

# 基于时间反转理论的聚焦 Lamb 波结构损伤成像 \*

张海燕<sup>†</sup> 孙修立 曹亚萍 陈先华 于建波

(上海大学通信与信息工程学院, 特种光纤与光接入网省部共建重点实验室, 上海 200072)

(2009 年 12 月 9 日收到; 2010 年 1 月 18 日收到修改稿)

从理论和实验上研究了时间反转法在频散和多模式的 Lamb 波结构健康检测方面的应用。当 Lamb 波在包含有损伤的板类结构中传播时, 损伤的存在表现为一个被动波源。采用分布式传感器网络, 基于传递函数的观点, 通过推导由损伤这个被动波源产生的时间反转波场幅值的表达式, 证实了当观察点位于损伤位置时, 时间反转波场的幅值最大。为验证时间反转方法的聚焦效应, 提出了一种适合于分布的激励/接收传感器网络的成像方法, 该方法可以对损伤定位并近似确定损伤尺寸。结合有限元的实验结果显示了 Lamb 波检测信号的能量可在损伤处聚焦, 表明时间反转方法在 Lamb 波结构损伤识别和定位方面的有效性。

**关键词:** Lamb 波, 时间反转, 结构损伤成像, 聚焦效应

**PACC:** 4320, 4335, 4735

## 1. 引言

Lamb 波是一种在厚度与激励声波波长为相同数量级的声波导中(如薄板)由纵波和横波耦合而成的特殊形式的应力波, 由于它是板中的导波, 通常也称为板波。相对传统体波(纵波或横波)检测的逐点扫描方式, Lamb 波检测因其具有一次扫描一条线、收发探头可置于样品的同一侧、并且对大型板类结构的健康检测快捷高效的特点而备受关注, 在不同无损探测(NDT)应用中有很大潜力<sup>[1-10]</sup>。

Lamb 波检测技术基于这样的设想: 当传播的波遇到损伤时, 损伤改变了波的传播模式<sup>[11]</sup>, 以结构无损伤时的检测信号作为基准(参考)信号, 将检测信号与基准信号进行比较, 从而对损伤进行识别。然而, 由于系统的其他自然变化(如温度等)引起信号的各种改变, 这种与基准信号模式比较的方法很容易导致损伤误报。为了减小对基准数据的依赖性发展了一种损伤检测技术<sup>[5-10]</sup>。该技术并不要求检测信号直接与基准数据进行比较。这种不需要基准数据的 NDT 技术被称为时间反转。

时间反转是指传感器接收到声源发射的时域信号后, 将其信号时反, 再发射出去, 即先到后发、

后到先发。它是声互易性原理的应用之一, 可以使能量在空间和时间上得到聚焦, 通过这种聚焦可实现声源(输入)信号重构。当结构中出现损伤时, 重构信号的形状偏离了原始输入信号的形状, 考察重构信号与已知的初始输入信号之间的偏差即可识别出损伤, 不需要与基准信号进行比较。因此, 时间反转法不需要介质和换能器数组性质与结构的先验知识就可以实现声波自适应聚焦和检测。时间反转方法已广泛地应用于现代声学中, 如肾结石碎石术、超声脑手术、主动声纳、水下通信、医学成像以及 NDT 等<sup>[12-15]</sup>, 在 Lamb 波 NDT 检测方面的应用近年来也不断增多<sup>[5-10, 16-20]</sup>。

然而与体波不同, 由于受边界条件的限制, Lamb 波在薄板中的传播呈现出频散和多模式特性。由于 Lamb 波这种独特的频散特性, 它所激发的脉冲波在传播过程中将会因为群速度的变化而变形, 波形的到达时间和幅值不易测量, 因此限制了 Lamb 波在结构损伤识别中的应用。Ing 和 Fink<sup>[16]</sup> 采用时间反转法自动补偿 Lamb 波的频散, 实验显示了时间反转 Lamb 波的空间和时间聚焦特性。Wang 等<sup>[17]</sup> 综合时间反转和合成孔径技术对结构中的损伤进行了成像。Sohn 等<sup>[7]</sup> 提出了一种复合材料结构损伤识别的时间反转增强技术, 他们用小波变换改善了

\* 国家自然科学基金(批准号: 10874110, 10504020)、上海市重点学科(批准号: S30108)和上海市科委重点实验室项目(批准号: 08DZ2231100)资助的课题。

