

# 控制 Tavis-Cummings 模型中两原子 $X$ 态的 纠缠突然死亡与突然产生<sup>\*</sup>

单传家<sup>†</sup> 刘继兵 陈 涛 刘堂昆 黄燕霞 李 宏

(湖北师范学院物理与电子科学学院, 黄石 435002)

(2009 年 3 月 28 日收到; 2010 年 1 月 26 日收到修改稿)

研究了初态为  $X$  态时 Tavis-Cummings 模型中具有偶极相互作用两原子的纠缠演化特性, 在演化过程中, 同时号码出现了两原子的纠缠突然死亡 (ESD) 与突然产生 (ESB) 两种有趣的现象. 详细分析了两原子初始态的纯度、偶极相互作用、光场粒子数对这两种现象出现时间的影响, 进一步给出了初始为混态时 ESB 与 ESD 的转换条件. 计算结果表明, 上述系统参量对两原子的纠缠演化、ESB 与 ESD 有重要的影响, 偶极相互作用会改变纠缠度的振荡周期, 使出现 ESD 的时间间隔减少; 随着初始两原子纠缠纯度的增大, 纠缠突然产生以及纠缠突然死亡存在的时间缩短, 并且可以提高两原子之间的纠缠; 对于特殊的初态, 产生了纠缠不变性以及固定的两原子纠缠, 该定值受两原子初始状态的纯度控制.

**关键词:** 纠缠突然死亡与突然产生, 两原子  $X$  态, Tavis-Cummings 模型

**PACC:** 0365, 4250

## 1. 引 言

量子纠缠是量子力学最显著的特征之一, 描述的是量子系统各子系统之间的量子关联, 是量子物理与经典物理的根本区别. 同时在量子信息处理中已作为一种重要的资源, 利用纠缠可以实现量子隐形传态<sup>[1]</sup>、密集编码<sup>[2]</sup>、密钥共享<sup>[3]</sup>、量子密码术<sup>[4]</sup>等, 是实现量子计算机硬件的重要物理量. 因此, 对量子纠缠的操纵和控制就显得尤为重要. 近年来人们在各种量子系统, 比如腔电动力学<sup>[5]</sup>、离子阱<sup>[6]</sup>、半导体量子点<sup>[7]</sup>、自旋链<sup>[8]</sup>等, 对纠缠态的制备、纠缠态的演化做了深入的研究. 2004 年 Yu 小组<sup>[9]</sup>在研究退相干机理时发现贮存器引起的单粒子相干性的衰减要慢于量子位纠缠对应的衰减, 在两原子间的纠缠演化中, 在一段有限的时间内, 纠缠突然的完全消失, 这种现象后来被称为纠缠突然死亡 (ESD). 最近, 这种分别在独立环境影响下的两比特系统纠缠的突然死亡现象已经在全光学装置<sup>[10]</sup>以

及原子系综<sup>[11]</sup>实验上得到了验证. 2006 年, Ficek 等<sup>[12]</sup>作出了一个具有延伸性的工作: 两个二能级原子共同耦合到一个真空场中, 不但会出现纠缠突然死亡的现象, 而且在之后一段时间后, 消失的纠缠又重新出现, 人们称这种现象为纠缠恢复 (ESR). 与上述所研究的现象相反, Lopez 等<sup>[13]</sup>发现没有相互作用的两个粒子在开始的一段时间内没有纠缠, 过一段时间后纠缠突然产生, 这就是所谓的纠缠突然产生 (ESB). 为了进一步地深入了解其中的物理机理, 人们在振幅、相位塌缩通道、非马尔科夫近似以及更高维的希尔伯特空间中研究了上述的几种现象<sup>[14-16]</sup>.

很明显, ESD 在量子信息过程中量子纠缠应用是一个很大的障碍, 因此保持量子系统稳定, 避免或者延迟这种不想要的现象就显得尤其重要. 在文献<sup>[17]</sup>, 作者研究了两个分离的 J-C 模型中的纠缠演化特性, 发现对于不同类型的原子初态 (Bell 纯态), 可以呈现或者不发生 ESD, 也就是说, ESD 的产生与初始状态有关; 在文献<sup>[18]</sup>中, 满忠晓等研

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金 (批准号: 10904033)、湖北省自然科学基金 (批准号: 2009CDA145)、湖北省教育厅科研基金 (批准号: D20092204) 和湖北省教育厅科技研究基金 (批准号: Z200722001) 资助的课题.

