:ss_yangza@ujn.edu.cn

性作用后系统的 IZ 隧穿行为,并讨论了非线性参数对隧穿率的影响.

2.模型

为简单起见,本文讨论光折变介质中一维光子 晶格的情况.在一维光子晶格中,近轴近似下传播光 束的电场振幅满足无量纲的演化方程^[27,28]

$$i\frac{\partial\psi}{\partial\eta} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\xi^2} + \chi\Delta n(\xi)\psi = 0, \quad (1)$$

其中 η 是光束传播方向的坐标, ξ 是横向坐标, $\Delta (n) \xi$ 是光致折射率改变量, χ 是其系数.(1)式左 边最后一项中

 $\chi \Delta n(\xi) = U(\xi) - \beta \xi + f(|\psi|^2),$ 其中 β 与外加横向偏压有关,取为常数^[27,28]. $f(|\psi|^2)$ 是由于光折变效应而产生的非线性项,对 于在不同非线性类型的光折变介质中传播的光束, 其形式不同.一维的光子晶格是由两束相对的相干 线偏振光照射在晶体上产生的,其形式为

 $U(\xi) = V \cos(2q\xi),$ 其中常数 *V* 正比于激光强度 ,*q* 是激光的波数 ,本 文取 $q = \frac{1}{2}.$

3. 光束演化的二能级模型

二能级模型是典型的物理模型,为了研究光束 在光折变介质的光子晶格中传播时 IZ 隧穿问题, 需要推导出光束演化方程的二能级形式,对于 Kerr 介质 其非线性项的形式与加速光晶格中 BEC 原子 间的相互作用而产生的非线性项类似,而对于非线 性效应并非由于 Kerr 效应而产生的饱和光折变介 质 由于其非线性项的形式较为复杂 推导二能级形 式的过程会遇到许多困难,因此以往的研究往往忽 略非线性项的效应,仅做线性情况的分析^[26-28].但 是若忽略非线性项的效应,将不能完整地反映光折 变介质的性质,本文讨论有非线性项的影响时,在光 折变介质中光束演化方程的二能级形式,讨论的光 折变介质有 3 种 ,即 Kerr 介质、屏蔽介质及光伏介 质.下面对这3种介质,分别推导一维光子晶格中光 束演化的二能级模型,另有屏蔽-光伏型光折变介 质 因其非线性项的形式是屏蔽介质与光伏介质中 非线性项的叠加,不带来新的物理性质,本文不作 讨论.

3.1.Kerr 介质中光束传播的二能级模型

在 Kerr 介质中 非线性项的形式为 $f(|\psi|^2) = g |\psi|^2$,其中常数 g为非线性项的系数.一维光束演 化方程为

 $i\frac{\partial\psi}{\partial\eta} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\psi + \left[V\cos(2q\xi) - \beta\xi + g|\psi|^2\right]\psi = 0.$ (2)

因为 LZ 隧穿主要发生在布里渊区的边界上,因此 仅保留共振的傅里叶分量^{27]},做两模近似

 $\psi(\xi,\eta) = c_1(\eta)e^{ik(\eta)\xi} + c_2(\eta)e^{[k(\eta)-2\eta]\xi}$,(3) 其中 c_1, c_2 是傅里叶分量的系数,满足| c_1 |² + | c_2 |².k 为 Bloch 波矢,定义 dk/d\eta = - β 以消去 $\beta\xi$ 项.将(3)武代入(2)武 整理得

$$i \frac{dc_{1}}{d\eta} e^{ik\xi} + i \frac{dc_{2}}{d\eta} e^{(k-2q)\xi}$$

$$= \left[\frac{1}{2} k^{2} c_{1} - gc_{1} (1 + |c_{2}|^{2}) - \frac{1}{2} Vc_{2} \right] e^{ik\xi}$$

$$+ \left[\frac{1}{2} (k - 2q) c_{2} - gb (1 + |c_{1}|^{2}) - \frac{1}{2} Vc_{1} \right] e^{(k-2q)\xi}$$

$$- \left[gc_{1}^{*} c_{2}^{2} + \frac{1}{2} Vc_{2} \right] e^{(k-4q)\xi}$$

$$- \left[gc_{1}^{2} c_{2}^{*} + \frac{1}{2} Vc_{1} \right] e^{(k+2q)\xi} , \qquad (4)$$