† E-mail: hyzh@shu.edu.cn

Lamb 波的时间反转性能. Xu 和 Giurgiutiu<sup>[18]</sup> 研究了单模调整对 Lamb 波时间反转结构工况应用的影响. 他们提出了一个理论模型, 研究了单模式和双模式( $S_0$  和  $A_0$  模式)的 Lamb 波时间反转特性, 并在实验上进行了验证. Park 等<sup>[8]</sup> 指出, Lamb 波的时间反转不变性对某些类型的结构损伤, 如复合材料的分层引起的非线性, 是失效的; 而金属中的损伤, 如裂纹、槽或其他结构不连续性, 并没有引起任何破坏 Lamb 波时间反转不变性的非线性. 然而, Lamb 波的时间反转有助于实现频散的 Lamb 波在空间和时间上的聚焦, 改善信噪比<sup>[19]</sup>. Gangadharan 等<sup>[20]</sup> 研究了窄带和宽带脉冲激发下  $A_0$  和  $S_0$  Lamb 波模式的时间反转特性. 实验结果显示, 时间反转法能够实现宽带信号激发的 Lamb 波的时间再压缩. 进一步的结果表明, 宽带激发能增强密集分布损伤的检测分辨率.

由此可见, 时间反转能够补偿 Lamb 波的频散, 实现 Lamb 波的空间再聚焦和时间再压缩, 在 Lamb 波 NDT 中具有一定的应用. 然而, 这些工作大多是实验性的, 对具有频散和多模式特性的 Lamb 波健康检测, 时间反转方法在结构损伤处的聚焦原理还没有系统的阐述. 鉴于此, 本文定量分析了板类结构中 Lamb 波的时间反转聚焦过程. 理论推导出了由损伤这个被动波源产生的时间反转波场幅值的表达式, 证实了当观察点位于损伤位置时, 时间反转波场的幅值最大. 在此基础上, 提出了一种成像方法, 实现了能量在损伤位置处的聚焦, 验证了时间反转方法对于 Lamb 波的聚焦效应以及 Lamb 波结构损伤识别和定位的有效性.

## 2. 时间反转场的聚焦效应

由主动传感元件激励所产生的波源为主动波源. 根据 Huygens 原理, Lamb 波检测时, 一个损伤的存在就像一个新的被动波源, 它在反射激励 Lamb 波模态的同时, 也会产生许多新的转换模态<sup>[21]</sup> (这些反射信号以及转换模式都是由损伤引起的, 因此损伤是产生它们的波源, 是由主动波源引起的被动波源). 在如图 1 所示的平面坐标系中, 令损伤所在位置  $P_0(r_0, \theta_0)$  为坐标原点, 即  $r_0 = 0, \theta_0 = 0$ . 围绕感兴趣的损伤区域布置  $N$  个压电传感器(称为时间反转传感器, 它们在实际检测时既可作为发射传感器也可作为接收传感器), 则在距离原点为  $|r_n|$  的

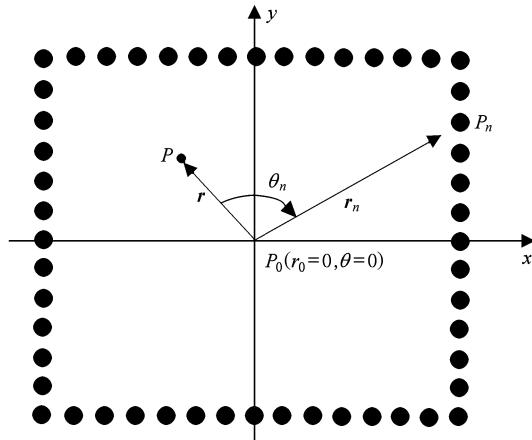


图 1 时间反转法示意图 损伤作为被动声源置于坐标系的原点

某一传感器位置  $P_n$  处接收到的由损伤这个被动波源产生的 Lamb 波电信号的 Fourier 变换为

$$S^{(e)}(\omega, |r_n|) = h(\omega)H(\omega, |r_n|)E(\omega), \quad (1)$$

其中  $\omega$  为角频率,  $H(\omega, |r_n|)$  为从损伤位置  $P_0$  到接收位置  $P_n$  之间的传递函数,  $E(\omega)$  为损伤这个被动波源产生的声信号的 Fourier 变换,  $h(\omega)$  为压电传感器的声-电(或电-声)响应传递函数.

