

改进恒 Lyapunov 指数谱混沌系统的 广义投影同步研究*

李春彪^{1)B)†} 单 梁²⁾ 王德纯¹⁾

1) 南京理工大学电子工程与光电技术学院, 南京 210094)

2) 南京理工大学自动化学院, 南京 210094)

3) 江苏省食品安全工程技术研究开发中心电源与系统部, 南京 210007)

4) 江苏经贸职业技术学院工程技术学院, 南京 210007)

(2008 年 10 月 30 日收到, 2009 年 2 月 4 日收到修改稿)

对改进恒 Lyapunov 指数谱混沌系统的广义投影同步进行了研究. 用主动控制同步法设计合适的非线性反馈控制器, 通过单向耦合, 实现恒指数谱混沌系统的同结构广义投影同步与异结构广义投影同步. 在指出广义投影同步体系中比例因子调节作用的同时, 也分析了改进恒指数谱混沌系统的全局线性调幅参数对同步体系中两个系统的作用. 基于模块与复用的设计思想, 详细分析并构建了广义投影同步体系中的驱动系统、控制系统与响应系统. 数值仿真与电路实验仿真一致显示: 调节比例因子能够获得任意比例于原驱动混沌系统输出的混沌信号; 调节全局线性调幅参数, 能够同时线性调整同步体系中两个系统输出的状态变量的幅值, 而不影响两个系统之间的广义投影同步.

关键词: 改进恒 Lyapunov 指数谱混沌系统, 广义投影同步, 比例因子, 全局线性调幅参数

PACC: 0545

1. 引 言

混沌信号应用于雷达与通信系统已经成为极为活跃的研究领域^[1-4]. 在混沌雷达中, 要求在接收机产生与原发射信号相一致(只是发射信号的延迟与尺度变换)的混沌信号, 以用来与接收信号进行相关, 完成匹配滤波; 在混沌保密通信中, 发射端将混沌电路产生的信号与隐蔽信息混合调制后发出, 接收端用同步方法, 将信息分离. 因此, 要将混沌系统应用于雷达与通信等实际工程中, 需要给出正确可行的电路实现与同步方案^[5-12]. 正是基于这一原因, 多年来, 人们对混沌同步的研究也不断深入, 提出了许多有效而可行的混沌控制与同步方法^[5-12], 如驱动-响应同步法^[5, 6]、线性反馈法^[7-11]、非线性反馈法^[11]、自适应控制同步法^[12]等. 1999 年, Maimieri 和 Rehacek^[13]在部分线性混沌系统中观察到一种称为投影同步的新的同步现象, 该同步使得在一定条件

下耦合的主从系统的状态变量 相位锁定, 振幅恒比例且可调. 此后, 投影同步便引起了人们的广泛关注^[14-22]. 而最近出现的广义投影同步方法及其应用研究^[17-22], 将投影同步与广义同步联系起来, 通过比例因子的调节作用实现任意比例于原驱动混沌系统输出的混沌信号, 同步使两个混沌系统的拓扑结构一致. 实现广义投影同步通常采用单向线性耦合方法^[17]、驱动响应方法^[18]和主动控制方法^[19-21]等.

最近, Li 等^[23]提出一种新的具有恒 Lyapunov 指数谱的混沌吸引子. 继而, 又通过参数剥离, 得到一种改进系统^[24]. 该改进系统存在全局线性调幅参数、可倒相以及双参数恒 Lyapunov 指数谱等优良特性. 本文对该系统进行进一步研究, 利用主动控制法, 设计合适的非线性反馈同步控制器, 实现该系统的同结构广义投影同步, 并实现其与 Rössler 混沌系统等其他三维混沌系统之间的异结构广义投影同步, 分析了比例因子与全局线性调幅参数各自的作用.

* 江苏省“青蓝工程”、江苏省博士后科学基金(批准号: 0801046B)和中国博士后科学基金(批准号: 20080430170)资助的课题.

† E-mail: goontry@126.com

用与功能.

混沌的电路实验是研究混沌系统动力学特性,证明混沌吸引子存在性,验证混沌控制与同步方法有效性的重要手段.在继数值仿真之后,通过设计广义投影同步体系中驱动、控制与响应等三个子系统的实验电路,借助于电路仿真 PSpice 软件,验证了所设计的投影同步控制器的有效性.本文对改进恒 Lyapunov 指数谱混沌系统采用新的同步控制手段,并给出合理、实际的电路实现方案,这对探索与推动恒指数谱混沌系统的广泛应用具有重要的工程意义.

2. 改进恒 Lyapunov 指数谱混沌系统的同结构广义投影同步

2.1. 同结构广义投影同步控制器的设计

改进恒 Lyapunov 指数谱混沌系统的数学模型为^[24]

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= az_1 - c|y_1| + d, \\ \dot{y}_1 &= az_1, \\ \dot{z}_1 &= -\frac{1}{2a}x_1 - \frac{1}{2a}y_1 - bz_1, \end{aligned} \quad (1)$$

这里 a, b, c, d 为实常数,当参数取 $a = d = 3, b = 0.4, c = 1.62$ 时,系统状态变量的演变呈现混沌特性.文献^[24]指出, d 为全局线性调幅参数, d 发生变化,系统输出信号 x, y, z 幅值也都随着作线性变化,而系统的 Lyapunov 指数谱保持恒定.

下面研究该系统的同结构广义投影同步.设驱动系统如(1)所示,同结构的响应混沌系统可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= az_2 - c|y_2| + d + u_1, \\ \dot{y}_2 &= az_2 + u_2, \\ \dot{z}_2 &= -\frac{1}{2a}x_2 - \frac{1}{2a}y_2 - bz_2 + u_3, \end{aligned} \quad (2)$$

u_1, u_2, u_3 就是要设计的同步控制器.

定理 1 如果设计非线性反馈同步控制器为

$$\begin{aligned} u_1 &= -c|y_1|/k + c|y_2| + (1-k)d/k, \\ u_2 &= -\beta(y_1 - ky_2)k, \\ u_3 &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\beta < 0$,那么就实现了初始值不同的改进恒 Lyapunov 指数谱混沌系统(1)与(2)之间的同结构广义投影同步,常数 k 为比例因子.