(4)式两边各乘 e^{-ik€},得

$$i \frac{dc_{1}}{d\eta} + i \frac{dc_{2}}{d\eta} e^{-i2q\xi}$$

$$= \left[\frac{1}{2} \mathbf{k}^{2} c_{1} - gc_{1} (1 + |c_{2}|^{2}) - \frac{1}{2} Vc_{2} \right]$$

$$+ \left[\frac{1}{2} (\mathbf{k} - 2q)^{2} c_{2} - gc_{2} (1 + |c_{1}|^{2}) - \frac{1}{2} Vc_{1} \right] e^{-i2q\xi}$$

$$- \left[gc_{1}^{*} c_{2}^{2} + \frac{1}{2} Vc_{2} \right] e^{-i4q\xi}$$

$$- \left[gc_{1}^{2} c_{2}^{*} + \frac{1}{2} Vc_{1} \right] e^{i2q\xi}. \qquad (5)$$

令 $x = 2q\xi$ (5)式两边对 x 从 0 到 2π 积分,并由 $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$,得

 $i\frac{dc_{1}}{d\eta} = \frac{1}{2}\boldsymbol{k}^{2}c_{1} + g|c_{1}|^{2}c_{1} - 2gc_{1} - \frac{1}{2}Vc_{2}.(6)$ 同理 ,用 e^{-(k-2q)}葉乘(4)式两边 ,并积分可得 $i\frac{dc_{2}}{d\eta} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{k} - 2q)c_{2} + g|c_{2}|^{2}c_{2} - 2gc_{2} - \frac{1}{2}Vc_{1}.$ (7)

取 $\mathbf{k} = q - \alpha \eta$,做变换

솣

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = e^{i\left(-\frac{1}{2}q^2\eta - \frac{1}{6}\alpha^2\eta^3 + 2g\eta\right)} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

令 $\gamma = \alpha \eta$, α 表征 γ 变化的快慢程度 ,当 α →0 时 ,对 应的是绝热过程,与文献 27,28 相同,本文中取 a = 1/2, 写成矩阵形式,则光束在 Kerr 介质光子晶格 中演化的二能级模型为

$$\mathbf{i} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\eta} \begin{pmatrix} a\\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\gamma + g|a|^2 & -\frac{1}{2}V\\ -\frac{1}{2}V & \frac{1}{2}\gamma + g|b|^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a\\ b \end{pmatrix},$$
(8)

这个方程与光晶格中 BEC 的二能级演化方程^[9,10]在 形式上一致.

3.2. 屏蔽介质中光束演化的二能级模型

屏蔽介质中光束传播的非线性行为是一种饱和 型的非线性行为,实验上需要一个外加均匀电场、一 束背景光和一束信号光,在这种介质中,光激发的载 流子(电子、空穴)对外加电场产生非均匀屏蔽,引起 折射率改变,形成光折变效应^[29,30],对屏蔽介质(1) 式中的非线性项为[29.30]

$$f(|\psi|^2) = \frac{g}{1+|\psi|^2}.$$

描述光场振幅的非线性方程为

$$i\frac{\partial\psi}{\partial\eta} + \frac{1}{2}\frac{\partial^{2}\psi}{\partial\xi^{2}} + \left[V\cos(2q\xi) - \beta\xi + \frac{g}{1+|\psi|^{2}}\right]\psi = 0.$$
(9)