为保证信号的因果性(即时间取值始终为正), 对接收到的电信号在时间  $\tau$  内进行时间反转以获得时间反转激励电信号

$$\begin{aligned} S_{\text{TR}}^{(e)}(\omega, |r_n|) &= \exp(-i\omega\tau)S^{(e)*}(\omega, |r_n|) \\ &= \exp(-i\omega\tau)h^*(\omega) \\ &\quad \times H^*(\omega, |r_n|)E^*(\omega), \end{aligned} \quad (2)$$

其中, “\*”表示复共轭.

在接收位置  $P_n$  处换能器输出的 Lamb 波声信号为

$$\begin{aligned} S_{\text{TR}}(\omega, |r_n|) &= h(\omega)S_{\text{TR}}^{(e)}(\omega, |r_n|) \\ &= \exp(-i\omega\tau)|h(\omega)|^2 \\ &\quad \times H^*(\omega, |r_n|)E^*(\omega). \end{aligned} \quad (3)$$

将  $S_{\text{TR}}(\omega, |r_n|)$  在  $P_n$  处激励, 在距离原点为  $|r|$  的任意观测点  $P$  处接收到的 Lamb 波声信号为

$$\begin{aligned} S_{\text{TR}}^{(n)}(\omega, |r|) &= H(\omega, |r - r_n|)S_{\text{TR}}(\omega, |r_n|) \\ &= \exp(-i\omega\tau)|h(\omega)|^2 \\ &\quad \times H(\omega, |r - r_n|) \\ &\quad \times H^*(\omega, |r_n|)E^*(\omega), \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $H(\omega, |r - r_n|)$  表示 Lamb 波从第  $n$  个时间反转传感器所在位置  $P_n$  传播至观察点  $P$  的传递函数.

根据线性叠加原理,由  $N$  个时间反转传感器共同作用,在任意观测点  $P$  处产生的 Lamb 波声信号为

$$\begin{aligned} S(\omega, \mathbf{r}) &= \sum_{n=1}^N S_{\text{TR}}^{(n)}(\omega, |\mathbf{r}|) \\ &= \exp(-i\omega\tau) |h(\omega)|^2 \sum_{n=1}^N H(\omega, |\mathbf{r} - \mathbf{r}_n|) \\ &\quad \times H^*(\omega, |\mathbf{r}_n|) E^*(\omega). \end{aligned} \quad (5)$$

(5)式表明了在任意观察点  $P$  处接收到的 Lamb 波声信号与损伤位置  $P_0$ 、时间反转传感器位置  $P_n$  以及观察点位置  $P$  之间的关系。定义时间反转传递函数为

$$\begin{aligned} H_{\text{TR}}(\omega, \mathbf{r}) &= \exp(-i\omega\tau) |h(\omega)|^2 \sum_{n=1}^N H \\ &\quad \times (\omega, |\mathbf{r} - \mathbf{r}_n|) \\ &\quad \times H^*(\omega, |\mathbf{r}_n|), \end{aligned} \quad (6)$$

(5)式相应地变为

$$S(\omega, \mathbf{r}) = H_{\text{TR}}(\omega, \mathbf{r}) E^*(\omega). \quad (7)$$

假设频移为  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ , 对  $S(\omega, \mathbf{r})$  做逆 Fourier 变换, 并将该信号在中心频率  $\omega_0$  处展开, 得到调制的接收信号幅值为

$$\begin{aligned} a(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega_0 + \Delta\omega, \mathbf{r})| \\ &\quad \times \exp[i\varphi_s(\omega_0 + \Delta\omega, \mathbf{r}) - i\varphi_s(\omega_0, \mathbf{r})] \\ &\quad \times \exp[i\Delta\omega t] d\Delta\omega, \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $\varphi_s(\omega, \mathbf{r})$  表示  $S(\omega, \mathbf{r})$  的相位。对于 Lamb 波检测时通常选择的窄带激励信号<sup>[8,22]</sup>, 由(7)式可推导出调制的接收信号的最大幅值与时间反转传递函数的幅值  $H_{\text{TR}}(\omega, \mathbf{r})$  及相位  $\varphi_{\text{TR}}$  之间满足如下关系,

$$\begin{aligned} |a_m(\mathbf{r})|^2 &= \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta^2 |H_{\text{TR}}(\omega_0, \mathbf{r})|^2 |E(\omega_0)|^2}{\sqrt{1 + \Delta^4 \left( \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_0}}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta^2 |H_{\text{TR}}(\omega_0, \mathbf{r})|^2 |E(\omega_0)|^2}{\sqrt{1 + \Delta^4 \left( \frac{\partial^2 \varphi_{\text{TR}}}{\partial \omega^2} - \frac{\partial^2 \varphi_E}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_0}}}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} H_{\text{TR}}(\omega, \mathbf{r}) &= |H_{\text{TR}}(\omega, \mathbf{r})| \exp(i\varphi_{\text{TR}}(\omega, \mathbf{r})), \\ E(\omega) &= |E(\omega)| \exp(i\varphi_E(\omega)), \\ \varphi_s(\omega, \mathbf{r}) &= \varphi_{\text{TR}}(\omega, \mathbf{r}) - \varphi_E(\omega), \end{aligned} \quad (10)$$