证明 定义误差信号 $e_1 = x_1 - kx_2, e_2 = y_1 - ky_2, e_3 = z_1 - kz_2$,则误差系统方程为

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= ae_3 - c|y_1| + kc|y_2| + d - kd - ku_1, \\ \dot{e}_2 &= ae_3 - ku_2, \\ \dot{e}_3 &= -\frac{1}{2a}e_1 - \frac{1}{2a}e_2 - be_3 - ku_3, \end{aligned} \quad (4)$$

根据主动控制的思想,选择控制函数

$$\begin{aligned} ku_1 &= -v_1 - c|y_1| + kc|y_2| + d - kd, \\ ku_2 &= -v_2, \\ ku_3 &= -v_3, \end{aligned} \quad (5)$$

将其代入到误差系统(4),从而得到

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= ae_3 + v_1, \\ \dot{e}_2 &= ae_3 + v_2, \\ \dot{e}_3 &= -\frac{1}{2a}e_1 - \frac{1}{2a}e_2 - be_3 + v_3, \end{aligned} \quad (6)$$

这里 v_1, v_2, v_3 是关于误差变量 e_1, e_2, e_3 函数的输入控制信号.当选取

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

代入到(6)式,得到

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= ae_3, \\ \dot{e}_2 &= ae_3 + \beta e_2, \\ \dot{e}_3 &= -\frac{1}{2a}e_1 - \frac{1}{2a}e_2 - be_3, \end{aligned} \quad (8)$$

对应的误差系统(8)的特征方程为

$$\lambda^3 + (b - \beta)\lambda^2 + (1 - b\beta)\lambda - \beta/2 = 0. \quad (9)$$

根据 Routh-Hurwitz 判据,当固定 $b = 0.4$ 时,只要 $\beta < 0$,就能使误差系统(8)的所有特征根的实部为负,误差信号 e_1, e_2, e_3 将均收敛于零,即误差系统的零平衡点渐近稳定, $\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} [X(t) - kY(t)] = 0$,即两个相同结构的三维混沌系统获得了任意比例的同结构广义投影同步.(7)式代入(5)式就是所设计的控制器(3).

误差系统(8)的特征值大小与误差趋近于零的速度有关系,根据系统的稳定性理论,负的特征值越小,其响应速度越快.所以,从特征方程(9)可以推知, β 的选择对误差信号的收敛速度有影响, β 是一种误差收敛速度调节器.

2.2. 数值仿真

采用 4 阶龙格库塔法进行数值仿真.设置驱动

系统的初始值为(0,0,0),响应系统的初始值为(3,4,5), $\beta = -1$,广义投影同步的比例因子 k 分别取 2, -0.5, 得到投影同步仿真结果如图 1 所示. 图 1 (a)(b)给出了 $k = 2, -0.5$ 时的误差信号曲线, 误差曲线快速衰减到 0, 说明两个三维混沌系统之间的状态变量按照比例因子的约束, 实现了广义投影同步. 图 1(c)(d)给出投影同步相图, 说明驱动系统与响应系统之间的同步特征. 当 k 取负值时, 两个系统实现了反相投影同步; 当 k 取一个小于 1 的

数时, 响应系统的状态变量与驱动系统的状态变量相比, 扩大了 $1/|k|$ 倍, 这里 $k = -0.5$ 扩大 2 倍.

文献 [24] 指出, 参数 d 是一个全局线性调幅参数. 在同结构广义投影同步体系中, 该参数依然能够起到全局线性调幅的作用, 当其改变时, 驱动与响应系统中的状态变量幅值也都同时作线性变化. 因此, 可以说比例因子调节的是驱动与响应系统之间的状态变量的比例, 而全局线性调幅参数调节的是两个系统的状态变量幅值的同增同减.

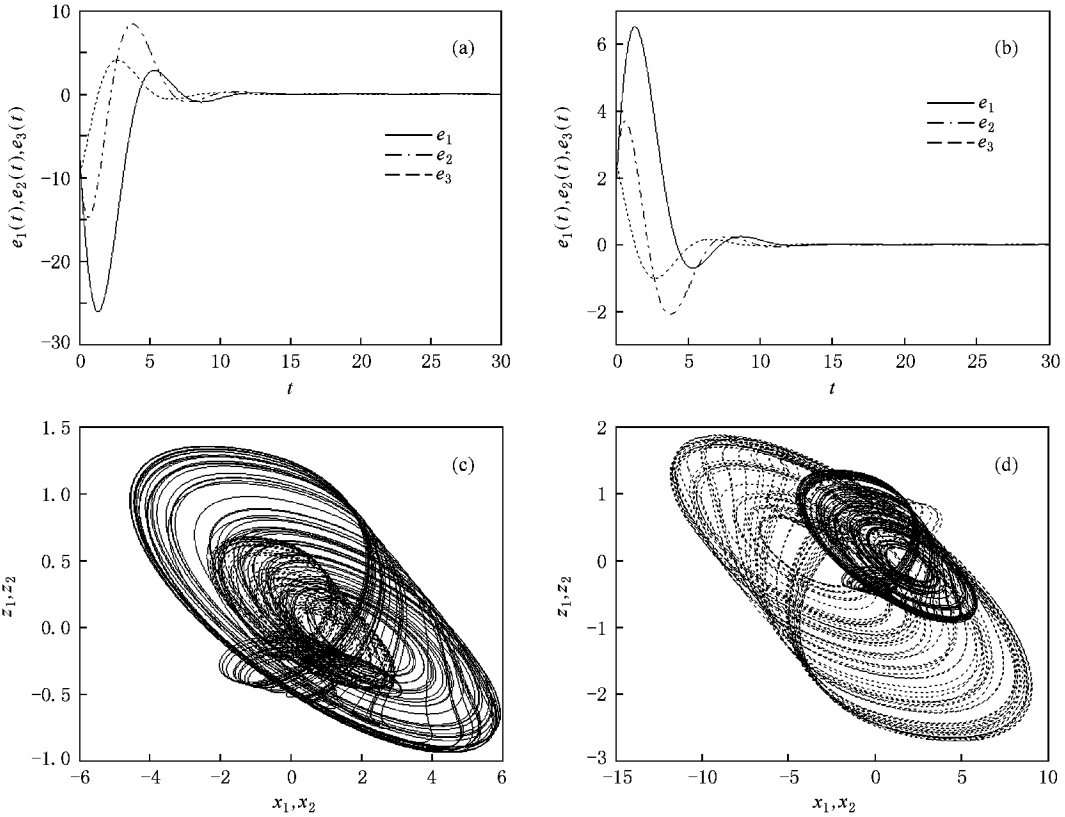


图 1 比例因子取不同值, 两个同结构的改进恒指数谱混沌系统(1)与(2)之间的广义投影同步误差曲线与相图(实线为驱动系统的吸引子, 虚线为响应系统的吸引子) (a) $k = 2$ 时的同步误差曲线; (b) $k = -0.5$ 时的同步误差曲线; (c) $k = 2$ 时, 在 $x-z$ 平面上同相位广义投影同步; (d) $k = -0.5$ 时, 在 $x-z$ 平面上反相位广义投影同步

同时, 应该说明的是, 在此广义投影同步体系中, 驱动系统的初始值设置是至关重要的, 而响应系统的初始值则由于同步控制器的作用而非常灵活. 上面实例中, 驱动系统若设置了不适当的初始值, 比如(3,4,5), 此时驱动系统发散, 也就不能实现广义投影同步. 但响应系统取这组初始值, 则不会影响广义投影同步的实现.