<sup>†</sup>E-mail: scj1122@163.com

究了对于不同的系统纠缠突然产生的条件,发现如果初始两原子处于非纯态或者光场处于非零粒子数态,ESD总是发生.以上的研究结果可以看出在J-C模型或者双J-C模型中,通过改变初始的原子状态可以控制ESD的产生,从而得到更强的量子纠缠.而Tavis-Cummings模型是原子与光场相互作用的另一个经典模型,陈丽等<sup>[19]</sup>研究了Tavis-Cummings模型原子的偶极相互作用以及失谐量对两原子ESD的影响,我们<sup>[20]</sup>曾经研究了Tavis-Cummings模型中两纠缠原子的纠缠演化特性.受上述文献的启发,对T-C模型中两原子X态的纠缠动力学演化进行了深入的研究,与以前的研究内容相比,有以下几点不同:(1)该文考虑两原子初始处于一种混态——X态,而这种态包括了在量子信息以及计算中应用很广的Bell纯态以及Werner态,(2)考虑的为T-C模型,并且考虑原子与原子之间的偶极相互作用.通过数值计算,详细研究了该模型中出现的量子效应,发现原子与原子之间的纠缠是周期性演化的,两原子之间出现了所谓的纠缠突然死亡、恢复、突然产生现象.随着初始两原子纠缠纯度的增大,纠缠突然产生以及纠缠突然死亡存在的时间缩短,并且可以提高两原子之间的纠缠,获得更强的最大纠缠.对于一些特殊的初态,两原子的纠缠不发生演化,该模型呈现了两原子纠缠定态的产生,并且两原子纠缠定态的值与初始态以及纯度有关系.故可以通过改变原子的初态纯度、原子之间的偶极相互作用、光场粒子数来控制两原子之间的纠缠演化,阻止或者延迟纠缠突然死亡的产生.这对量子纠缠控制、量子信息与量子计算具有强有力的指导意义.

## 2. 理论模型与演化方程

考虑两个两能级原子与单模光场相互作用,假设原子间距离小于腔场波长,使得原子间的偶极-偶极相互作用不可忽略,在这种情况下系统的Hamilton量可写为

$$\begin{aligned}
 H = & \omega a^\dagger a + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \omega_i \sigma_i^z \\
 & + \sum_{i=1}^2 g_i (a^\dagger \sigma_i^- + a \sigma_i^+) \\
 & + \Omega \sum_{i \neq j=1}^2 \sigma_i^- \sigma_j^+, \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中 $\omega_1, \omega_2$ 为两原子的本征跃迁频率, $\omega$ 为腔场频

率, $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$ 分别为原子的激发态和基态.原子A的赝自旋算符分别为

$$\begin{aligned}
 \sigma_1^z &= |e_A\rangle\langle e_A| - |g_A\rangle\langle g_A|, \\
 \sigma_1^- &= |g_A\rangle\langle e_A| \\
 \sigma_1^+ &= |e_A\rangle\langle g_A|. \quad (2)
 \end{aligned}$$

原子B的赝自旋算符分别为

$$\begin{aligned}
 \sigma_2^z &= |e_B\rangle\langle e_B| - |g_B\rangle\langle g_B|, \\
 \sigma_2^- &= |g_B\rangle\langle e_B|, \\
 \sigma_2^+ &= |e_B\rangle\langle g_B|. \quad (3)
 \end{aligned}$$

其中 $a$ 和 $a^\dagger$ 分别为光子的湮没和产生算符, $g$ 为原子与光场间的耦合常量, $\Omega$ 为原子间偶极-偶极相互作用强度.