同样 做两模近似

 $\psi(\xi,\eta) = c_1(\eta) e^{ik(\eta)\xi} + c_2(\eta) e^{[k(\eta)-2\eta]\xi} (10)$ 其中 c_1 , c_2 是傅里叶分量的系数,同样满足 $|c_1|^2$ + $|c_2|^2 = 1.k$ 为 Bloch 波矢,定义 dk/d $\eta = -\beta$ 以 消去 βξ 项.将(10) 武代入(9) 武中,得

$$\begin{bmatrix} i \frac{dc_1}{d\eta} - \frac{1}{2} k^2 c_1 + \frac{1}{2} V c_2 \end{bmatrix} e^{ik\xi} + \frac{1}{2} V c_1 e^{(k+2q)\xi} + \begin{bmatrix} i \frac{dc_2}{d\eta} - \frac{1}{2} (k - 2q)^2 c_2 + \frac{1}{2} V c_1 \end{bmatrix} e^{(k-2q)\xi} + \frac{1}{2} V c_2 e^{(k-4q)\xi} + \frac{gc_1}{2 + c_1^* c_2 e^{-i2q\xi} + c_1 c_2^* e^{i2q\xi}} e^{ik\xi}$$

+
$$\frac{gc_2}{2 + c_1^* c_2 e^{-i2q\xi} + c_1 c_2^* e^{i2q\xi}} e^{(k-2q)\xi}$$

= 0. (11)
 $\Leftrightarrow c_1 = |c_1| e^{i\theta_1} , c_2 = |c_2| e^{i\theta_2} , \theta = \theta_2 - \theta_1$, $\# \Pi e^{-ik\xi}$
 \Re (11), $\#$, $\#$

$$i \frac{dc_{1}}{d\eta} - \frac{1}{2} \mathbf{k}^{2} c_{1} + \frac{1}{2} Vc_{2} + \frac{1}{2} Vc_{1} e^{i2q\xi} + \left[i \frac{dc_{2}}{d\eta} - \frac{1}{2} (\mathbf{k} - 2q)^{2} c_{2} + \frac{1}{2} Vc_{1} \right] e^{-i2q\xi} + \frac{1}{2} Vc_{2} e^{-i4q\xi} + \frac{gc_{1}}{2 + |c_{1}| |c_{2}| e^{i\theta} e^{-i2q\xi} + |c_{1}| |c_{2}| e^{-i\theta} e^{i2q\xi} + \frac{gc_{2} e^{-i2q\xi}}{2 + |c_{1}| |c_{2}| e^{i\theta} e^{-i2q\xi} + |c_{1}| |c_{2}| e^{-i\theta} e^{i2q\xi} } = 0.$$
(12)

令 $\gamma = 2q\xi$ (12) 式两边对 γ 从 0 到 2π 积分 其中左 边后两项的积分用到了留数定理(12)式变为

$$i \frac{dc_1}{d\eta} - \frac{1}{2} k^2 c_1 + \frac{1}{2} V c_2 + \frac{1}{2} \frac{gc_1}{\sqrt{1 - |c_1|^2 |c_2|^2}} + \frac{1}{2} gc_2 e^{-i\theta} \frac{(\sqrt{1 - |c_1|^2 |c_2|^2} - 1)}{|c_1| |c_2| \sqrt{1 - |c_1|^2 |c_2|^2}} = 0, \qquad (13)$$

$$\blacksquare \mathbf{P} , \frac{c_2 e^{-i\theta}}{|c_1| |c_2|} = \frac{1}{|c_1|} e^{i\theta_2} e^{-i\theta_2 - \theta_1} = \frac{1}{|c_1|} e^{i\theta_1}$$

$$\frac{1}{|c_1|^2} , \mathcal{K} \mathcal{K} (13) \mathbf{c} , \mathcal{H} 整理得$$

$$i \frac{dc_1}{d\eta} = \frac{1}{2} \mathbf{k}^2 c_1 - \frac{1}{2} V c_2 - \frac{1}{2} \frac{g c_1}{|c_1|^2} + \frac{1}{2} \frac{g |c_2|^2 c_1}{|c_1|^2 \sqrt{1 - |c_1|^2 |c_2|^2}}. \quad (14)$$

