

不同压电分流电路对声子晶体梁带隙的影响^{*}

陈圣兵[†] 韩小云 郁殿龙 温激鸿

(国防科技大学三院机电工程研究所,长沙 410073)

(2009 年 4 月 29 日收到,2009 年 5 月 11 日收到修改稿)

通过在匀质基体梁上周期性对贴连有分流电路的压电片,可以形成一维声子晶体结构.不同分流电路将决定梁的带隙特性.电阻分流电路能够对梁的模式共振有一定的抑制作用,而且可以通过改变压电效应的强弱使 Bragg 带隙结构发生变化.LC 分流电路会使梁产生局域共振带隙,其带隙是由压电片激励 LC 电路产生电磁振荡形成.引入电阻后会使得 LC 电路的共振作用变弱,使得带隙衰减幅值变小,但可以拓宽带隙频率范围.

关键词:声子晶体,局域共振,压电梁,压电分流

PACC:4320,4335,0260,8160H

1. 引 言

声子晶体概念的提出为结构减振降噪的理论研究和工程设计提供了新的思路.声子晶体是具有弹性波带隙的周期性复合材料,带隙频率范围内的弹性波不能在其中传播.声子晶体的这种特性一方面有助于进一步了解声波及振动在非均匀介质中传播时的局域现象;另一方面则在减振降噪、声波滤波器、新型换能器等方面具有广泛的应用前景.因此声子晶体的研究引起了人们的广泛关注^[1-11].

根据带隙频率所对应的波长与晶格常数的比例关系,带隙可分为 Bragg 散射型和局域共振型.局域共振型声子晶体由刘正猷等人于 2000 年提出^[5].理论和实验均发现,该声子晶体的带隙所对应的波长远大于晶格常数,突破了 Bragg 散射机理的限制.而且在散射体并非严格周期分布时,复合结构同样具有带隙,由此提出弹性波带隙的局域共振机理.局域共振机理认为,在特定频率的弹性波激励下,各个散射体产生共振,并与弹性波行波相互作用,从而抑制其传播.

随着智能材料发展和应用,将智能结构引入声子晶体,通过主动控制,使声子晶体的带隙可调,已经逐渐被人们重视^[12-15].

通过在匀质基体梁上周期对贴连接压电分流电

路的压电片,可以形成一维声子晶体梁结构.基体梁的振动通过压电片的压电效应激励连接在电极上的分流电路,不同的分流电路将决定带隙结构的特性.电阻分流电路只能起到能量耗散作用,不能形成局域共振.LC 分流电路可以通过电路的振荡作用改变贴有压电片梁段的等效弹性模量,形成局域共振带隙.在 LC 电路中引入电阻将使梁的弹性波带隙具有不同的特性.本文分析了不同分流电路对梁带隙的影响,为此类声子晶体结构的设计和带隙优化提供了指导作用.

2. 梁的物理建模与带隙计算

如图 1 所示,在基梁上周期性粘贴压电陶瓷片(PZT)并将压电片与分流电路连接,形成一维声子晶体结构.A 表示贴有压电片的梁段,B 表示没有压电片的梁段,Z 为分流电路的复阻抗.

如图 2 所示,压电片与分流电路相连.压电片的极化方向为 z 轴方向,除去沿 x 轴方向的两端外其余表面均自由. $C_p = \epsilon_{33}^T A_s (h_p)^{-1}$ 为压电片的等效电容值, ϵ_{33}^T 为介电常数, A_s 为压电片电极面积, h_p 为压电片厚度.

设对应于坐标轴 x, y, z 的方向在压电方程中分别用 1, 2, 3 表示,则压电方程为^[14]

^{*} 国家自然科学基金(批准号 50875255)资助的课题.

[†] E-mail: csbuniversity_student@sina.com

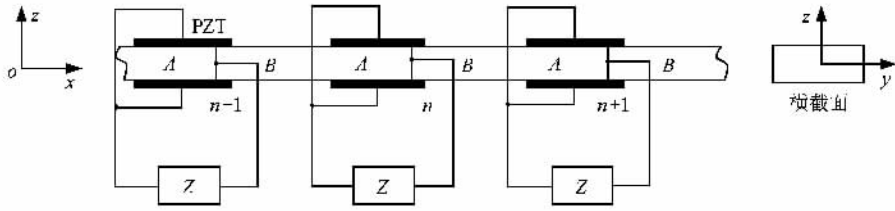


图 1 声子晶体梁的结构

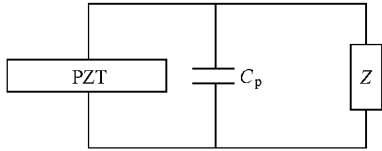


图 2 压电分流电路

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E T_1 + d_{31} E_3 \\ d_{31} T_1 + \epsilon_{33}^T E_3 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中 S_1 和 T_1 分别为 x 方向的应变和应力, s_{11}^E 为弹性柔顺系数, d_{31} 为压电系数, E_3 沿 z 方向的电场强度, D_3 为电极上电位移。