考虑 $\omega = \omega_1 = \omega_2, g_1 = g_2$ 的情况,设原子子系统初始处于X态,其密度算符为

$$\rho_a(0) = r |\Phi(0)\rangle_{aa} \langle \Phi(0)| + \frac{1-r}{4} I_a, \quad (4)$$

其中 $I_a$ 为原子子系统的单位算符; $r$ 表示原子态的纯度,反映了纯态之间相位关联的程度,当 $r=1$ 时原子子系统处在纯态 $|\Phi(0)\rangle_a$ ,当 $r \neq 1$ 时原子子系统处在混合态,是非相干混合的一系列纯态(纯态系综); $|\Phi(0)\rangle_a$ 为类Bell态.

$$|\Phi(0)\rangle_a = \cos\theta |e_A, g_B\rangle + \sin\theta |g_A, e_B\rangle, \quad (5)$$

其中 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 对应着在量子信息中起着重要作用的Werner态.设初始时光场处在Fock态 $|n\rangle$ ,则整个系统的初态为

$$\begin{aligned}
 \rho_s(0) = & (r |\Phi(0)\rangle_{aa} \langle \Phi(0)| \\
 & + \frac{1-r}{4} I_a) \otimes |n\rangle\langle n|, \quad (6)
 \end{aligned}$$

当两原子进入腔场并与之发生相互作用, $t$ 时刻系统的状态演化为

$$\rho_s(t) = U(t) \rho_s(0) U^\dagger(t), \quad (7)$$

其中 $U(t) = e^{-iHt}$ 为相互作用绘景中系统的时间演化算符,将 $\rho_s(t)$ 对光场求迹可以得到两原子的约化密度算符,在两原子的基矢 $|ee\rangle_{AB}, |eg\rangle_{AB}, |ge\rangle_{AB}, |gg\rangle_{AB}$ 下,上述所考虑的X态可以统一表示为如下的约化矩阵形式

$$\rho_a(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11} & 0 & 0 & \rho_{14} \\ 0 & \rho_{22} & \rho_{23} & 0 \\ 0 & \rho_{32} & \rho_{33} & 0 \\ \rho_{41} & 0 & 0 & \rho_{44} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

其中

$$\rho_{11} = \frac{4rg^2n(1 + \sin 2\theta)\sin^2 \frac{\Delta t}{2}}{\Delta^2} + \frac{1-r}{4}, \quad (9a)$$

$$\rho_{22} = \frac{r(1 + \sin 2\theta)\left(\Delta^2 \cos^2 \frac{\Delta t}{2} + \Omega^2 \sin^2 \frac{\Delta t}{2}\right) + r\Delta^2(1 - \sin 2\theta)}{4\Delta^2} + \frac{1-r}{4} \\ + \frac{2r\Delta \cos 2\theta\left(\Delta \cos \frac{\Delta t}{2} \cos \frac{3\Omega t}{2} - \Omega \sin \frac{\Delta t}{2} \sin \frac{3\Omega t}{2}\right)}{4\Delta^2}, \quad (9b)$$

$$\rho_{33} = \frac{r(1 + \sin 2\theta)\left(\Delta^2 \cos^2 \frac{\Delta t}{2} + \Omega^2 \sin^2 \frac{\Delta t}{2}\right) + r\Delta^2(1 - \sin 2\theta)}{4\Delta^2} + \frac{1-r}{4} \\ - \frac{2r\Delta \cos 2\theta\left(\Delta \cos \frac{\Delta t}{2} \cos \frac{3\Omega t}{2} - \Omega \sin \frac{\Delta t}{2} \sin \frac{3\Omega t}{2}\right)}{4\Delta^2}, \quad (9c)$$

$$\rho_{44} = \frac{4rg^2(n+1)(1 + \sin 2\theta)\sin^2 \frac{\Delta t}{2}}{\Delta^2} + \frac{1-r}{4}, \quad (9d)$$

$$\rho_{23} = \rho_{32}^* = \frac{r(1 + \sin 2\theta)\left(\Omega^2 + 8g^2n\cos^2 \frac{\Delta t}{2}\right) - r\Delta^2(1 - \sin 2\theta)}{4\Delta^2} \\ + i \frac{r\cos 2\theta\left((\Omega - \Delta)\sin \frac{\Delta t + 3\Omega t}{2} + r(\Omega - \Delta)\sin \frac{\Delta t - 3\Omega t}{2}\right)}{4\Delta}, \quad (9e)$$

$$\rho_{14} = \rho_{41}^* = 0. \quad (9f)$$

其中  $\Delta = \sqrt{8g^2(1+2n) + \Omega^2}$ .