同理 ,用 e^{-(k-2q)} 乘(11)式 ,按同样做法 ,可得关于 分量 c_2 的方程

$$i \frac{dc_2}{d\eta} = \frac{1}{2} (\mathbf{k} - 2q) c_2 - \frac{1}{2} Vc_1$$

- $\frac{1}{2} \frac{gc_2}{|c_2|^2} + \frac{1}{2} \frac{g|c_1|^2 c_2}{|c_2|^2 \sqrt{1 - |c_1|^2 |c_2|^2}} = 0.$
(15)

取
$$\mathbf{k} = q - \alpha \eta$$
,作变换 $\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = e^{-\frac{i}{2} \begin{pmatrix} q^2 \eta + \frac{1}{3} \alpha^2 \eta^3 \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$,代

入(14)(15)式,并令 $\gamma = \alpha \eta$, a 同样表征 γ 变化的 快慢程度.(15) 式写成矩阵形式为

$$i \frac{d}{d\eta} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\gamma - \frac{g}{2|a|^2} + \frac{g|b|^2}{2|a|^2}\sqrt{1-|a|^2|b|^2} \\ -\frac{1}{2}V \end{pmatrix}$$

3.3.光伏介质中光束演化的二能级模型

光伏介质是指在饱和型光折变介质中,由材料 的光生伏打效应引起光伏电流而形成光伏场,进而 引起晶体折射率的变化^[31,32].光伏光折变现象的产 生不需要外加电场.光伏介质中的非线性项的形 式为

$$\mathbf{i} \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d}\eta} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\gamma + \frac{g}{2|a|^2} - \frac{g|b|^2}{2|a|^2\sqrt{1-|a|^2|b|^2}} \\ -\frac{1}{2}V \end{pmatrix}$$

4. 经典相图及隧穿率

4.1.经典哈密顿形式

对方程(8)(16)(17)数值求解时,可采用其哈 密顿量的经典形式进行计算.利用哈密顿量的经典 形式,可以方便地得到空间相图,并可用于讨论隧 穿、空间几何相位、外驱动的影响等问题.

将方程(8)(16)(17)分别做变换,取 $a = |a|e^{i\theta_a}, b = |b|e^{i\theta_b}, 令 s = |b|^2 - |a|^2, \theta = \theta_b - \theta_a$. s, θ 是经典哈密顿系统的一对正则变量,满足 正则方程 $\frac{ds}{d\eta} = -\frac{\partial H}{\partial \theta}, \frac{d\theta}{d\eta} = \frac{\partial H}{\partial s}$. 经计算得到系统的如下经典哈密顿量:

Kerr 介质: $H_{e}(s, \theta, \gamma) = -\gamma s + v\sqrt{1-s^{2}\cos\theta}$ - $\frac{1}{2}gs^{2}$, (18)

屏蔽介质: $H_e(s, \theta, \gamma) = -\gamma s + v\sqrt{1-s^2}\cos\theta$ + $2g\ln(2+\sqrt{3+s^2})$, (19) 光伏介质: $H_e(s, \theta, \gamma) = -\gamma s + v\sqrt{1-s^2}\cos\theta$ - $2g\ln(2+\sqrt{3+s^2})$. (20)

4.2. 二能级模型相图

对于 Kerr 介质 系统的经典哈密顿形式同加速

$$-\frac{1}{2}V \\ \frac{1}{2}\gamma - \frac{g}{2|b|^{2}} + \frac{g|a|^{2}}{2|b|^{2}\sqrt{1-|a|^{2}|b|^{2}}} \left(\begin{array}{c} a \\ b \end{array} \right) . (16)$$

$$f(|\psi|^2) = g \frac{|\psi|^2}{1+|\psi|^2} = g - \frac{g}{1+|\psi|^2},$$

此公式表明,光伏介质中非线性项的形式与外加电场的饱和光折变介质中的非线性项相比,只相差一个负号和一个常数.这可以通过改变屏蔽介质外加电场的极性而使二者的形式一致.采用类似的方法,可得光伏介质中光束演化方程的二能级形式

$$-\frac{1}{2}V \\ \frac{1}{2}\gamma + \frac{g}{2|b|^{2}} - \frac{g|a|^{2}}{2|b|^{2}\sqrt{1-|a|^{2}|b|^{2}}} \left| \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} (17) \right|$$