$\Delta$  为  $|S(\omega, \mathbf{r})| = |H_{\text{TR}}(\omega, \mathbf{r})| |E(\omega)|$  的半带宽。

考虑二维平面中的 Lamb 波传播, 二维自由空间中 Lamb 波的传递函数<sup>[23]</sup>为

$$H(\omega, \mathbf{r}) = \Theta(\omega) \frac{\exp[ik(\omega) |\mathbf{r}|]}{|\mathbf{r}|}, \quad (11)$$

其中  $\Theta(\omega)$  为依赖于激发模式的滤波因子,  $k(\omega)$  为频率  $\omega$  时的波数。将(11)式代入(6)式, 当  $|\mathbf{r}| \ll |\mathbf{r} - \mathbf{r}_n|$  时, 时间反转传递函数可近似表示为

$$\begin{aligned} H_{\text{TR}}(\omega, \mathbf{r}) &\approx \exp(-i\omega\tau) |h(\omega)|^2 |\Theta(\omega)|^2 \\ &\quad \times \sum_{n=1}^N \frac{\exp[-ik(\omega) |\mathbf{r}| \cos\theta_n]}{|\mathbf{r}_n|}. \end{aligned} \quad (12)$$

设  $\delta L$  为压电换能器的尺寸,  $\delta\theta_n = \frac{\delta L}{|\mathbf{r}_n|}$ , 若  $\delta L$  足够小(严格地说, 小于半波长), 则(13)式可写作积分形式

$$\begin{aligned} H_{\text{TR}}(\omega, \mathbf{r}) &\approx \frac{|h(\omega)|^2}{\delta L} \exp(-i\omega\tau) |\Theta(\omega)|^2 \int_{\theta_n}^{\theta_n+2\pi} \\ &\quad \times \exp[-ik(\omega) |\mathbf{r}| \cos\theta] d\theta. \end{aligned} \quad (13)$$

因为 Lamb 波在薄板中传播时呈现多模式特性, 则(13)式中的时间反转传递函数可以写作所有模式的线性叠加。

$$\begin{aligned} H_{\text{TR}}(\omega, \mathbf{r}) &= \sum_j H_{\text{TR}}^{(j)}(\omega, \mathbf{r}) \\ &\approx \frac{|h(\omega)|^2}{\delta L} \exp(-i\omega\tau) \int_{\theta_n}^{\theta_n+2\pi} \\ &\quad \times \left\{ \sum_j |\Theta_j(\omega)|^2 \right. \\ &\quad \left. \times \exp[-ik_j(\omega) |\mathbf{r}| \cos\theta] \right\} d\theta. \end{aligned} \quad (14)$$

(14)式中的求和项为<sup>[24]</sup>

$$\begin{aligned} &\sum_j |\Theta_j(\omega)|^2 \exp[-ik_j(\omega) |\mathbf{r}| \cos\theta] \\ &\approx \Omega \left( 1 - \frac{\bar{k}^2(\omega) + \sigma_k^2(\omega)}{2} |\mathbf{r}|^2 \cos^2\theta \right. \\ &\quad \left. - ik(\omega) |\mathbf{r}| \cos\theta \right), \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $\Omega = \sum_j |\Theta_j(\omega)|^2$ ;  $\bar{k}(\omega)$  和  $\sigma_k$  分别为多模式传播时的平均波数以及波数  $k_j(\omega)$  的标准差, 其表达式为

$$\begin{aligned} \bar{k}(\omega) &= \frac{1}{\sum_j |\Theta_j(\omega)|^2} \sum_j |\Theta_j(\omega)|^2 k_j(\omega), \\ \sigma_k^2(\omega) &= k^2(\omega) - \bar{k}^2(\omega). \end{aligned} \quad (16)$$