### 3. 数值分析

由于我们考虑的初始态为混态,因此本文采用纠缠度  $c$  (concurrence) 来描述两体之间的纠缠,按照 Wootters<sup>[21]</sup>对  $c$  的定义,两原子间的  $c$  为

$$c = \max(0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}), \quad (10)$$

其中  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  分别为矩阵  $\mathbf{R} = \rho_a \sigma_y \otimes \sigma_y \rho_a^* \sigma_y \otimes \sigma_y$  按降序排列的 4 个本征值.  $\sigma_y$  为 Pauli 矩阵,  $\rho_a^*$  为  $\rho_a$  的共轭矩阵,  $0 \leq c \leq 1$ ,  $c = 0$  表明两原子处于分离的状态,  $c = 1$  对应着两原子处于最大纠缠.

对应于(8)式描述的量子态,原子的纠缠度可表示为

$$c = 2\max(0, \sqrt{\rho_{23}\rho_{32}} - \sqrt{\rho_{11}\rho_{44}}, \\ \sqrt{\rho_{14}\rho_{41}} - \sqrt{\rho_{22}\rho_{33}}). \quad (11)$$

为了描述不同的原子初态、纯度、偶极相互作用和光场粒子数对两原子纠缠动力学演化特性的

影响,在图 1—7 中,我们给出了在不同的上述系统参量下纠缠随时间的演化曲线.

#### 3.1. 纯度对纠缠时间演化的影响

下面讨论两原子初始态中  $\theta$  取不同值时,纯度  $r$  对两原子纠缠时间演化的影响.当  $\theta = 0$  时,两原子的纠缠动力学演化如图 1 所示.很明显,两原子纠缠度随时间作周期性的振荡,比较图 1 中的 4 条不同的曲线可以看到,当  $r = 1$ ,也就是初始处于纯态时,纠缠度先增大后减小,直到完全分离,但是不能达到最大纠缠.这是由于我们考虑的腔中光场初始处于真空态,体系演化为三体纠缠态,两原子不可能得到最大纠缠.但是原子的最大振幅是不变的,这就是所说的纠缠不变性,并且两原子的纠缠演化不出现 ESD 现象.当  $r < 1$ ,即初态为纯态的非相干叠加——混合态,随着  $r$  的减小,原子纠缠度振幅减小,纠缠度在演化过程中出现 ESB 和 ESD 这两种有趣的现象,从图中可以看出,一旦不纯度引入我们的系统,开始一段时间两原子纠缠一直为 0,经过一段时间的演化,纠缠突然出现,这就是所谓的纠缠

突然产生 (ESB), 但是随着时间的继续演化, 在一段时间内纠缠突然消失, 一直保持为 0, 这就是所谓的纠缠突然死亡 (ESD), 进一步的研究发现随着  $r$  的减小, 两原子出现 ESB 的时间变长, 同时 ESD 持续的时间也变长. 当继续减小  $r$ , 可以看到纠缠一直为 0, 也就是低于一定的临界值, 纠缠不会产生. 不难求出, 在  $t = 0$  时, 不同的初态下两原子的共生纠缠度为  $\max\{0, r\sin 2\theta - (1-r)/2\}$ , 初始有纠缠的条件为  $r > 1/(1 + 2\sin 2\theta)$ ,  $r$  的最小值为  $1/3$ . 当  $\theta = 0$  时, 不管  $r$  如何取值, 初始的纠缠都为 0, 但是由于原子与腔场的耦合, 使得两原子纠缠做周期性振荡, 原子的不纯度会影响振荡的振幅和周期, 当低于临界的纯度时, 纠缠就不会产生.