将电位移和电场的表达式代入方程 (1) 解得应力与应变的关系为

$$S_1 = \left(s_{11}^E - \frac{sZd_{31}^2 A_s h_p^{-1}}{1 + sZC_p} \right) T_1, \quad (2)$$

其中 s 为拉普拉斯算子。

由 (2) 式得, 压电片的等效弹性模量为

$$E_p = \frac{h_p(1 + sZC_p)}{h_p s_{11}^E (1 + sZC_p) - sZd_{31}^2 A_s}. \quad (3)$$

对于如图 1 所示的一维声子晶体梁, 根据梁的周期性边界条件和 Bloch 定理, 其弯曲振动带隙可

以由传递矩阵法 (TM) 计算^[6,16]。

3. 不同分流电路对梁带隙的影响

3.1. 电阻电路

如图 3 所示电阻型分流电路, 其中 R 为分流电阻. 将 $s = i\omega$ 代入 (3) 式可得简谐振动下压电片的等效弹性模量为

$$E_p = \frac{h_p(1 + iRC_p\omega)}{h_p s_{11}^E (1 + iRC_p\omega) - iRd_{31}^2 A_s \omega}. \quad (4)$$

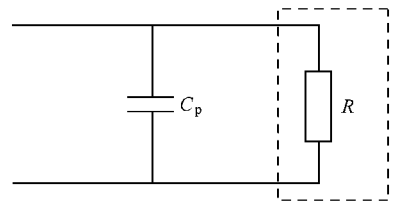


图 3 电阻分流电路

电阻型分流电路不含振荡电路, 所以不会产生局域共振带隙, 但由于 A 和 B 之间的阻抗失配, 能够形成 Bragg 带隙。

表 1 基体梁所用材料和结构参数

材料	密度 (kg/m ³)	弹性模量/Pa	宽度/m	厚度/m
环氧树脂	1180	4.35 × 10 ⁹	0.02	0.005

表 2 压电片所用材料和结构参数

材料	密度 (kg/m ³)	柔度系数 (m ³ /N)	压电系数 (C/m ²)	介电常数 (F/m)	宽度/m	厚度/m	长度/m	晶格常数/m
PZT-5H	7500	1.65 × 10 ⁻¹¹	-2.74 × 10 ⁻¹⁰	3.01 × 10 ⁻⁸	0.02	0.0001	0.04	0.08

数值计算中, 采用材料和结构参数见表 1 和表 2, 运用传递矩阵法可以计算出梁的带隙. 图 4 为压电片的弹性模量随分流电阻的变化. 从图 4(a) 中可以看出随着电阻的增大弹性模量的幅值会从短路弹

性系数逐渐增大为开路弹性系数 ($E_p^E \rightarrow E_p^D$). 图 4(b) 为弹性模量的相位随电阻和频率的变化. 在有限周期 (6 个周期) 梁的一端用单位位移激励, 从另一端测量其位移响应, 可以得到梁的传输特性曲线, 如