2.3. 电路设计与实验仿真

广义投影同步体系中包含驱动系统、响应系统与

控制系统等三个子系统, 各个子系统结构完整, 功能相对独立, 所以电路采用模块化设计, 能够对各个功能模块进行封装与复用, 大大提高电路设计的效率, 又非常便于电路调试.

在改进恒指数谱混沌系统的同结构广义投影同步中, 驱动系统与响应系统都采用图 2 所示的电路结构. 该电路由三路模拟运算电路组成, 分别实现系统(1)中的状态变量 x, y, z . 图 2 中运算放大器及其外围电路实现加、减、反相、积分、绝对值运算, 其中, 由运放与二极管连接成的反馈电路完成绝对值运算.

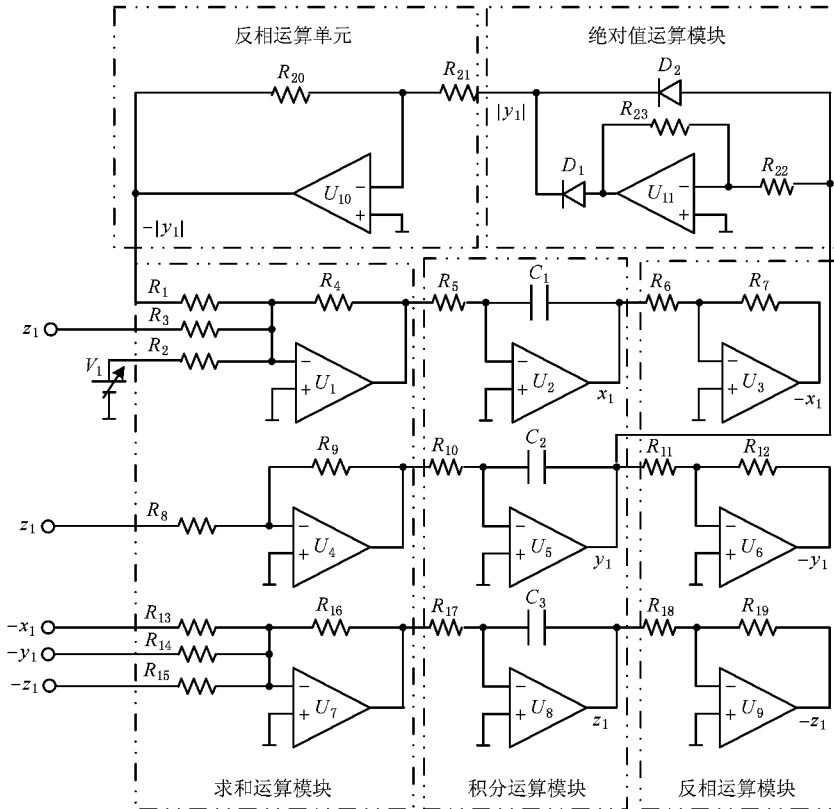


图2 同结构广义投影同步中的恒指数谱混沌系统(1)的电路结构

为了获得大的动态电压工作范围,可选择双电源供电的正负两极都有着较大动态工作范围的运放模型作为实验仿真的元件,这就容易观察与验证全局线性调幅参数 d 实现的两个系统信号幅值的线性调节作用。

根据电路理论以及各元件的特性,可以列出图2电路的状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{R_4}{R_5 C_1 R_3} z - \frac{R_4}{R_5 C_1 R_1} |y| + \frac{R_4}{R_5 C_1 R_2} V_1, \\ \dot{y} &= \frac{R_9}{R_{10} C_2 R_8} z, \\ \dot{z} &= -\frac{R_{16}}{R_{17} C_3 R_{13}} x - \frac{R_{16}}{R_{17} C_3 R_{14}} y - \frac{R_{16}}{R_{17} C_3 R_{15}} z, \end{aligned} \quad (10)$$

依照系统特点,为使得驱动系统与响应系统都工作在混沌状态,当设置参数为 $a = 3$, $b = 0.4$, $c = 1.62$, $d = 3$ 时,对应设置电路元器件参数为 $C_1 = C_2 = C_3 = 1 \text{ uF}$, $R_4 = 900 \text{ } \Omega$, $R_1 = 27.778 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 45 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 15 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 20 \text{ k}\Omega$, $V_1 = 3 \text{ V}$, $R_9 = 900 \text{ k}\Omega$, $R_8 = 15 \text{ k}\Omega$, $R_{24} = 45 \text{ k}\Omega$, $R_{10} = 20 \text{ k}\Omega$, $R_{16} = 400 \text{ } \Omega$, $R_{13} = R_{14} = 120 \text{ k}\Omega$, $R_{17} = 20 \text{ k}\Omega$, $R_{15} = 50 \text{ k}\Omega$, 其

他反相器的电阻都统一设置为 $1 \text{ k}\Omega$ 。

在同结构广义投影同步体系中,若没有使用同步控制器对两个系统进行耦合,结构与参数相同、独立而分开的驱动系统与响应系统的状态变量的幅值与演变情况通常是一致的,即便如此,由于电路元件的参数扰动与初始值的不同,而往往表现出不同步的现象,甚至当响应系统初始值设置不恰当时,还会出现响应系统发散而不能振荡的情况,也就不会有两个系统之间的同步。采用(3)式设计的控制律设计控制电路,如图3所示,作为连接两个系统的桥梁,搭在两个系统之间,此时,响应系统的状态变量就可以按照比例因子的控制作用,与驱动系统的状态变量达成同相或者反相广义投影同步。响应系统的状态变量信号与驱动系统的状态变量保持固定的然而却可以任意设置的比例关系,而且只要驱动系统设置恰当的初始值,响应系统的初始值可以不加限制,依然保持这种比例关系。

观察图3所示的控制器电路结构,可以看出,欲实现两个系统之间的广义投影同步,只要通过线性电阻矢量 $[R_{1c}, R_{2c}, R_{3c}, R_{4c}, R_{5c}]$ 的权重调节作用,将对应的反馈信号矢量 $[S_{1c}, S_{2c}, S_{3c}, S_{4c}, S_{5c}]$

