

二维声子晶体平板成像中的通道特征^{*}

李晓春^{1,2)†} 高俊丽¹⁾ 刘绍娥¹⁾ 周科朝²⁾ 黄伯云²⁾

1) 中南大学物理科学与技术学院, 长沙 410083)

2) 中南大学粉末冶金研究院, 长沙 410083)

(2009 年 4 月 18 日收到, 2009 年 5 月 10 日收到修改稿)

利用多重散射理论分析了钢/水声子晶体平板成像过程. 发现平板成像中的散射波会聚具有散射通道特征. 对于确定的声源位置, 不同入射角信号对应不同的通道, 耦合进入通道的信号强度也不相同. 小角度入射波能较强地耦合进入通道, 大角度入射波在入射表面受到强烈散射, 较弱地耦合进入通道. 非理想成像情况下, 不同入射角信号通过平板成像的位置不同, 因而形成像差. 声源位置改变, 对应的通道亦随之改变. 散射通道与声子晶体的各向异性带结构和多重散射密切相关.

关键词: 声子晶体, 平板成像, 负折射, 散射通道

PACC: 4320, 4335

1. 引言

1968 年, Veselago 提出了左手物质的概念^[1]. 30 多年过去, 进展甚微. 直到 2000 年, Smith 等从实验上实现负折射^[2,3], 才又引起人们的关注, 而 Pendry 关于负折射平板可以突破衍射极限完美成像的建议^[4], 更是激起了研究者对负折射研究的空前兴趣. 但是, 由于自然界没有天然的左手物质存在, 利用光子晶体实现光波负折射成像就成了现实的选择^[5,6], 并进一步地将研究推广到了声子晶体^[7-11]. 传统的球面透镜, 加工难度大、精度差、存在衍射极限等缺点, 而平板透镜则加工方便, 可人工设计, 且能完美成像. 因此, 对周期结构平板负折射成像的研究具有科学和应用上的重要意义.

现已报道的声子晶体平板成像方法中, 大致可归纳为两大类: 一类是可用等效负折射率描述的成像, 如双负声学材料、圆形等频线带结构等^[7,8]; 另一类避免使用折射率概念, 通过特殊的带结构实现负折射特征成像, 如波导或自准直效应^[9]、canalization 次波长近场成像^[10]等. 几何光学中, 折射率是用来描述各向同性均匀介质的光学性质的, 无须考虑介质的微观结构. 但周期结构的声子晶体是各向异性的, 其结构常数与入射波波长处在同一数量级, 很难

看作是均匀介质, 这样就存在各向异性如何与负折射率等效的问题. 而且对于等效负折射率成像, $n = -1$ 是理想的成像情况, 更多的现实情况是折射率为负, 但 $n \neq -1$ 的非理想成像情况. 非理想成像具有怎样的特征, 目前也不清楚. 自准直成像和等效负折射率成像是否存在统一的解释也是有待探讨的问题. 但是无论何种成像方法, 散射波的会聚是它们的共同特征, 声子晶体平板呈各向异性也是客观存在的事实. 本文以二维钢/水声子晶体平板为模型, 借用几何光学中光路成像方法, 从散射波会聚的角度, 分析平板成像中散射波的会聚特征, 并由此探讨周期结构平板负折射特征成像的机制和物理图像.

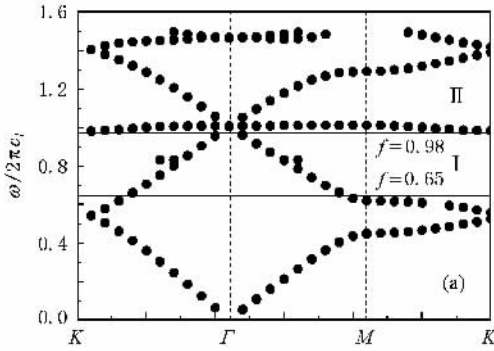
2. 基本模型与理论

二维钢/水声子晶体模型中, 钢圆柱按正三角形方式排列在基体水中, 构成厚度为 9 层的平板. 材料参数, 水: $\rho = 1.0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $c_l = 1.49 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $c_t = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; 钢柱: $\rho = 7.67 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $c_l = 6.01 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $c_t = 3.23 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. 其中 ρ , c_l , c_t 分别为材料密度, 纵波波速, 横波波速. 首先用多重散射方法^[11], 计算无限周期情况下, 钢/水声子晶体的带结构, 结果如图 1(a) 所示. 本文中, 长度单位为

^{*} 中南大学博士后科学基金资助的课题.