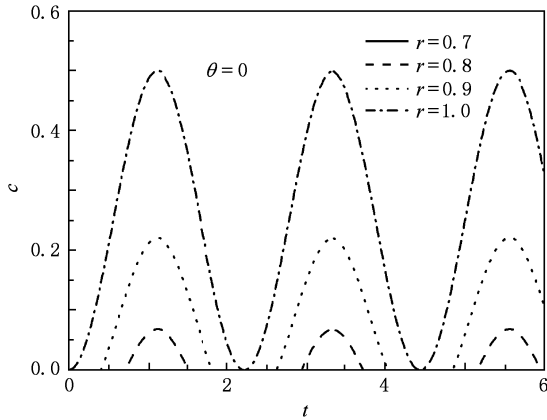


图 1 两原子纠缠量随时间的演化, 其中  $g=1, \Omega=0, n=0$

当两原子具有相同的初始非最大纠缠时, 两原子的纠缠动力学演化如图 2 和图 5 所示, 比较两图可以看到两原子具有不同的纠缠演化特性. 当  $\theta = \pi/8$  时, 只有  $r$  超过临界值时, 纠缠突然死亡以及纠缠恢复现象才会出现. 随着  $r$  的增大, 两原子纠缠展现了周期性振荡, 振荡的振幅变大, 同时 ESD 存在的时间变短, 两原子纠缠突然死亡得到明显减弱, 甚至可以抑制 ( $r = 1$ ). 从图 2 可以看出, 这种纠缠不变性与两原子的纯度具有很密切的关系, 暗含着纠缠不变性的值可以通过改变纯度  $r$  来控制. 然而, 纠缠突然死亡不一定总是出现, 当  $\theta = 7\pi/8$  时, 原子纠缠的时间演化曲线振荡频率和振幅逐渐减小, ESD 现象完全消失. 也就是说, 通过改变初始状态, 可以完全地消除掉纠缠突然死亡. 因此, ESD 的出现、存活时间以及 ESD 的回复时间间隔和两原子初始状态密切相关.