光晶格中的 BEC 系统的经典哈密顿形式一致,空间 相图和隧穿行为也一致,本文不再赘述,可参考文献 [9,10].而对于光伏介质,哈密顿量的经典形式与屏 蔽介质哈密顿量的经典形式相比,只在最后一项相 差一负号,相当于(19)式中 g→ -g.所以,本文只讨 论屏蔽介质中二能级模型的相图及非线性 LZ 隧 穿率.

经典哈密顿量的不动点相当于非线性二能级系 统的本征态^[13]不动点由求解下列方程得到

$$\frac{\partial H_e}{\partial \theta} = v \sqrt{1 - s^2} \sin \theta = 0 , \qquad (21)$$

$$\frac{\partial H_e}{\partial s} = -\gamma - \frac{vs \cos \theta}{\sqrt{1 - s^2}} + \frac{2gs}{\sqrt{3 + s^2}(2 + \sqrt{3 + s^2})}$$

$$= 0 , \qquad (22)$$

不动点的数量与非线性参数值 g 有关.对于屏蔽介 质 非线性参数 g 存在一个临界值 $g_e = \frac{\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{2}v$ ≈3.232v.当非线性较弱时 ,即 $g < g_e$,存在两个椭 圆不动点 ,分别位于线 $\theta = 0$, (见图 1) 对应着经典 哈密顿量的最大值和最小值.随着 $\gamma \, M = \infty - + \infty$ 的变化 ,其中一个不动点沿着线 $\theta = \pi$ 从相图顶部 (s = +1)向底部(s = -1)移动 ;另一个不动点则从 底部向顶部移动.对于强非线性 ,即 $g > g_e$,在 $-\gamma_e$ < $\gamma < \gamma_e$ 范围内出现两个新的不动点 ,都位于线 θ = π 上 ,见图 $\chi(e)$ -(e).随着 γ 的变化 ,位于 $\theta = \pi$ 处的上下两个椭圆型不动点都向下移动,中间的双 曲型不动点向上移动.在 $\gamma = \gamma_e$ 处,中间的双曲不 动点与上椭圆点碰撞,并一起消失.

我们的结果表明,屏蔽介质的空间相图在拓扑 上与科尔介质的空间相图(参见文献10])相同,这 是因为把屏蔽介质的非线性项做级数展开,其第一 项与 Kerr 介质的非线性项形式相同,而高阶项带来的效应较小,对相图不产生影响。

哈密顿系统在相平面上的演化如图 1,图 2 所 示.图 3展示了 $\gamma = 0$ 时,不同非线性项值的相图及 相应的能量曲线.



图 1 相平面中系统哈密顿的演化 (a)-(f)代表 γ = -5,-200.5, 12时 s 和相对相位 θ 的关系(g/v=0.25)

4.3. 非线性隧穿率

由于非线性的影响,很难得到隧穿率的解析表达式,为研究非线性的 LZ 隧穿率,需要数值求解演

化方程(8)(16)(17).选择在 $\gamma \rightarrow -\infty$ 时初值为 (*a*,*b*)→(0,1),隧穿率定义为 $\gamma \rightarrow \infty$ 时|*b*|²的值. 为方便计算,*v* 取为 1.当非线性项 *g* = 0 时,隧穿率



图 2 相平面中系统哈密顿的演化 (a)-(h)代表 γ = -10,-0.5,-0.28 β β.2 β.2 β.2 β.5,10 时 s 和相位角θ的关系(g/v=6)



图 3 $\gamma = 0$ 时不同非线性项值的相图((a)(c)(e))及相应的能量随 s 变化曲线(b)(d)(f))(a)(c)(e)分别对应于 $g/v = 0.25 \ \beta , 10$ (b)(d)(f)中虚线代表 $\theta = \pi$ 时的能量曲线 ,实线为 $\theta = 0$ 时的能量曲线