[†] E-mail: lxc4805@mail.csu.edu.cn

正三角形边长 频率为归一化频率 $\omega/2\pi c_{1水}$. 在填充率为 $F = 0.403$ 的情况下, $\Gamma-M, \Gamma-K, M-K$ 三个方向对不同频率的信号, 导通情况是不一样的. 在频率 $0.65-0.98$ 之间, $\Gamma-M, \Gamma-K$ 方向为导带, $M-K$ 方向为禁带. 这种同一频率信号, 在声子晶体不同方向的传播特性, 构成了负折射特征成像的基础. 有限层平板结构虽然与无限周期结构有些差异, 但对 9 层平板透射谱的分析, 发现两者带隙差异



不大. 图 1(b) 给出了点源通过 9 层平板后的成像图, 所成之像明显具有负折射特征.

在图 1(b) 的成像过程中, 点源发出的单一频率声波, 首先在平板的左端面发生折射, 形成平板内部的会聚像‘斑’, 然后在平板右端面折射, 最后在平板外部会聚成像. 过程中, 声波的折射、会聚特征非常明显, 等效折射率约为 -0.54 , 像在空间上呈‘线’分布. 图中物距为声源到平板前表面之间的距离.

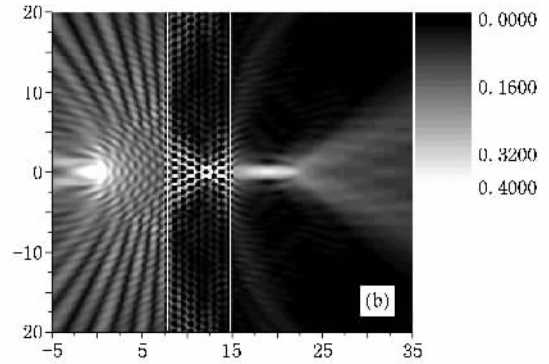


图 1 钢/水声子晶体带结构与负折射成像 (填充率 $F = 0.403$) (a) 无限周期平板能带结构 (c_1 为水的波速) (b) 层平板负折射成像 (物距 $u = 7.794$, 频率 $f = 0.65$)

借用几何光学中‘光路’的概念, 可对平板成像

加以解释. 图 2 给出了负折射成像的示意图.

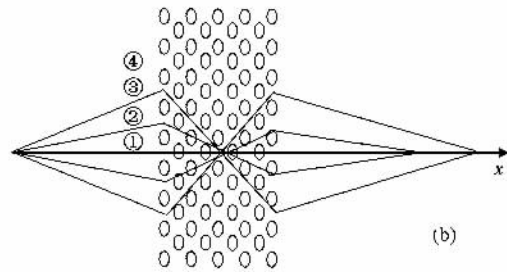
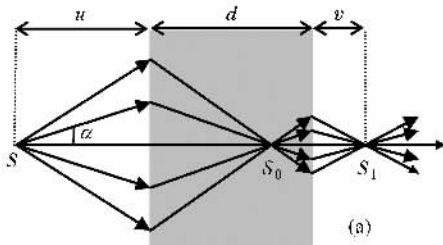


图 2 负折射成像原理示意图 (a) $n = -1$ 理想成像 (b) $n \neq -1$ 非理想成像

图 2(a) 中, 平板的厚度为 d , 点源 S 距平板左端面距离为物距 u , 平板右端面到外部像的距离为像距 v . 板的等效折射率为 n . 以 α 角入射的声波, 将会形成内部像点 S_0 和外部像点 S_1 . 根据折射定律, 得

$$SS_0 = (1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} / \cos \alpha) u, \quad (1)$$

$$SS_1 = (1 + \cos \alpha / \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}) d, \quad (2)$$