当两原子具有相同的初始最大纠缠时, 两原子

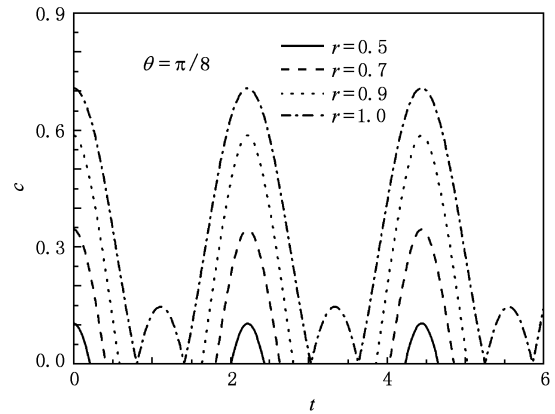


图 2 两原子纠缠量随时间的演化, 其中  $g=1, \Omega=0, n=0$

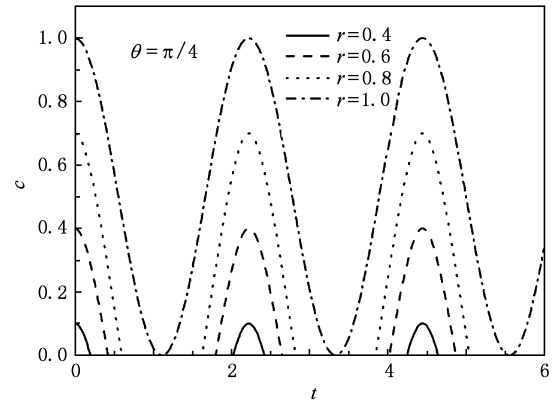


图 3 两原子纠缠量随时间的演化, 其中  $g=1, \Omega=0, n=0$

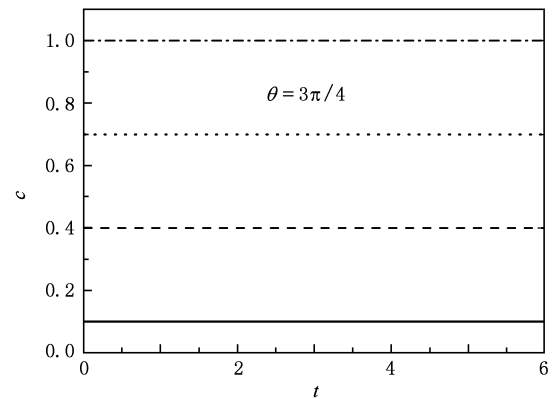


图 4 两原子纠缠量随时间的演化, 其中  $g=1, \Omega=0, n=0$

的纠缠动力学演化如图 3 和图 4 所示. 我们可以看到  $\theta = \pi/4$  时, 也就是初始两原子处于 Werner 态时, 原子纠缠的时间演化类似于图 2 的情况, 不同的之处在于:  $r$  可以在更大的范围内产生纠缠, 即产生纠缠的临界纯度变小. 当  $\theta = 3\pi/4$  时, 两原子之间

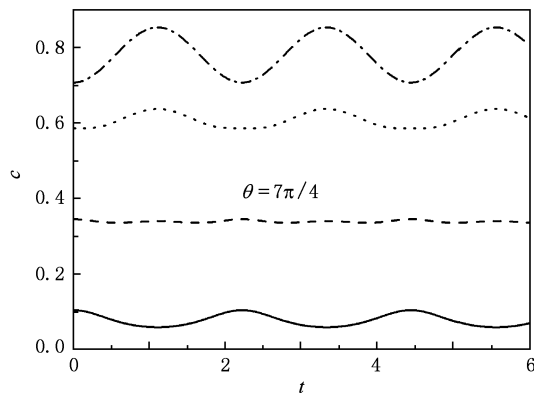


图5 两原子纠缠量随时间的演化,其中  $g=1, \Omega=0, n=0$

的纠缠度不随时间改变,达到双原子的最佳纠缠保持,通过改变初始的纯度  $r$  就可以得到不同的纠缠稳定值,不难验证,当  $\theta = 3\pi/4$  时,是相互作用绘景中系统相互作用 Hamilton 量的本征态,可以获得两原子-场的本征态,因此两原子的纠缠不随时间演化.从物理图像上看,当  $\theta = 3\pi/4$  时,一方面两原子被激发到高能态和辐射到基态时都有可能的,故过程发生后系统的状态不发生改变,处于初始的纠缠态;另一方面,在这一过程中一个原子被激发和另一个原子辐射的概率幅大小相等,相位相反,两者产生干涉相消,所以在演化过程中两原子始终处于初始纠缠态.初始态在腔中演化的这种不变性,可以用来作为一种量子存储器.以上讨论表明:在双纠缠原子与真空场相互作用的过程中,双原子纠缠态的纠缠度能得到保持,可以制备出纠缠度稳定的双原子纠缠态.

### 3.2. 偶极相互作用和光场粒子数对纠缠时间演化的影响

下面讨论两原子初始处于 Werner 态时,偶极相互作用和光场粒子数对纠缠时间演化的影响.固定两原子初始处于 Werner 态,并且  $r = 0.8$ ,研究偶极相互作用和光场粒子数对纠缠时间演化的影响.图6描述的是改变原子间偶极-偶极相互作用强度后,腔中两原子纠缠随时间的演化规律,随着偶极-偶极相互作用的增大,纠缠度演化的周期明显变短,两原子演化的幅度不变,初始纠缠的两原子演化为退纠缠的状态时间变长,偶极-偶极相互作用变大以后,使原子间强烈纠缠,两原子 ESD 存在的时间变短.这是由于原子之间偶极-偶极相互作用增大,会减弱原子与场之间的作用,从而使两原子处于更好