将(15)式代入(14)式并进行积分, 得到时间反转传递函数的表达式为

$$\begin{aligned} H_{\text{TR}}(\omega, \mathbf{r}) &\approx 2\pi \frac{|h(\omega)|^2 \exp(-i\omega\tau)}{\delta L} \\ &\quad \times \Omega \left[ 1 - \frac{\bar{k}^2(\omega) + \sigma_k^2(\omega)}{4} |\mathbf{r}|^2 \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

根据(10)式,  $H_{\text{TR}}(\omega, \mathbf{r}) = |H_{\text{TR}}(\omega, \mathbf{r})| \exp(i\varphi_{\text{TR}}(\omega, \mathbf{r}))$ , 则由(17)式可得

$$|H_{TR}(\omega, \mathbf{r})|^2 \approx 4\pi^2 |h(\omega)|^4 \left( \frac{\Omega}{\delta L} \right)^2 \times \left[ 1 - \frac{\bar{k}^2(\omega) + \sigma_k^2(\omega)}{4} |\mathbf{r}|^2 \right]^2, \quad (18)$$

$$\varphi_{TR}(\omega, \mathbf{r}) = -\omega\tau. \quad (19)$$

把(18)和(19)式代入(9)式中, 得到

$$|a_m(\mathbf{r})|^2 = \frac{2\pi\Delta^2 |h(\omega)|^4 \left( \frac{\Omega}{\delta L} \right)^2 |E(\omega_0)|^2}{\sqrt{1 + \Delta^4 \left( \frac{\partial^2 \varphi_E}{\partial \omega^2} \right)^2_{\omega_0}}} \times \left[ 1 - \frac{\bar{k}^2(\omega) + \sigma_k^2(\omega)}{4} |\mathbf{r}|^2 \right]^2. \quad (20)$$

(20)式表明, 当 $|\mathbf{r}| = 0$ , 即当观察点位于损伤位置 $P_0$ 时, 时间反转波达到最大峰值, 即时间反转波在损伤位置处聚焦。因此, 若由实际 Lamb 波检测信号获得一组时间反转信号, 并将它们在无损伤的、模拟实际板材的有限元模型上重新激励, 获得时间反转波场的幅值分布, 由此幅值分布图中出现的峰值位置即可对损伤定位<sup>[21]</sup>。

### 3. 损伤成像

Lamb 波主动健康检测技术中, 利用发射传感器在板的表面向板中激发主动检测信号, 与此同时, 接收传感器在同表面的其他一个或多个地方接收结构响应信号。对材料损伤前后的传感信号做代数差, 可认为差信号是由损伤引起的, 其传播路径可解释为由发射传感器引出的激励信号, 经损伤反射

后直接到达接收传感器, 对此差信号进行分析, 从而对结构中的损伤进行检测。本文中的损伤成像分两个步骤: 首先利用差信号大致确定出损伤所在的位置和损伤发生的时刻(激励信号传播到损伤的时刻); 然后利用时间反转方法对波源的聚焦能力, 采用实验和有限元结合的方法获得结构损伤前后的差信号, 以此作为时间反转激励信号; 最后利用有限元模拟无损伤模型中时间反转波的传播, 实现损伤的精确定位并近似确定损伤尺寸。本文采用改进的成像算法<sup>[17]</sup>

$$S(x, y) = \prod_{i=1}^N \prod_{j=1}^N A_{ij} f_{ij}^{(s)} \left( \frac{R_i + R_j}{V_g} \right), \quad (21)$$

其中 $S(x, y)$ 为所求像素点 $(x, y)$ 处的对比度值,  $N$ 为激励-接收路径数,  $A_{ij}$ 为补偿各传感器路径不同引起能量数衰减的放大系数,  $f_{ij}^{(s)}$ 表示由第 $i$ 个驱动器激励、第 $j$ 个传感器接收到的损伤散射 Lamb 波信号的幅值,  $V_g$ 为 Lamb 波传播的群速度,  $R_i$ 和 $R_j$ 分别为激励传感器和接收传感器与像素点 $(x, y)$ 之间的距离。为简单起见,  $A_{ij}$ 在后面的成像中均取相同的放大系数, 取值为 $10^{10}$ 。

#### 3.1. 实验装置

实验装置如图 2(a)所示。首先由 Agilent 公司生产的型号为 33250A 函数发生器产生一个激励信号, 经由 Panametrics 公司生产的型号为 5073PR 超声脉冲信号发生/接收器放大、滤波后作用于发射传感器上, 由发射传感器激发的 Lamb 波信号在板中传播一定距离后由接收传感器接收, 再通过