$n = -1$ 时 (1)(2) 式变为 $SS_0 = 2u, SS_1 = 2d$, 像的位置与入射角无关, 点物成点像, 没有像差, 正如图 2(a) 所示, 是理想成像的情况. 对于具有负等效折射率, 但 $n \neq -1$ 的系统, 按照折射定律, 入射角大的声波, 折射角亦大. 因此, 不同入射角的声波, 会聚的

位置不一样. 在平板左端面折射时, 大角入射的声波会聚趋左, 小角入射的声波会聚趋右, 具体位置由 (1)(2) 式确定, 内部形成会聚的‘线’斑. 声波从平板内部经右端面出射时, 在平板右端面会出现类似的折射情况, 最终, 在平板右边形‘线’特征的像, 正如图 2(b), 是非理想成像的情况. 非理想平板成像中, 入射到平板的声波角度不同而形成的像差, 类似于几何光学中球面透镜的球差, 可称之为平面像差. 图 1(b) 中, $n \approx -0.54$, 像明显具有‘线’的特征, 正是图 2(b) 平面像差的反映.

当入射角度 α 较小时, 利用近轴近似, 表达式 (1)(2) 简化为

$$SS_0 = (1 + |n|)u, \quad (3)$$

$$SS_1 = (1 + 1/|n|)d, \quad (4)$$

即小角入射时,成像位置与角度无关.几何光学中,可通过透镜前加光阑,消除球面像差,实现近轴光线成像.同理,在平板入射端加入‘声’阑,只让小角度声波入射,也可以改善声学成像的质量.

负折射成像的特点是平板内部存在像点.因此,平板内部像点位置应满足约束条件: $u < SS_0 < u + d$.即内部像点位置,最近,靠近平板左端面;最远,靠近平板右端面.将(3)式代入内部像点的约束条件,得

$$0 < u < \frac{d}{|n|}, \quad (5)$$

即当 u 取值在 $0-d/|n|$ 范围内,物点在平板内部有像点.对于理想成像, $|n|=1$, u 取值在 $0-d$ 范围;对于非理想成像,物距可以大于板的厚度 d .

物像位置的几何关系满足: $SS_1 = u + d + v$,将(4)代入该几何关系,得

$$u + v = \frac{d}{|n|}, \quad (6)$$

此即为近轴情况下,平板成像的物像位置与平板厚度之间的关系.对于理想成像, $|n|=1$, $u + v = d$,考虑物像之间夹有平板的厚度 d ,因此物像之间的距离是平板厚度的两倍.对于非理想成像, $u + v > d$,即物像之间的距离超过平板厚度的两倍.因此,

图 2 中的成像可以离开平板表面,实现较远距离的声学成像.

几何光学中,借助‘光路’,可以画出其成像位置.与此类似,声子晶体平板成像中,借助图 2 中的‘波路’图,也可以宏观(等效)地画出其成像位置.但是,图 2 中的波路,并不像几何光学中的光线那样,高度‘集中’和‘定向’,而是明显地带有散射特征.本文将这种带有散射特征的方向性传播通路称之为散射通道.形成散射通道的‘微观’机理,与平板的各向异性能带结构及多重散射密切相关,本质上来源于周期结构具有的各向异性传播特征,而传播方向的形成是多重散射的结果.至于声波通过散射通道是否会形成负折射特征的会聚成像,还与声波的入射方向、入射的平板表面方向有关.为进一步确认通道的存在和分析通道的散射特征,有必要对不同入射角信号的会聚过程进行分析.

3. 不同入射角信号的会聚特征

为考察单个入射信号的会聚特征,在平板的左端有选择地加入声吸收层(即声阑).吸收层紧贴平板入射表面,仅让选择的入射角信号通过.图 3 给出了仅开放 x 轴上下第二入口时,点源通过平板的成像情况.入口序号见图 3(b)中的标记.图 3 中,只有物距不同,其他参数同图 1.