图 5 所示.从图中可以看出随着电阻的增大,分流电路对梁的模态频率处的共振抑制能力增大,但在低频范围内分流电路的耗散较弱,模态抑制作用不明

显.压电片弹性模量随电阻的增大会使梁的弹性波带隙向高频移动.但从以上分析可知,电阻对压电片等效弹性模量的改变是很有限的,只能使其值在短

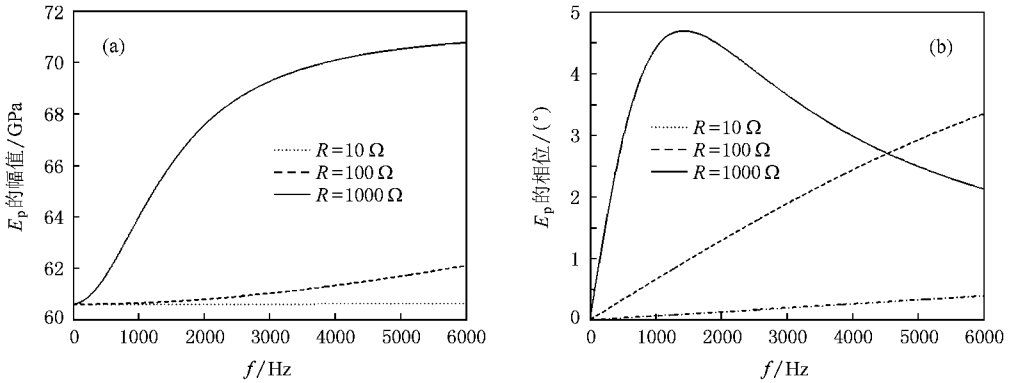


图 4 弹性模量随电阻的变化

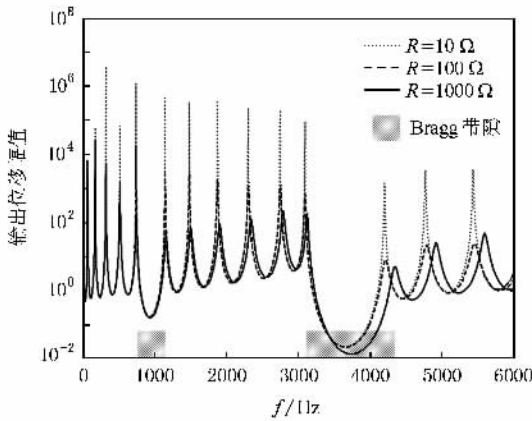


图 5 传输特性曲线

路弹性模量和开路弹性模量之间.

3.2. LC(R) 电路

如图 6 所示 LC(R) 型分流电路,其中 L 为电感,C 为电容.将 $s = i\omega$ 代入(3)式可得简谐振动下压电片的等效弹性模量为

$$E_p = [1 + iR(C + C_p)\omega - L(C + C_p)\omega^2] \{ s_{11}^E + iR[s_{11}^E(C + C_p) - d_{31}^2 A_s h_p^{-1}] \omega - L[s_{11}^E(C + C_p) - d_{31}^2 A_s h_p^{-1}] \omega^2 \}, \quad (5)$$

其中分流电路为 LC 电路时, $R = 0$.

LC(R) 型分流电路由于存在 LC 电路的电磁振荡,所以会使梁产生局域共振带隙,其带隙位置可以

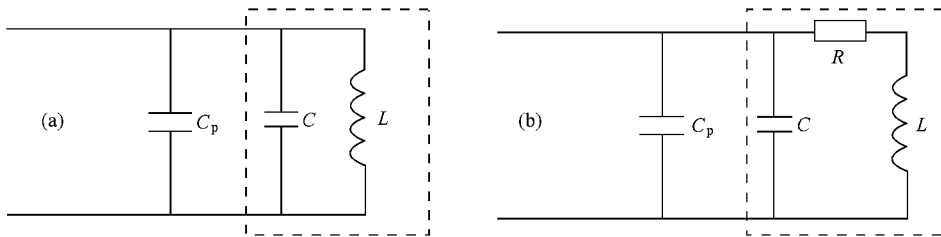


图 6 (a)LC 分流电路 (b)LCR 分流电路

通过参数 L 和 C 主动调控.

数值计算中,采用材料和结构参数见表 1 和表 2,运用传递矩阵法可以计算出梁的带隙.图 7(a)和 (b)分别为 LC(R)分流电路作用下,弹性模量幅值和相位随电阻 $R(L = 7 \times 10^{-3} \text{ H}, C = 2 \times 10^{-7} \text{ F})$ 的

变化.从 7(a)和 (b)可以看出压电片的弹性模量幅值和相位变化都是随着电阻的增大而减小的.在 $R = 0$ 时,即分流电路为 LC 电路时,弹性模量的幅值曲线存在奇异点,在奇异点之间相位角变为 180° ,那么弹性模量变为负实数,即压电片表现出负弹性模

量.图 7(c)和(d)分别为 LCR 分流电路作用下,弹性模量幅值和相位随电感 ($R = 10\Omega, C = 2 \times 10^{-7}F$) 的变化.弹性模量的两个极值点的频率是随着电感减小而增大的.结合图 8(6 个周期梁的传输特性)可以看出,梁的局域共振带隙是由于分流电路的共振导致压电片弹性模量显著变化而引起的.电阻 R

的增大会使分流电路的共振作用变弱,从而会减小带隙的衰减幅值.在电阻很大时,如以上计算参数下, $R = 100\Omega$ 会使局域共振带隙消失.电感 L 和电容 C 的大小直接决定分流电路共振频率,所以带隙位置会随着 L 和 C 的减小而增大,弹性模量和带隙随 C 的变化和随 L 的变化趋势一致.