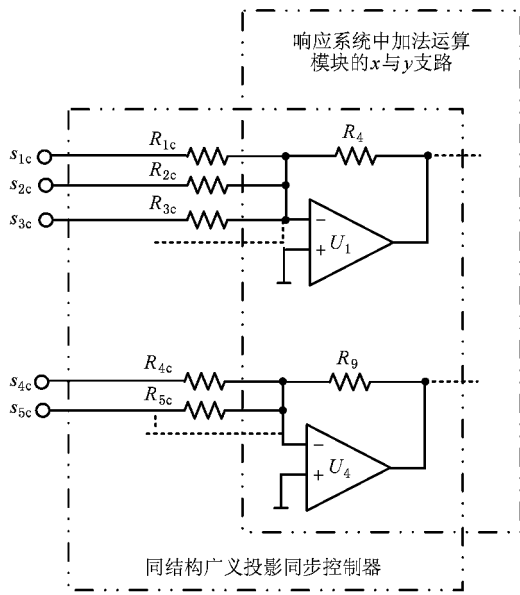


图3 同结构广义投影同步中的非线性控制器

耦合到响应系统中即可.因此,广义投影同步控制器的设计,本质上就是确定合适的反馈信号矢量以及对这个信号矢量进行权重调节的电阻矢量.控制器

中的反馈信号,来源于驱动系统与响应系统的状态变量或者是中间变量,有同相信号也有反相信号.究竟取何种信号矢量与比例因子的正负与大小有关系,具体要根据控制律(3)式的要求来确定.比如在 $\beta < 0$ 的前提下,当 $0 < k < 1$ 时,反馈信号矢量将设置为 $[S_{1c}, S_{2c}, S_{3c}, S_{4c}, S_{5c}] = [-|y_1|, |y_2|, V_c, y_1, -y_2]$, V_c 为外接的直流电源电压.控制器中的电阻矢量,与响应系统的电路参数有关系,因为该电阻矢量将反馈信号作为加数信号,添加到响应系统中的加法运算模块上.

在电路参数作如上设置的情况下,投影同步的比例因子 k 分别为 $2, -2, 0.5, -0.5$ 时,同结构广义投影同步控制器矢量,如表1所示.图4给出了 $k = -0.5$ 时的驱动系统与响应系统输出信号波形图以及同步误差曲线.可见,在比例因子为 -0.5 时,响应系统输出是驱动系统的倒相放大,放大倍数为2倍.由同步误差曲线也看出,除了由于两个系统的初始值不同而引起的初始状态不一致以外,很快两个系统就实现了广义投影同步.其他电路实验仿真结果,也与数值仿真结果一致.

表1 同结构广义投影同步控制器矢量的4个电路实现实例

比例因子 k	反馈信号矢量 $[S_{1c}, S_{2c}, S_{3c}, S_{4c}, S_{5c}]$	控制电阻矢量 $[R_{1c}, R_{2c}, R_{3c}, R_{4c}, R_{5c}]$
2	$[- y_1 , y_2 , -1.5V, y_1, -y_2]$	$[55.556 \text{ k}\Omega, 27.778 \text{ k}\Omega, 45 \text{ k}\Omega, 90 \text{ k}\Omega, 45 \text{ k}\Omega]$
-2	$[y_1 , y_2 , -4.5V, -y_1, -y_2]$	$[55.556 \text{ k}\Omega, 27.778 \text{ k}\Omega, 45 \text{ k}\Omega, 90 \text{ k}\Omega, 45 \text{ k}\Omega]$
0.5	$[- y_1 , y_2 , 3V, y_1, -y_2]$	$[13.889 \text{ k}\Omega, 27.778 \text{ k}\Omega, 45 \text{ k}\Omega, 22.5 \text{ k}\Omega, 45 \text{ k}\Omega]$
-0.5	$[y_1 , y_2 , -9V, -y_1, -y_2]$	$[13.889 \text{ k}\Omega, 27.778 \text{ k}\Omega, 45 \text{ k}\Omega, 22.5 \text{ k}\Omega, 45 \text{ k}\Omega]$

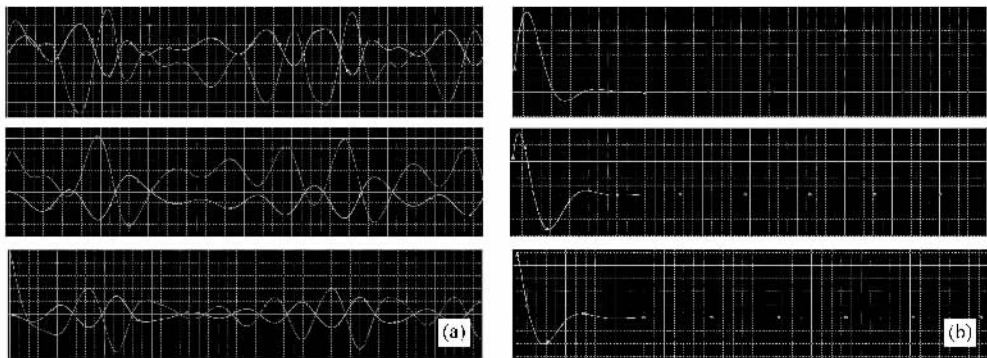


图4 比例因子为 $k = -0.5$ 同结构广义投影同步实验效果图 (a) 驱动系统与响应系统的对应状态变量波形图 (明线为驱动系统的状态波形,暗线为响应系统的状态波形) (b) 同步误差曲线

3. 改进恒 Lyapunov 指数谱混沌系统的异结构广义投影同步

3.1. 异结构广义投影同步控制器的设计

在混沌保密通信、混沌雷达或者其他混沌信息

处理系统中,发射系统与接收系统、调制系统与解调系统之间经常存在电路结构不一致的情况,此时就需要异结构的混沌系统之间实现广义投影同步.新提出的改进恒 Lyapunov 指数谱混沌系统能否与其他系统之间实现广义投影同步,对于该系统的进一步推广应用有着关键的意义.下面以只含有一个非线性项的 Rössler 系统为响应系统,作为范例,分析

恒指数谱混沌系统与其他混沌系统之间的异结构广义投影同步.

驱动系统仍然为恒指数谱混沌系统(1),而响应系统选择 Rössler 混沌系统,其数学模型为

$$\begin{aligned}\dot{x}_3 &= -(y_3 + z_3) + u_1, \\ \dot{y}_3 &= x_3 + a_2 y_3 + u_2, \\ \dot{z}_3 &= z_3(x_3 - c_2) + b_2 + u_3,\end{aligned}\quad (11)$$

这里 a_2, b_2, c_2 为实常数,当参数取 $a_2 = b_2 = 0.2, c_2 = 5.7$ 时, Rössler 系统状态变量的演变呈现混沌特性,其中 u_1, u_2, u_3 是要设计的同步控制器.