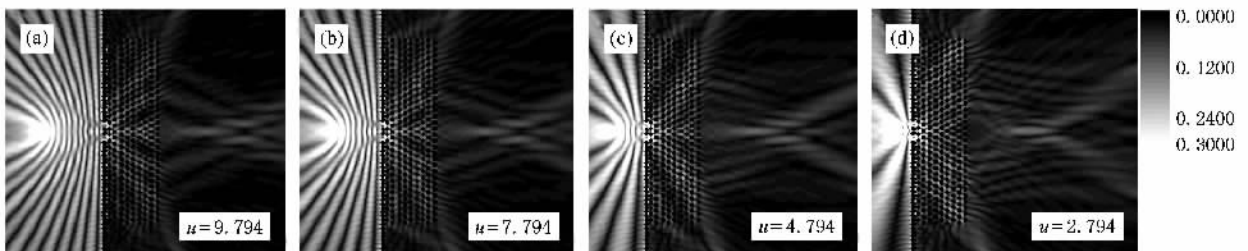


图 3 第二入口独立成像(物距 u 见图中标示,填充率 $F=0.403$,信号频率 $f=0.65$)

图 3 表明,在平板上的入射位置较低、入射角较小的情况下,声源在满足(5)式的物距范围内,平板内部都有会聚点,平板后方也都能成像.信号传播过程中的散射通道特征也很明显,类似于几何光学成像中的‘光线’.图 3(c)(d)中,由于物距较近,入射角相对较大,入射波在平板入射面上受到较大的散射,能量通过散射耦合进入通道的面更大一些,但传播的散射通道特征依然存在.图 3 中,自左至右,物距 u 从 9.791, 7.791 到 4.791, 2.791 依次减小,像也

依次右移,物、像位置关系基本满足(6)式.

图 4 给出了独立开放第三、四入口时的成像图,其他情况同图 3.自左至右,各独立入口的成像规律基本同图 3,散射性通道特征也很明显.散射通道的方向大体与能带允许的传播方向一致.纵向比较图 3 A 中,同一物距、不同入口的独立成像情况,发现:在入射角不太大的情况下,如图 4 中的 (a_1) (b_1) , (c_1) (d_1) (a_2) (b_2) (c_2) 图,不同的入射角信号,平板内部都有会聚像点,位置关系也基本符合(6)

式,都可近似看作近轴成像.

但图 4(d₂)中,信号从平板高位的第四入口入射时,物距又很小,入射角太大(接近 90°),内部像点位置几乎接近于平板左端面,超出了图 2(b)所描述

的范围.这时,入射波在入射口受到强烈的散射,内部未及汇聚,就寻找能带允许的传播方向,在平板内部较大范围内出现散射性通道传播,并通过平板右端面折射成像,散射性通道特征依然存在.