满足线性 LZ 隧穿公式 $P = \exp\left(-\frac{\pi v^2}{2\alpha}\right)$ 这与数值计 算结果(图 4 中点线)完全一致.对于屏蔽介质,当非 线性项不为零,g < 0时,非线性项的作用是抑制了 隧穿;g > 0时,非线性项的存在增强了隧穿.当g较大时,即使在 α 趋近于0时(绝热极限)隧穿率也 不为0.对于 Kerr 介质及光伏介质,非线性项中参数 g的符号作用则恰好相反.

图 4 为屏蔽介质及 Kerr 介质中隧穿率随参数 *a* 变化图.从图中可以看出,对于 Kerr 介质,*g* 的绝对 值相对较小就能对隧穿率有较大的影响,而在屏蔽 介质中,如果非线性项对隧穿率的影响要想达到在 Kerr 介质中相同的程度,则非线性项*g* 的绝对值要 相对较大.



图 4 屏蔽介质(a)和 Kerr 介质(b)中隧穿率随 α 的变化图 虚线为线性 LZ 隧穿公式计算所得理论值

5.结 论

我们分别推导了光束在 Kerr 介质、屏蔽介质及 光伏介质的一维光子晶格中演化的二能级形式,并 给出了光束在这三种介质中传播时二能级系统的经 典哈密顿形式.特别对于屏蔽介质,进行了仔细分 析,做出了空间相图,给出了非线性参数的临界值. 当非线性效应超过临界值时,系统的不动点将会增 加引起系统的动力学和隧穿行为的变化,结果表 明,屏蔽介质的空间相图在拓扑上与 Kerr 介质的空间相图相同.利用推导出的光束在屏蔽介质的光子 晶格中传播的二能级形式,我们用数值的方法研究 了非线性参数与 LZ 隧穿率的关系.计算结果表明, 当非线性参数大于 0 时增强了隧穿,当非线性参数 小于 0 时抑制了隧穿.

由我们推导出的光束在屏蔽介质和光伏介质的 光子晶格中传播的二能级形式,可以对很多问题进 行进一步的研究,我们将另作讨论.希望本文的结果 对后续的研究及实验有所帮助.

- [1] Zener C 1932 R. Soc. London A 137 696
- [2] Landau L D 1932 Phys. Z. Sowjetunion 2 46
- [3] Majorana E 1932 Cimento 9 43
- [4] Esaki L 1974 Rev. Mod. Phys. 46 237
- [5] Bourlon B , Glattli D C , Placais B , Berroir J M , Miko C , Forro L , Bachtold A 2004 Phys. Rev. Lett. 92 026804
- [6] Sibille A , Palmier J F , Laruelle F 1998 Phys. Rev. Lett. 80 4506
- [7] Jona-Lasinio M , Morsch O , Cristiani M , Malossi N , Müller J H , Courtade E , Anderlini M , Arimondo E 2003 Phys. Rev. Lett. 91 230406

- [8] Jona-Lasinio M , Morsch O , Cristiani M , Arimondo E , Menotti C 2005 Laser Phys. 15 1180
- [9] Wu B, Niu Q 2000 Phys Rev. A 61 023402
- [10] Liu J, Fu L B, Ou B Y, Chen S G, Choi D I, Wu B, Niu Q 2002 Phys. Rev. A 66 023404
- [11] Brazhnyi V A, Konotop V V, Kuzmiak V 2006 Phys. Rev. Lett. 96 150402
- [12] Shchesnovich V S, Cavalcanti S B 2006 J. Phys. B 39 1997
- [13] Wang G F , Ye D F , Fu L B , Chen X Z , Liu J 2006 Phys. Rev. A 74 033414