定理 2 若设计非线性反馈同步控制器为

$$\begin{aligned}u_1 &= -x_3 + y_3 + z_3 + \frac{1}{k}(x_1 - c|y_1| + az_1 + d), \\ u_2 &= -x_3 - (a_2 + 1)y_3 + \frac{1}{k}(y_1 + az_1), \\ u_3 &= -x_3 z_3 - (1 - c_2)z_3 - b_2 \\ &\quad + \frac{1}{k}\left(-\frac{1}{2a}x_1 - \frac{1}{2a}y_1 + (1 - b)z_1\right),\end{aligned}\quad (12)$$

则初始值不同的改进恒 Lyapunov 指数谱混沌系统(1)与 Rössler 系统(11)之间实现了异结构广义投影同步, k 为比例因子.

证明 同样定义误差信号为 $e_1 = x_1 - kx_3, e_2 = y_1 - ky_3, e_3 = z_1 - kz_3$, 得到误差系统方程为

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= -e_2 - e_3 + (1 + a)z_1 + d - c|y_1| \\ &\quad + y_1 - ku_1, \\ \dot{e}_2 &= e_1 + a_2 e_2 + az_1 - x_1 - a_2 y_1 - ku_2, \\ \dot{e}_3 &= -c_2 e_3 - \frac{1}{2a}x_1 - \frac{1}{2a}y_1 + (c_2 - b)z_1 \\ &\quad - kx_3 z_3 - b_2 k - ku_3.\end{aligned}\quad (13)$$

根据主动控制的思想,设置控制器矢量为:

$$\begin{aligned}ku_1 &= -v_1 - c|y_1| + y_1 + (1 + a)z_1 + d, \\ ku_2 &= -v_2 - x_1 - a_2 y_1 + az_1, \\ ku_3 &= -v_3 - \frac{1}{2a}x_1 - \frac{1}{2a}y_1 + (c_2 - b)z_1 \\ &\quad - kx_3 z_3 - b_2 k,\end{aligned}\quad (14)$$

代入到误差系统方程(13),得到

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= -e_2 - e_3 + v_1, \\ \dot{e}_2 &= e_1 + a_2 e_2 + v_2, \\ \dot{e}_3 &= -c_2 e_3 + v_3.\end{aligned}\quad (15)$$

当选取

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} &= A \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & (-a_2 - 1) & 0 \\ 0 & 0 & (c_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix},\end{aligned}\quad (16)$$

则误差系统(15)的特征根为 $-1, -1, -1$, 所有特征根为负,误差系统的零平衡点渐近稳定,误差信号收敛于 0,从而实现两个异结构的混沌系统之间的广义投影同步.将(16)式代入到(14)式,即得到广义投影同步的控制器矢量(12),定理成立.

3.2. 数值仿真

采用 4 阶龙格库塔法进行数值仿真.设置驱动系统的初始值为 $(0, 0, 0)$,响应系统的初始值为 $(2, -1, 0.5)$.图 5 是广义投影同步比例因子 $k = -0.5$ 时的仿真结果.为验证全局调幅参数的作用,便于与前面比较,这里设置 $d = 10$.图 5(a)是驱动系统与响应系统对应状态变量波形图;图 5(b)为误差信号曲线;图 5(c)为混沌系统(1)和(11)广义投影同步的混沌吸引子相图,容易看出两个系统对应的状态变量反相且等比例.

比较图 5(c)与图 1(d),可见,由于 d 的提高,导致驱动系统的状态变量的幅值提高,驱动系统的吸引子变大(注意坐标范围);同时,由于 d 的提高,在同步控制器比例因子的调节作用下,响应系统的状态变量的幅值也提高,吸引子也变大,且其与驱动系统的状态变量仍然能维持同样的比例因子所确定的比例关系.因此,在异结构广义投影同步体系中,当调节驱动系统中的全局调幅参数 d ,仍然能够同增同减地全局调整两个系统的状态变量的幅值,改进恒指数谱混沌系统的这一重要参数,其特性同样延伸到了与驱动系统不一样的响应系统中.

值得一提的是,根据上面的理论分析,当控制输入 v_1, v_2, v_3 满足条件(16)时,都有误差系统(15)的特征根为 $-1, -1, -1$,由微分方程的稳定性理论,都有误差信号渐近稳定而收敛于 0,即都存在两个异结构混沌系统之间的广义投影同步现象.数值仿真取 $a_2 \neq 0.2, b_2 \neq 0.2, c_2 \neq 5.7$ 的其他任意值,这时,单独的 Rössler 系统不处于混沌状态,而处于周期状态,或者不动点,甚至发散状态,但是,在广义投影同步控制器的作用下,都能在响应系统的输出端,得到与驱动系统状态变量信号成比例的输出信号.