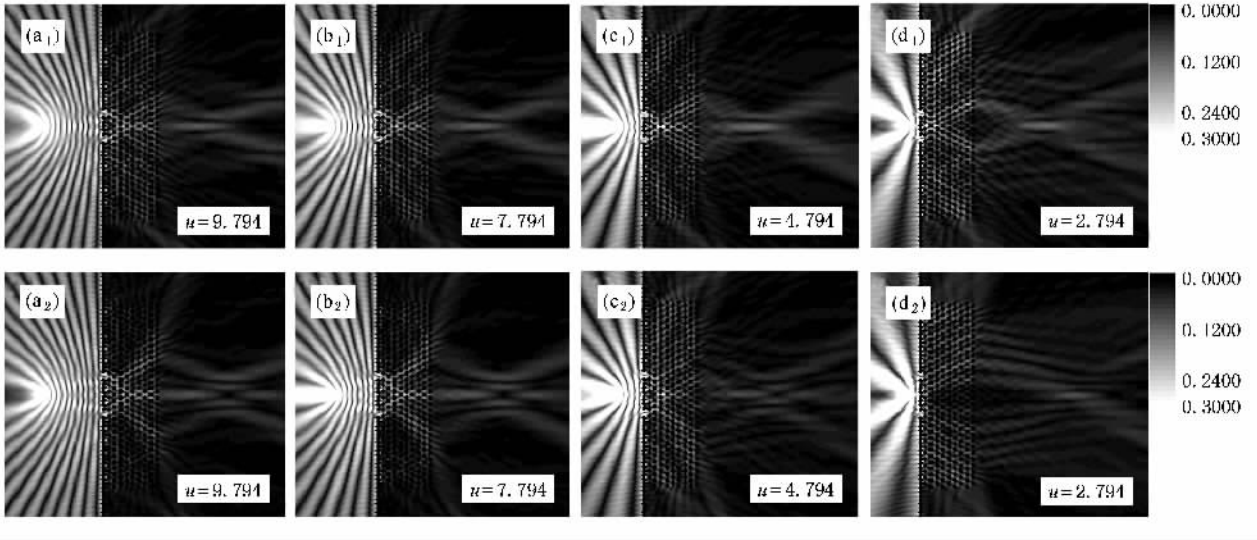


图 4 第三、四入口独立成像(物距 u 见图中标示,上图,第三入口;下图,第四入口)

若物距过大,超出(5)式所描述的范围,成像也会超出图 2(b)所描述的范围.本文中的系统, $n \approx -0.54$,因此,按照(5)式, u 取值最大在 12.8.物距超过此范围时,散射波在平板内部就不能会聚了.图 5(a)中,物距 $u = 12.794$,接近最大值,平板内部几近无像,外部成像也在非常靠近平板右端面的位置,但

成像的散射通道特征依旧.可以设想,随着点源物距的增大,球面波传播距离增大,声波达到平板位置时,能量已极度分散,而且波阵面趋向于平面,通过平板不一定能会聚成像,而是在能带允许的方向上,形成自准直式的通过(见图 5(b)).

如果点源物距为无穷远,即平行波沿 x 方向入

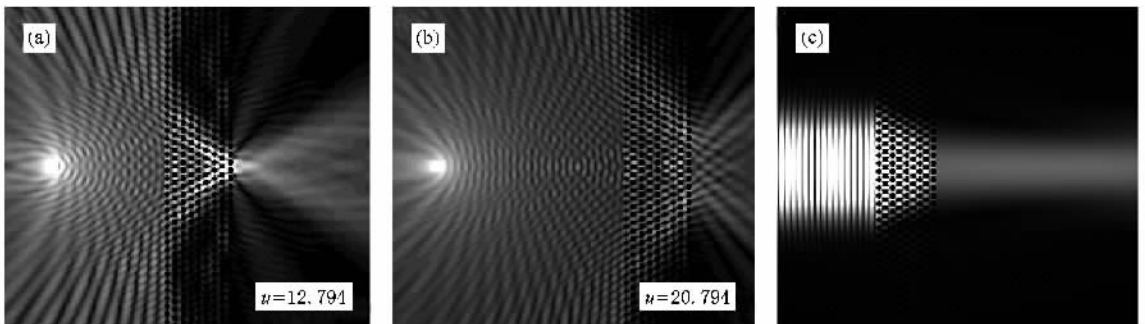


图 5 远物距成像 (a)物距 u 在 $d/|n|$ 附近成像 (b)物距 u 大于 $d/|n|$ 时成像 (c)平行波垂直入射

射平板,声波自准直式的通过更明显.图 5(c)给出了相同频率下,高斯波沿 x 方向,垂直入射平板的成像过程.图中表明,垂直入射的平行波,宏观看来,也是垂直通过平板的,即自准直式的通过.但从板内的声强分布来看,仍然体现了散射和散射通道的特征.而且,由于部分能量被散射到其他方向,出板后的声波,在原来的传播方向上,强度有所减弱.