3706

- [14] Wang G F, Liu B, Fu L B, Zhao H 2007 Acta Phys. Sin. 56 3733 (in Chinese)[王冠芳、刘 斌、傅立斌、赵 鸿 2007 物理学报 56 3733]
- [15] Wang S, Yang Z A 2009 Acta Phys. Sin. 58 729(in Chinese)[王 沙、杨志安 2009 物理学报 58 729]
- [16] Ye D F, Fu L B, Zhao H, Liu J 2007 Acta Phys. Sin. 56 5071 (in Chinese)[叶地发、傅立斌、赵 鸿、刘 杰 2007 物理学报 56 5071]
- [17] Wang G F, Fu L B, Zhao H, Liu J 2005 Acta Phys. Sin. 54 5003 (in Chinese)[王冠芳、傅立斌、赵 鸿、刘 杰 2005 物理学报 54 5003]
- [18] Ma Y, Fu L B, Yang Z A 2006 Acta Phys. Sin. 55 5628 (in Chinese)[马 云、傅立斌、杨志安 2006 物理学报 55 5628]
- [19] Liu Z Z, Yang Z A 2007 Acta Phys. Sin. 56 1245 (in Chinese) [刘泽专、杨志安 2007 物理学报 56 1245]
- [20] Fang Y C, Yang Z A, Yang L Y 2008 Acta Phys. Sin. 57 661 (in Chinese)[房永翠、杨志安、杨丽云 2008 物理学报 57 661]
- [21] Liu J, Wang W G, Zhang C W, Niu Q, Li B W 2005 Phys. Rev. A 72 063623

- [22] Liu J , Zhang C W , Raizen M G , Niu Q 2006 Phys. Rev. A 73 013601
- $\left[\begin{array}{c} 23 \end{array} \right] \ \ \, Wu \, B$, Liu J , Niu Q 2005 Phys . Rev . Lett . 94 140402 $\,$
- [24] Wang G F , Fu L B , Liu J 2006 Phys. Rev. A 73 013619
- [25] Wu B , Liu J 2006 Phys . Rev . Lett . 96 020405
- [26] Trompeter H , Krolikowski W , Neshev D N , Desyatnikov A S , Sukhorukov A A , Kivshar Y S , Pertsch T , Peschel U , Lederer F 2006 Phys. Rev. Lett. 96 053903
- [27] Shchesnovich V S, Cavalcanti S B, Hickmann J M, Kivshar Y S 2006 Phys. Rev. E 74 056602
- [28] Desyatnikov A S, Kivshar Y S, Shchesnovich V S, Cavalcanti S B, Hickmann J M 2007 Opt. Lett. 32 325
- [29] Segev M, Valley G C, Crosignani B, Porto P D, Yariv A 1994 Phys. Rev. Lett. 73 3211
- $\left[\begin{array}{c} 30 \end{array}\right] \ \ \, Singh S R$, Christodoulides D N 1995 Opt . Comm . 118 569
- [31] Valley G C , Segev M , Crosignani B , Yariv A , Fejer M M , Bashaw M C 1994 Phys. Rev. A 50 R4457
- [32] Segev M , Valley G C , Bashaw M C , Taya M , Fejer M M 1997 J. Opt. Soc. Am. B 14 1772

Two-level model of light propagation in photonic lattices and nonlinear Landau-Zener tunneling

Wang Sha Yang Zhi-An[†]

(School of Science, University of Jinan, Jinan 250022, China) (Received 8 September 2008; revised manuscript received 25 October 2008)

Abstract

We deduce a two-level model of light propagating in photonic lattices of Kerr medium and two kinds of saturated photorefractive medium, establish the classical Hamiltonian system, study the evolution of the phase-space motion of the Hamiltonian system for one kind of saturated photorefractive medium, namely, the Screening medium, and then study the nonlinear Landau-Zener tunneling numerically. Results show that the tunneling probability is enhanced when the nonlinearity is positive while it is restrained when the nonlinearity is negative.

Keywords : two-level model , photorefractive medium , photonic lattices , nonlinear Landau-Zener tunneling PACC : 0365 , 42658 , 4250

⁵⁸ 卷

 $[\]dagger$ Corresponding author. E-mail : ss _ yangza@ujn.edu.cn