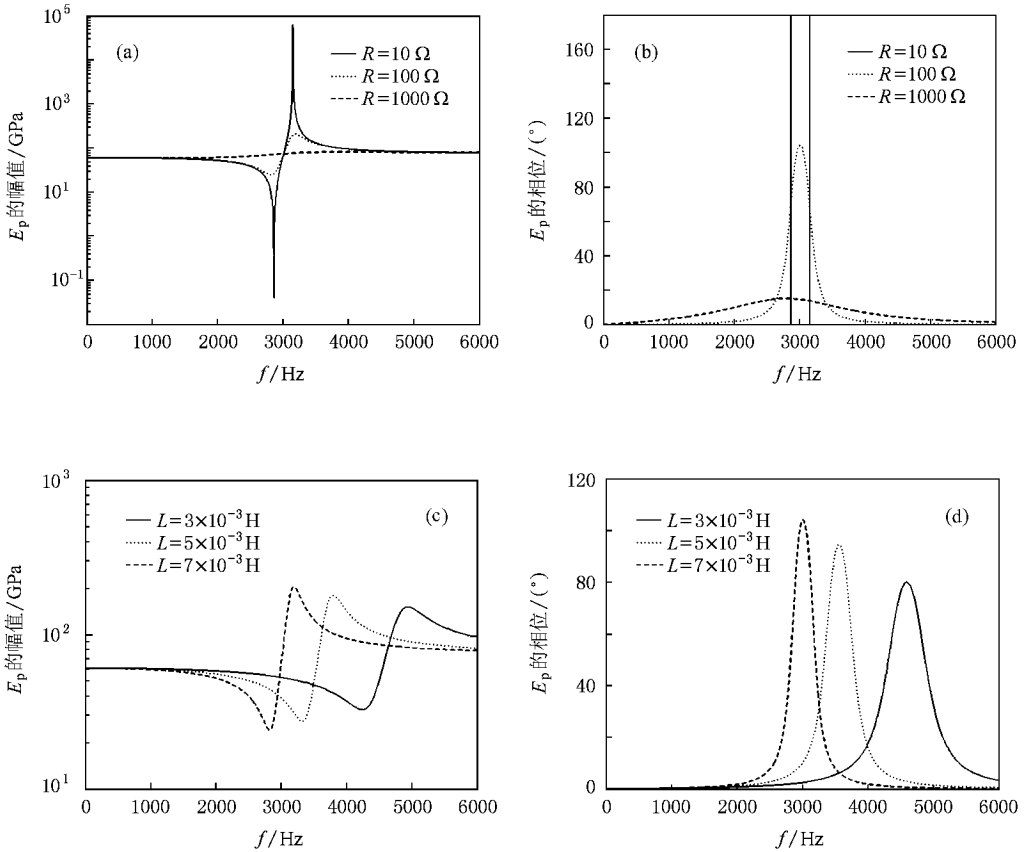


图 7 弹性模量随电阻电感的变化

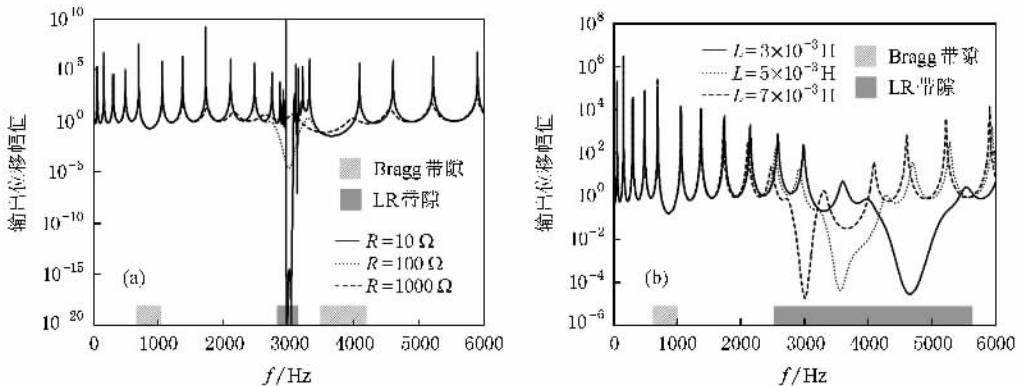


图 8 传输特性曲线

4. 结 论

通过在一维均质梁上周期性粘贴压电片,并在压电片上连接分流电路,将梁的机械振动和电路分流作用耦合起来.本文分析了不分流电路和电路参数对声子晶体梁的带隙特性的影响,结论总结如下:

1. 电阻分流电路不会产生电磁振动,其作用主要是耗散梁的振动能量.电阻分流电路对的梁的模式共振峰有一定的抑制作用,而且由于电阻电路可以改变压电片压电效应对弹性模量的影响,所以可以改变 Bragg 带隙的结构,但其作用是有限的.当 $R = 0$ 时,电路短路,压电片弹性模量变为短路弹性模量;当 $R = \infty$ 时,电路开路,压电片弹性模量变为开

路弹性模量.开路弹性模量由于压电效用的作用比短路弹性模量稍大.