4. 结 论

对于本文的声子晶体平板模型,负折射特征的成像与平板的各向异性能带、多重散射以及入射的平板表面方向等密切相关.声子晶体平板的周期性结构导致方向性导带的出现.不同的方向性通带,导

致了入射波传播的各向异性. 这种各向异性在声波通过时, 表现为平板中出现散射性通道. 如果入射波的方向与能带允许的传播方向一致时, 就会形成波导或自准直式的成像. 如果入射波的方向与可传播方向不一致, 就会通过多重散射在可传播方向上形成散射性通道. 点源信号入射到表面方向适当的平板后, 声波可通过散射性通道, 形成负折射特征的成像. 这种成像, 在一定的物距和入射角范围内, 可借用几何光学中的折射定律, 用等效负折射率来描述.

因此, 从成像的宏观结果看, 各向异性的声子晶体平板可等效为具有一定负折射率大小的均匀声学平板. 这种等效, 也反映了声波、光波在波动上的共性. 因此, 对声波成像特征的分析, 也可以加深对光学成像、微波成像的微观的、本质的理解. 自准直成像和负折射成像应该有共同的散射机理. 当然, 若点源信号入射结构相同、表面方向不同的其他平板, 声波通过散射性通道, 也可能形成发散传播. 以上结论对其他结构是否也适用, 有待进一步的探讨.

-
- [1] Veselago V G 1968 *Sov. Phys. Usp.* **10** 509
- [2] Smith D R, Padilla W J, Vier D C, Nemat-Nasser S C, Schultz S 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 4184
- [3] Shelby R A, Smith D R, Schultz S 2001 *Science* **292** 77
- [4] Pendry J B 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966
- [5] Cubukcu E, Aydin K, Ozbay E, Foteinopoulou S, Soukoulis C M 2003 *Nature* **423** 604
- [6] Moussa R, Foteinopoulou S, Zhang L, Tuttle G, Guven K, Ozbay E, Soukoulis C M 2005 *Phys. Rev. B* **71** 085106
- [7] Ke M Z, Liu Z Y, Cheng Z G, Li J, Peng P, Shi J 2007 *Solid State Commu.* **142** 177
- [8] Yang S X, Page J H, Liu Z Y 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 024301
- [9] Chen L S, Kuo C H, Ye Z 2004 *Appl. Phys. Lett.* **85** 1072
- [10] He Z J, Cai F Y, Ding Y Q, Liu Z Y 2008 *Appl. Phys. Lett.* **93** 233503
- [11] Qiu C Y, Liu Z Y, Mei J, Ke M Z 2005 *Solid State Commun.* **134** 765

Scattering channel in focus imaging of two-dimensional phononic crystal panel^{*}

Li Xiao-Chun^{1,2,†} Gao Jun-Li¹⁾ Liu Shao-E¹⁾ Zhou Ke-Chao²⁾ Huang Bo-Yun²⁾

¹ *School of Physics and Technology, Central South University, Changsha 410083, China*

² *Powder Metallurgy Research Institute, Central South University, Changsha 410083, China*

(Received 18 April 2009; revised manuscript received 10 May 2009)

Abstract

By using multiple-scattering theory (MST), the imaging process was investigated in steel/water phononic crystal panel with negative refraction. It was found there are some channels for the scattering waves propagating in the panel. For a given source location, the scattering channel changes with incident angle and so does the strength of signal coupled to the channel. While small-angle incident wave can be coupled into the channel perfectly, large-angle incident wave which is strongly scattered in the incident surface can be coupled into the channel only weakly. In the non-ideal imaging case, imaging position changes with the angle of incidence signal, it further causes imaging aberration. These scattering channels are closely related to the anisotropic band structure of the crystal panel and multiple scattering of the rods, and vary with position change of the sound source.

Keywords : phononic crystals, panel focus, negative refraction, scattering channels

PACC : 4320, 4335

^{*} Project supported by the Central South University Science Foundation for Post-doctoral Scientists of China.

[†] E-mail: lx4805@mail.csu.edu.cn