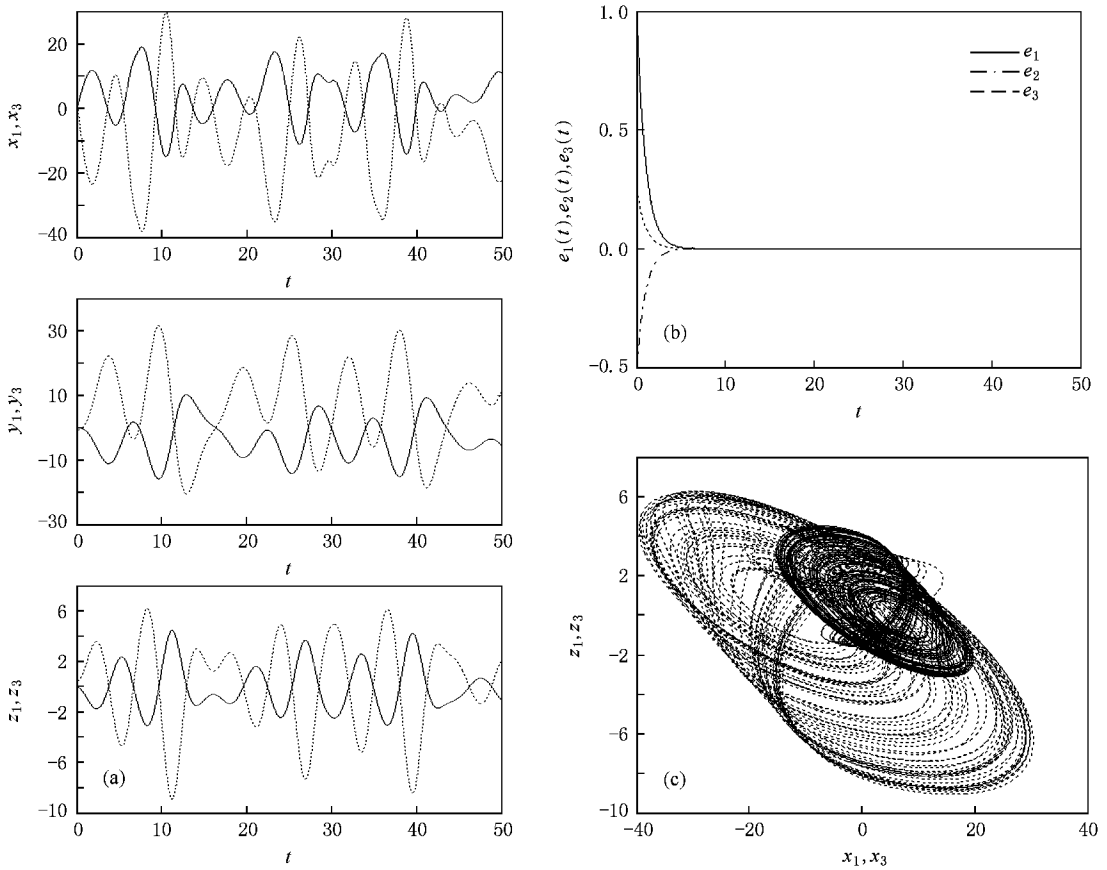


图5 比例因子 $k = -0.5$, 全局调幅参数 $d = 10$ 时, 改进恒指数谱混沌系统与 Rössler 混沌系统之间的异结构广义投影同步 (a) 驱动系统与响应系统的对应状态变量波形图 (实线为驱动系统的状态波形, 虚线为响应系统的状态波形) (b) 同步误差曲线 (c) 两个混沌系统在 $x-z$ 平面上实现反相位广义投影同步 (实线为驱动系统的吸引子, 虚线为响应系统的吸引子)

实际上, 通过同步, 使得两个混沌系统的拓扑结构变得一致, 在广义投影同步控制器的作用下, 响应系统的动力学行为已经被驱动系统所控制, 而且这种控制作用可通过比例因子而得以调节。

可见, 通过主动控制法设计的非线性反馈控制器, 能够快速地实现两个不相同的三维混沌系统的广义投影同步。通过对比例因子的调整, 可以使两个吸引子的相位完全相同或者完全相反, 且使它们的振幅按照比例因子的大小进行投影转换。改进恒指数谱混沌驱动系统中的全局线性调幅参数可以同增同减地调节两个系统的状态变量。比例因子与全局线性调幅参数的协同作用, 使得基于恒 Lyapunov 指数谱混沌系统的异结构广义投影同步体系更加可控、可调, 更加易于使用。

3.3. 电路设计与实验仿真

异结构投影同步体系中的驱动系统也采用图 2 给出的恒指数谱电路结构, Rössler 响应系统采用图

6 给出的同样基于模块化设计思想而搭建的模拟电路, 它由三路模拟运算电路所组成, 以实现系统 (11) 中的状态变量 x_3, y_3, z_3 (暂不考虑控制项), 完成状态变量交差相乘的器件是模拟乘法器, 这里可以选用 AD633JN 等实现乘法功能, 也可以采用库中的其他乘法器。

根据电路理论与元器件约束, 得到图 6 电路所对应的状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= -\frac{R_3}{R_4 C_1 R_1} y_3 - \frac{R_3}{R_4 C_1 R_2} z_3, \\ \dot{y}_3 &= \frac{R_9}{R_{10} C_2 R_7} x_3 + \frac{R_9}{R_{10} C_2 R_8} y_3, \\ \dot{z}_3 &= \frac{R_{16}}{R_{17} C_3 R_{13}} x_3 z_3 - \frac{R_{16}}{R_{17} C_3 R_{14}} z_3 + \frac{R_{16}}{R_{17} C_3 R_{15}} V_2, \end{aligned} \quad (17)$$

系统 (11) 中设置参数 $a_2 = b_2 = 0.2, c_2 = 5.7$, 等价于设置相应的电路元器件参数为 $C_1 = C_2 = C_3 = 1 \mu\text{F}, R_1 = R_2 = R_4 = 20 \text{ k}\Omega, R_3 = 400 \Omega, R_7 = 40 \text{ k}\Omega,$

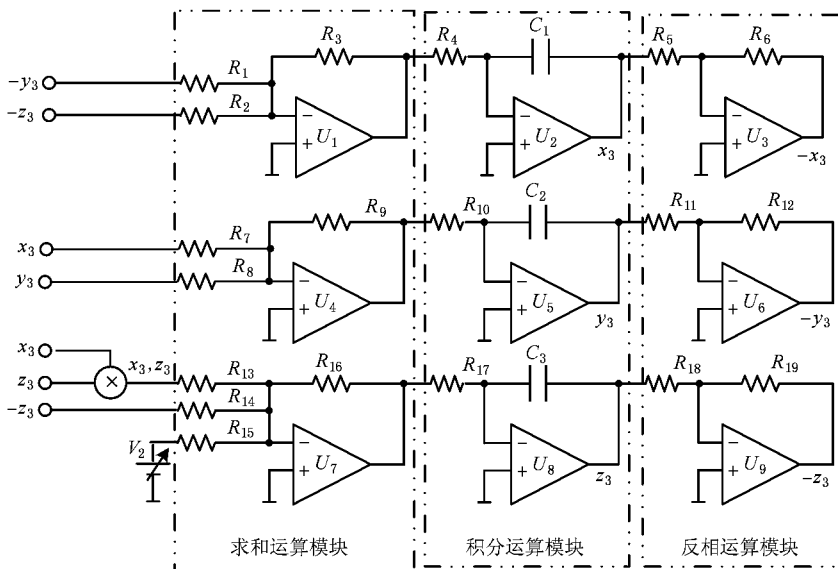


图 6 异结构广义投影同步中的 Rössler 响应混沌系统的电路结构

$R_8 = 200 \text{ k}\Omega$, $R_9 = 800 \text{ }\Omega$, $R_{10} = 20 \text{ k}\Omega$, $R_{13} = 11.4 \text{ k}\Omega$, $R_{14} = 2 \text{ k}\Omega$, $R_{15} = 114 \text{ k}\Omega$, $R_{16} = 228 \text{ }\Omega$, $R_{17} = 20 \text{ k}\Omega$, $V_2 = 2 \text{ V}$, 其他反相器的电阻都统一设置为 $1 \text{ k}\Omega$.