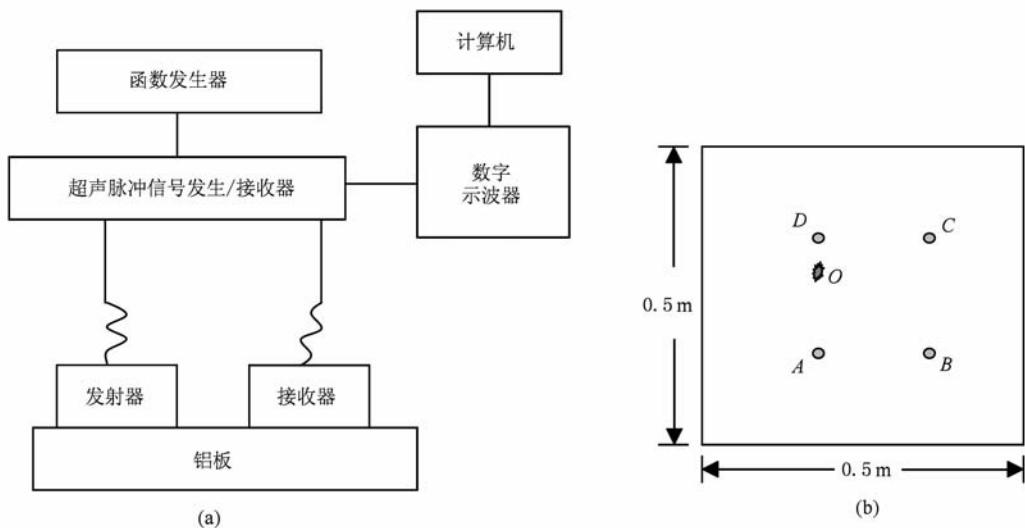


图 2 实验框图及实验用铝板传感器布置和损伤位置示意图 (a) 实验框图, (b) 传感器布置和损伤位置示意图

Tektronix 公司生产的型号为 DPO4032 数字示波器由计算机处理。实验用板材为铝板, 尺寸为  $300 \text{ mm} \times 300 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$ 。压电激励/接收传感器布置和损伤位置如图 2(b) 所示。它们的坐标分别为  $A(-50, -86.6)$ ,  $B(50, -86.6)$ ,  $C(50, 86.6)$ ,  $D(-50, 86.6)$ , 损伤为 10 mm 的圆孔, 所在位置为  $O(-50, 50)$ , 坐标单位为 mm, 坐标系原点位于板的中间。考虑到宽带 Lamb 波传播过程分析较为复杂, 同时需要确定波包到达时间, 因此实验采用 Hanning 窗窄带调制的 6 个周期正弦信号作为激励, 激励频率为 200 kHz, 激励信号波形如图 3(a) 所示。

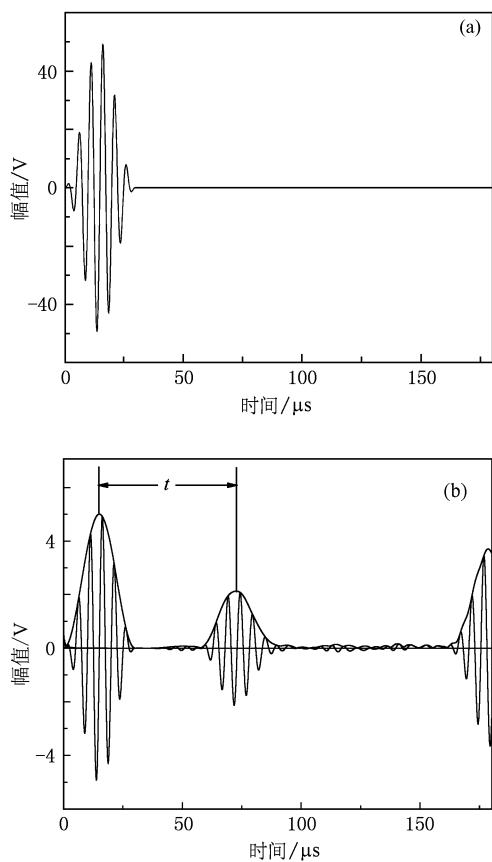


图 3 激励信号传播波形 ( $t$  为传播时间)