的纠缠状态.在我们以前的研究中,对于初始纯态时,引入耦合相互作用,两原子纠缠量在演化过程中时可达到 1 (此时两原子处于最大纠缠态),而当存在不纯度时,两原子不可能达到最大纠缠,振幅存在着纠缠不变性.可见,一旦纯度引入,原子间的偶极相互作用对两原子纠缠演化的影响是不同的.图7描述的是改变初始光场所处状态后,腔中两原子纠缠随时间的演化规律.可以看到纠缠度也出现周期性的演化,但是随着腔中光子数的增加,其纠缠的演化周期变短,变化的幅度保持不变.由于腔场中光子数的增加,增大了原子与场间的相互作用机会,比较不同的曲线,发现光子数会使纠缠突然死亡的速度加快,在很快的一段时间纠缠就完全消失,但是纠缠恢复的时间也变短,这对于量子纠缠的控制有着很重要的参考价值.对于纯态,即  $r = 1$ ,腔中有光子数时,两原子的纠缠比真空中时的大,有时可以接近于最大纠缠;腔中光子数的存在会使两原子纠缠演化周期变短,并且较长时间的处于退纠缠状态;这是由于光场数会影响演化方程中各个系数,当初始光场为真空态时,  $C_1 = 0$ ,体系演化为三体纠缠,当腔中有光子数时,各个系数不为 0,随着时间的演化,有的系数很小可以忽略,从而得到退纠缠状态或最大纠缠态,变化的幅度要比真空场时大.一旦  $r < 1$ ,腔中光子数的存在会使两原子纠缠演化周期变短,退纠缠状态存在的时间也变短,但是纠缠变化的幅度和真空场时相同,这和纯态时表现出了完全不同的演化特性.

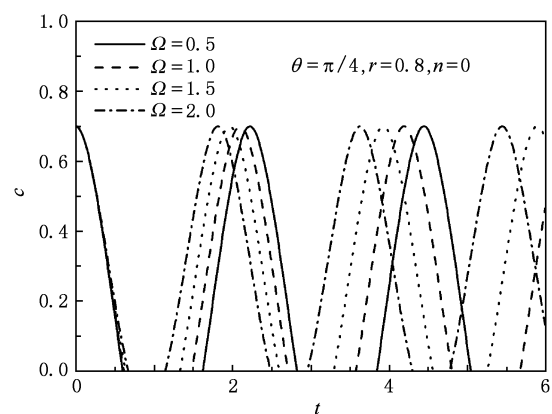


图6 两原子纠缠量随时间的演化,其中  $g=1$

上述的结果表明,偶极相互作用和光场粒子数可以改变两原子纠缠演化的周期,ESD, ESR, ESB 出现的时间,但是无法改变两原子纠缠演化的振幅.

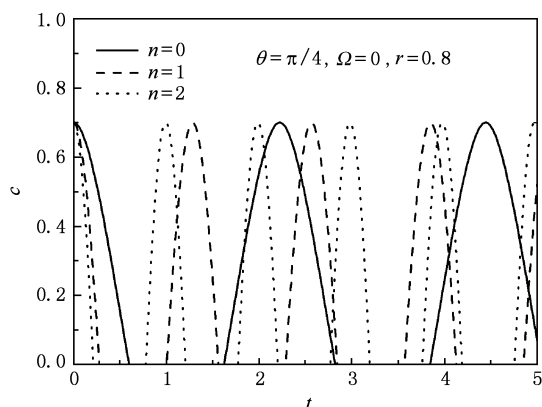


图7 两原子纠缠量随时间的演化,其中  $g=1$

## 4. 结 论

采用全量子理论和数值计算的方法,研究了初始处于  $X$  态的两纠缠二能级原子与粒子数光场相互作用系统两原子的纠缠演化特性. 着重讨论了初

始时刻两原子的纠缠度、纯度  $r$ 、偶极相互作用和光场光子数对两原子间的纠缠度的影响. 研究表明: 两原子纠缠量的演化呈现周期性, 纠缠振幅具有纠缠不变性, 两原子之间出现了所谓的纠缠突然死亡、恢复、突然产生现象. 在纠缠原子的初始状态不同时, 纯度  $r$  促使纠缠突然产生以及纠缠突然死亡存在的时间缩短, 并且可以提高两原子之间的纠缠, 获得更强的最大纠缠. 对于一些特殊的初态 ( $\theta = 3\pi/4$ ), 两原子的纠缠不发生演化, 该模型呈现了两原子纠缠定态的产生, 并且两原子纠缠定态的值与初始态以及纯度有关系, 这一稳定纠缠态可以作为一种量子信息存储器. 原子间偶极-偶极相互作用变大, 会减弱原子与场之间的耦合作用, 使两原子 ESD 存在的时间变短. 当初始处于纠缠混态时, 腔中光子数的存在会使两原子纠缠演化周期变短, 退纠缠状态存在的时间也变短. 本文关于原子与腔的相互作用系统的纠缠问题研究, 对于纠缠态的制备、控制和量子远程通讯等领域的研究可提供一定的指导意义.