分析控制矢量(12)式,可以看出,异结构广义投影同步体系中的控制器,实施对响应系统中的每一路状态变量进行纠偏与控制,据此可以构造出异结构广义投影同步控制器电路结构,如图7所示.每一路都有对应的反馈信号矢量与控制电阻矢量.当比例因子 $k = -2$,且对应的响应系统电路元器件参数作如上设置时,响应系统中 x_3 维的反馈信号矢量为 $[-x_3, y_3, z_3, -x_1, |y_1|, -z_1, -1.5 \text{ V}]$ 对应的控制电阻矢量为 $[20 \text{ k}\Omega, 20 \text{ k}\Omega, 20 \text{ k}\Omega, 40 \text{ k}\Omega, 24.691 \text{ k}\Omega, 13.333 \text{ k}\Omega, 20 \text{ k}\Omega]$ 响应系统 y_3 维的反馈信号矢量为 $[-x_3, -y_3, -y_1, -z_1]$ 对应的控制电阻矢量为 $[40 \text{ k}\Omega, 33.333 \text{ k}\Omega, 80 \text{ k}\Omega, 26.667 \text{ k}\Omega]$ 响应系统 z_3 维的反馈信号矢量为 $[-x_3 z_3, z_3, x_1, y_1, -z_1, -2 \text{ V}]$ 对应的控制电阻矢量为 $[11.4 \text{ k}\Omega, 2.426 \text{ k}\Omega, 136.8 \text{ k}\Omega, 136.8 \text{ k}\Omega, 38 \text{ k}\Omega, 114 \text{ k}\Omega]$.

在没有同步控制器作用时,驱动系统输出的是恒指数谱混沌吸引子,而响应系统输出的则是 Rössler 混沌吸引子.引入投影同步控制器来控制响应系统以后,响应系统的混沌吸引子将与驱动系统的吸引子形状一致,且状态变量波形将是驱动系统状态变量波形的 $1/|k|$ 倍, k 的正负分别决定响应系

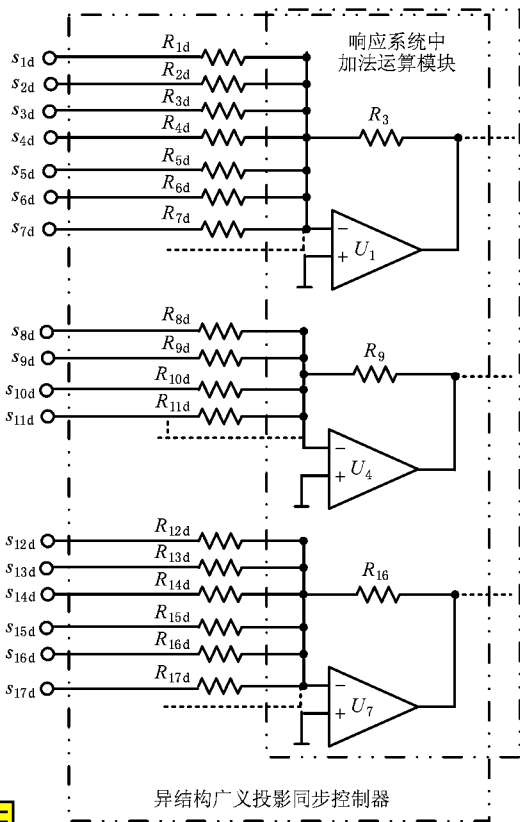


图 7 异结构广义投影同步中的非线性控制器

统输出信号与驱动系统对应信号是同相还是反相.在 $k = -2$ 时,响应系统输出信号与驱动系统反相,并为其 $1/2$,且很快固定到这一稳定的数量比例关系上,实现广义投影同步,如图8所示,响应系统输出

与驱动系统相似的恒指数谱混沌吸引子,如图9所示.从混沌吸引子可以明显看出,响应系统的状态变量从吸引子以外的区域(由 Rössler 系统设置的初始

值决定)被很快控制到吸引子上,且由于比例因子的倒相作用,使得吸引子与原驱动系统的吸引子相比而呈现倒立形状.

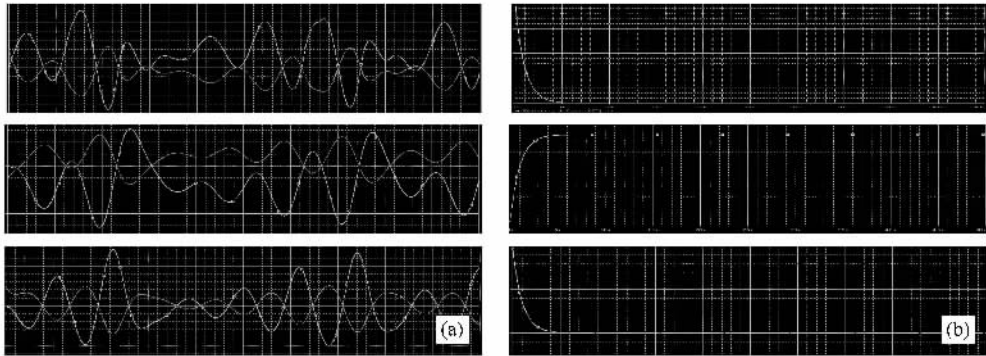


图8 比例因子为 $k = -2$ 异结构广义投影同步实验效果图 (a)驱动系统与响应系统的对应状态变量波形图(明线为驱动系统的状态波形,暗线为响应系统的状态波形);(b)同步误差曲线

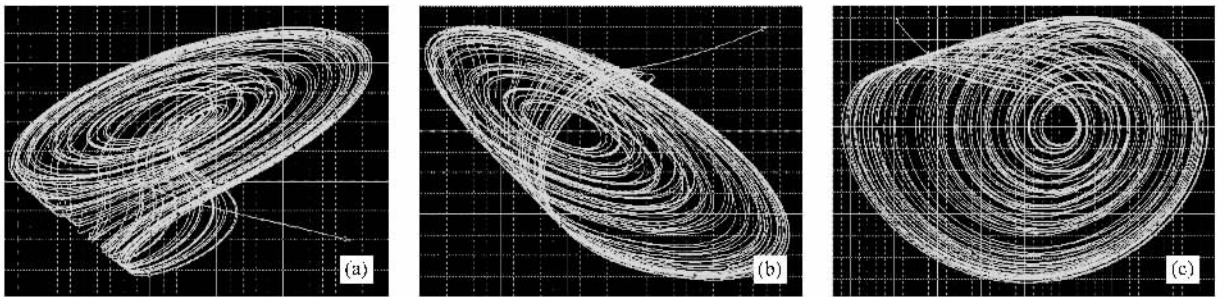


图9 实验中观察到的混沌吸引子 (a) $x-y$ 的平面投影 (b) $x-z$ 的平面投影 (c) $y-z$ 的平面投影

4. 结 论

本文利用主动控制法,通过理论与推导,得到改进恒 Lyapunov 指数谱混沌系统的同结构与异结构广义投影同步控制律,并分析、区分广义投影同步体系中的两个幅度调节因子的调节作用.通过改变广义投影同步的比例因子,使得响应系统的状态变量信号任意比例于原驱动系统的状态变量信号,在响应系统一端实现原状态变量的同相或者反相锁定与幅度尺度锁定.通过驱动系统中全局线性调幅参数 d 的调整作用,线性调节同步体系中两个系统

的状态变量的演变区间,使之同增或者同减,作相等程度的压缩与扩张.