### 3.2. 实验结果及分析

根据声波传播的互易性原理, 在驱动/传感器数量为 4 时, 只有 6 组信号是独立的, 分别为  $f_{AB}$ ,  $f_{AC}$ ,  $f_{AD}$ ,  $f_{BC}$ ,  $f_{BD}$  和  $f_{CD}$ , 其中下标第一个字母表示发射传感器编号, 第二个字母表示接收传感器编号。图 4 是结构损伤前后差信号的时域波形图。利用这六个信号的包络和(21)式, 得到的损伤成像结果如图 5(a) 所示。从图中可以大致确定出损伤所在的区域,

取其中一点  $O(-50.8, 50.2)$  作为损伤。无损伤铝板中 Lamb 波传播速度计算方式见表 1, 其中发射传感器激励的信号传播到接收传感器的时间计算参见图 3(b), 图中  $t$  为激励信号与接收信号峰值包络之间的时间差。与频散曲线比较可知, 在 200 kHz 的激发频率下,  $A_0$  模式占主要成分。由于损伤前后信号的传播速度没有大的变化<sup>[25]</sup>, 在下面的损伤成像中, 即(21)式中, 取  $V_g = 3086.7 \text{ m/s}$ 。

根据时间反转法的原理, 每个存在的波源都会令相应的时间反转波场在波源位置聚焦。为了实现损伤的准确定位, 应尽可能完整地截取损伤这个被动波源产生的波形信息, 避免激励信号对定位结果造成的影响。因此, 在图 4 所示的 6 个信号中, 各自截去由发射传感器激励的信号到达损伤的波形, 保留经损伤到达接收传感器的波形(称为损伤反射信号)。根据  $A, B$  和  $C$  这 3 个发射换能器与损伤位置之间的距离计算对应的激励信号到达损伤点的传播时间分别为:  $t_{AO} = 59.42 \mu\text{s}$ ,  $t_{BO} = 70.14 \mu\text{s}$ ,  $t_{CO} = 49.83 \mu\text{s}$ 。据此, 将图 4 中的 6 个信号各自截去激励信号到损伤之间的传播波形得到损伤反射信号, 经时间反转, 此即为有限元模型的激励信号, 如图 6 所示。图中的符号  $f_{(AB-AO)}$  表示图 4 中的  $f_{AB}$  截去由发射传感器  $A$  激励的信号到达损伤  $O$  处的波形得到的时间反转激励信号, 其他符号的含义依次类推。

以图 6 中的各个信号分别作为有限元的激励信号, 在损伤  $O$  处分别得到的聚焦信号如图 7 所示, 它们代表从损伤(二次波源)到达各接收传感器的波形。但与图 4 不同的是, 这些信号的能量更加集中, 克服了 Lamb 波的频散和多模式(或模式转换)现象。本研究采用 Ansys 有限元软件、shell63 壳单元模型模拟无损伤铝板, 单元尺寸划分为  $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ 。铝板的 Young 弹性模量为 72 GPa, 密度为  $2700 \text{ kg/m}^3$ , Poisson 比为 0.3。在图 6 中 6 个信号前面分别加上各自截去的波形, 作为主动激励信号到达损伤的波形, 利用(21)式, 得到的成像结果如图 5(b) 所示。与图 5(a) 相比, 很清楚地看到损伤处的能量集中, 更加真实地反映了损伤发生的位置和区域的大小, 有助于对损伤做出正确的评估。

需要说明的是, 图 5(b) 在表征损伤的几何特征时精度较低, 这是因为实验中 Lamb 波的波长  $\left(\lambda = \frac{V_g}{f} = \frac{3086.7}{200000} = 15 \text{ mm}\right)$  与损伤尺寸(圆孔直径 10 mm)相近, 由于 Lamb 波衍射的影响使得成像的空间分辨率受到限制<sup>[17]</sup>。