2. LQ/R 分流电路在受到压电片电压激励后会产​​生电磁振荡,其与基体梁的相互作用,会在梁中形成局域共振带隙.带隙的位置主要由电路中电感和电容参数决定.通过引入耗散电阻,可以使带隙宽度变大,但会大大减小带隙内振动的衰减幅值.过大的电阻甚至会使局域共振带隙消失.

用分流电路改变声子晶体带隙结构和形成局域共振带隙,与传统机械振子局域共振声子晶体比较,可以大大减小梁中谐振子的质量.而且电路中电容、电感和电阻可以方便的调节,为我们根据环境调节带隙结构提供了便利.

-
- [1] Cao Y J, Yang X 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3620 (in Chinese) 【曹永军、杨旭 2008 物理学报 **57** 3620】
- [2] Cai L, Han X Y, Wen X S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1746 (in Chinese) 【蔡力、韩小云、温熙森 2008 物理学报 **57** 1746】
- [3] Cao Y J, Dong C H, Zhou P Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 6470 (in Chinese) 【曹永军、董纯红、周培勤 2006 物理学报 **55** 6470】
- [4] Liu Y Z, Wang G 2006 *Chin. Phys.* **15** 1843
- [5] Liu Y Z, Wen J H, Wang G, 2006 *Chin. Phys.* **15** 407
- [6] Wen J H, Wang G, Liu Y Z, Yu D L 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3384 (in Chinese) 【温激鸿、王刚、刘耀宗、郁殿龙 2004 物理学报 **53** 3384】
- [7] Wu F G, Liu Y Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1434 (in Chinese) 【吴福根、刘有延 2002 物理学报 **51** 1434】
- [8] Wu F G, Liu Z Y, Liu Y Y 2002 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **35** 162
- [9] Wang G, Wen J H, Han X Y, Zhao H G 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1943 (in Chinese) 【王刚、温激鸿、韩小云、赵宏刚 2003 物理学报 **52** 1943】
- [10] Liu Z Y, Chan C T, Sheng P, Goertzen A L, Page J H 2000 *Phys. Rev. B* **62** 2446
- [11] Liu Z Y, Zhang X X, Mao Y W, Zhu Y Y, Yang Z Y, Chan C T, Sheng P 2000 *Science* **289** 1734
- [12] Ruzzene M, Baz A 2000 *Proceedings of SPIE* **3991** 389
- [13] Baz A 2001 *J. Vibration and Acoustics* **123** 472
- [14] Thorp O, Ruzzene M, Baz A 2001 *Proceedings of SPIE* **4331** 218
- [15] Chen A L, Li F M, Wang Y S 2007 *J. Sound and Vibration* **304** 863
- [16] Wen J H, Yu D L, Wang G, Zhao H G, Liu Y Z 2005 *Chinese J. Mechanical Engineering* **41**(4)1 (in Chinese) 【温激鸿、郁殿龙、王刚、赵宏刚、刘耀宗 2005 机械工程学报 **41**(4)1】

Influences of different types of piezoelectric shunting circuits on band gaps of phononic beam^{*}

Chen Sheng-Bing[†] Han Xiao-Yun Yu Dian-Long Wen Ji-Hong

(*Institute of Mechatronical Engineering , National University of Defense Technology , Changsha 410073 ,China*)

(Received 29 April 2009 ; revised manuscript received 11 May 2009)

Abstract

Piezoelectric patches connected with shunting circuits are periodically placed along a base beam , forming a one-dimensional phononic crystal . Different types of shunting circuits will determine the band structure of the beam . Resistive shunting circuits can restrain the beam 's modal vibrations to some extent and the band gaps of the beam can be changed by weakening the piezoelectric effect . *LC* shunting circuits can produce locally resonant gaps induced by *LC* circuits ' electromagnetic oscillations excited by piezoelectric patches . When resistors are added to the *LC* circuits , the *LC* circuits ' oscillation will be weakened and the attenuation amplitude in the band gaps will be lowered , but the scope of band gaps are widened .

Keywords : phononic crystal , local resonance , piezoelectric beam , piezoelectric shunting

PACC : 4320 , 4335 , 0260 , 8160H

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50875255).

[†] E-mail : csbuniversity.student@sina.com