数值仿真,验证了所设计的投影同步控制器的有效性.从仿真结果,可以直观地看到广义投影同步的效果.基于模块化的设计思想,本文将广义投影同步体系分解为驱动系统、响应系统与控制系统等三个子系统,并指出,广义投影同步控制器的设计,本质上是反馈信号矢量与对应的权重调节矢量的设计.文章对每个子系统进行了设计与仔细的分析.实验仿真,验证了电路实现方案的可行性,验证了广义投影同步控制律的正确性与可实施性,也进一步验证了两个幅度调节器各自的控制与调节作用.

[1] Hu W, Liu Z, Li C B 2008 *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* **44** 367

[2] Liu Z, Zhu X H, Hu W 2007 *Int. J. Bifur. Chaos* **17** 1735

[3] Kolumban G, Kennedy M P, Chua L O 2002 *IEEE Trans. Circuits Syst.* **1** 45 1129

[4] Pecora L M 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821

- [5] Maggio G M , Bernardo M di 2000 *IEEE Trans . Circuits Syst . I* **47** 1160
- [6] Carroll T L , Pecora L M 1991 *IEEE Trans . Circ . Sys .* **38** 453
- [7] Parmananda P 1998 *Phys . Lett . A* **240** 55
- [8] Wang F Q , Liu C X 2006 *Acta Phys . Sin .* **55** 5055 (in Chinese)
[王发强、刘崇新 2006 物理学报 **55** 5055]
- [9] Zhu Z Y 2006 *Acta Phys . Sin .* **55** 6248 (in Chinese) [朱志宇 2006 物理学报 **55** 6248]
- [10] Wang F Z , Qi G Y , Chen Z Q , Zhang Y H , Yuan Z Z 2006 *Acta Phys . Sin .* **55** 4005 (in Chinese) [王繁珍、齐国元、陈增强、张宇辉、袁著祉 2006 物理学报 **55** 4005]
- [11] Wang X Y , Meng J 2008 *Acta Phys . Sin .* **57** 726 (in Chinese) [王兴元、孟 娟 2008 物理学报 **57** 726]
- [12] Guan X P , Fan Z P , Peng H P , Wang Y Q 2001 *Acta Phys . Sin .* **50** 2108 (in Chinese) [关新平、范正平、彭海朋、王益群 2001 物理学报 **50** 2108]
- [13] Mainieri R , Rehacek J 1999 *Phys . Rev . Lett .* **82** 3042
- [14] Li Z G , Xu D L 2001 *Phys . Lett . A* **282** 175
- [15] Xu D L 2001 *Phys . Rev . E* **63** 27201
- [16] Wang X Y , Wang Y 2007 *Acta Phys . Sin .* **56** 2498 (in Chinese)
[王兴元、王 勇 2007 物理学报 **56** 2498]
- [17] Yan J P , Li C P 2005 *Chaos , Solitons & Fractals* **26** 1119
- [18] Li G H 2006 *Chaos , Solitons & Fractals* **30** 77
- [19] Li C P , Yan J P 2006 *Chaos , Solitons & Fractals* **30** 140
- [20] Li G H , Zhou S P 2007 *Chaos , Solitons & Fractals* **32** 516
- [21] Min F H , Wang Z Q 2007 *Acta Phys . Sin .* **56** 6238 (in Chinese)
[闵富红、王执铨 2007 物理学报 **56** 6238]
- [22] Jia Z , Lu J A , Deng G M , Zhang Q J 2007 *Chin . Phys .* **16** 1246
- [23] Li C B , Wang D C 2009 *Acta Phys . Sin .* **58** 764 (in Chinese) [李春彪、王德纯 2009 物理学报 **58** 764]
- [24] Li C B , Chen S , Zhu H Q 2009 *Acta Phys . Sin .* **58** 2255 (in Chinese) [李春彪、陈谏、朱焕强 2009 物理学报 **58** 2255]

Study on the generalized projective synchronization of improved invariable-Lyapunov-exponent-spectrum chaotic system *

Li Chun-Biao¹⁾³⁾⁴⁾ Shan Liang²⁾ Wang De-Chun¹⁾

1) *School of Electronic Engineering and Optoelectronic Techniques , Nanjing University of Science and Technology , Nanjing 210094 , China)*

2) *School of Automation , Nanjing University of Science and Technology , Nanjing 210094 , China)*

3) *Department of Electric Source and System , Jiangsu Research and Development Center of Food Safety Engineering Technology , Nanjing 210007 , China)*

4) *Department of Engineering Technology , Jiangsu Institute of Economic and Trade Technology , Nanjing 210007 , China)*

(Received 30 October 2008 ; revised manuscript received 4 February 2009)

Abstract

The generalized projective synchronization of improved invariable-Lyapunov-exponent-spectrum chaotic system is studied. The appropriate nonlinear feedback controllers are designed by an active control method for synchronization of two chaotic systems with the same or different structures. The effectiveness of scaling factor and global linear amplitude adjuster in the generalized projective synchronization system is analyzed. The driving , control and response subsystems of the synchronization system are analyzed in detail and constructed based on modularization and reusing. Numerical simulation and circuit experiment simulation all show that any scale signal of driving system state variable can be obtained by adjusting the scaling factor. When the global linear amplitude adjuster is changed , the state variables of driving system and response system are modulated synchronously in linearity while the generalized projective synchronization between the two systems is not influenced.

Keywords : improved chaotic system with invariable Lyapunov exponent spectrum , generalized projective synchronization , scaling factor , global linear amplitude adjuster

PACC : 0545

* Project supported by the Qing Lan Project of Jiangsu Province , the Postdoctoral Science Foundation of Jiangsu Province , China (Grant No. 0801046B) , the Postdoctoral Science Foundation of China (Grant No. 20080430170) .

† E-mail : goontry@126.com