- [1] Bennett C H, Brassaro G, Crepeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [2] He J, Ye L, Ni Z X 2008 *Chin. Phys. B* **17** 1597
- [3] Shan C J, Man Z X, Xia Y J, Liu T K 2007 *Int. J. Quant. Inform.* **5** 335
- [4] Ekert A K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 661
- [5] Zheng S B, Guo G C 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2392
- [6] Song J, Cao Z L 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 696 (in Chinese) [宋军、曹卓良 2005 物理学报 **54** 696]
- [7] Loss D, Divincenzo D P 1998 *Phys. Rev. A* **57** 120
- [8] Wang X G 2001 *Phys. Rev. A* **64** 012313
- [9] Yu T, Eberly J H 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 140404
- [10] Almeida M P, de Melo F, Hor-Meyll M, Salles A, Walborn S P, Ribeiro P H S, Davidovich L 2007 *Science* **316** 579
- [11] Laurat J, Choi K S, Deng H, Chou C W, Kimble H J 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 180504
- [12] Ficek Z, Tanas R 2006 *Phys. Rev. A* **74** 024304
- [13] Lopez C E, Romero G, Lastra F, Solano E, Retamal J C 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 080503
- [14] Yu T, Eberly J H 2007 *Quantum Inf. Comput.* **7** 459
- [15] Al-Qasimi A, James D F V 2008 *Phys. Rev. A* **77** 012117
- [16] Wang F Q, Zhang Z M, Liang R S 2008 *Phys. Rev. A* **78** 062318
- [17] Yonac M, Yu T, Eberly J H 2007 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **40** S45
- [18] Man Z X, Xia Y J, Nguyen B A 2008 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **41** 085503
- [19] Chen L, Shao X Q, Zhang S 2009 *Chin. Phys. B* **18** 888
- [20] Shan C J, Xia Y J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1585 (in Chinese) [单传家、夏云杰 2006 物理学报 **55** 1585]
- [21] Wootters W K, Zurek W H 1982 *Nature (London)* **299** 802

# Controlling entanglement sudden birth and sudden death of two-atom $X$ -states in Tavis-Cummings model<sup>\*</sup>

Shan Chuan-Jia<sup>†</sup> Liu Ji-Bing Chen Tao Liu Tang-Kun Huang Yan-Xia Li Hong

(College of Physics and Electronic Science, Hubei Normal University, Huangshi 435002, China)

(Received 28 March 2009; revised manuscript received 26 January 2010)

## Abstract

In this paper, we investigate the entanglement dynamics of two entangled two-level atoms with initial  $X$  state and dipole-dipole coupling intensity in Tavis-Cummings model. The interesting phenomena of entanglement sudden death as well as sudden birth appear during the evolution process. We analyze in detail the effect of purity of initially entangled state of two atoms, the dipole-dipole coupling intensity between two atoms, and the field in the Fock state on the apparition time of entanglement sudden death and entanglement sudden birth. Furthermore, the conditions for the conversion of entanglement sudden death and entanglement sudden birth can be generalized when the initial entangled state is not pure. The results show that the above system parameters affect the concurrence, entanglement sudden birth and sudden death remarkably, the dipole-dipole coupling intensity affects amplitudes of the concurrence oscillation and leads time interval of the ESD to decrease. With the increasing of the purity, the time of entanglement sudden death and entanglement sudden birth will decrease; it is also notable that invariant and stable entanglement, which can be controlled by different initial states of the atoms, occurs for particular initial  $X$  state.

**Keywords:** entanglement sudden death and sudden birth, two-atom  $X$  states, T-C model

**PACC:** 0365, 4250

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10904033), the Natural Science Foundation of Hubei Province, China (Grant No. 2009CDA145), the Foundation of Science Research Educational Commission of Hubei Province, China (Grant No. D20092204) and the Scientific and Technological Research Programme of Education Department of Hubei Province, China (Grant No. Z200722001).

<sup>†</sup> E-mail: scj1122@163.com