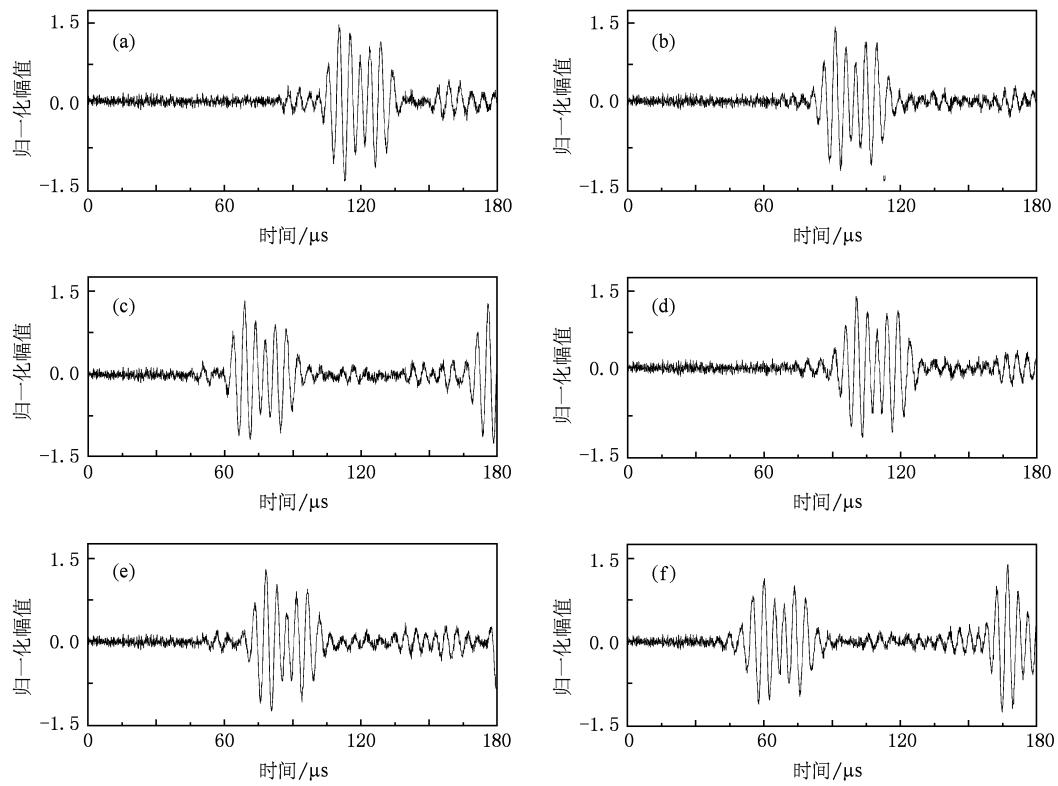
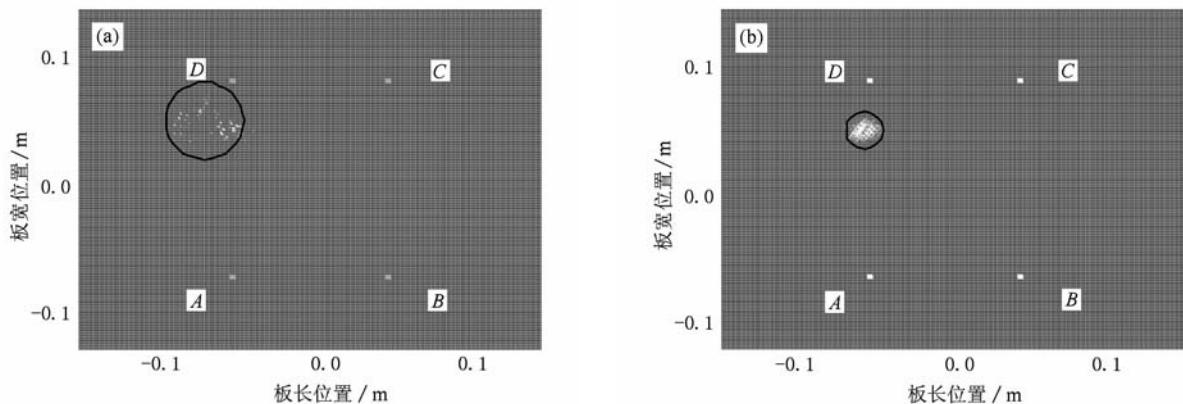
图 4 结构损伤前后的差信号 (a) $f_{AB}$ , (b) $f_{AC}$ , (c) $f_{AD}$ , (d) $f_{BC}$ , (e) $f_{BD}$ , (f) $f_{CD}$ 

图 5 损伤成像结果 (a)结构损伤前后的差信号成像, (b)时间反转成像

表 1  $V_g$  的计算

发射-接收传感器	距离/m	到达时间 $t/\mu\text{s}$	速度 $V_g/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	速度平均值/ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
$AB$	0.1	47.7 – 15.1	3067.5	3086.7
$AC$	0.2	79.3 – 15.1	3108.9	
$AD$	0.1732	72.6 – 15.1	3012.2	
$BC$	0.1732	72.1 – 15.1	3036.6	
$BD$	0.2	80.5 – 15.1	3052.6	
$CD$	0.1	45.9 – 15.1	3242.1	

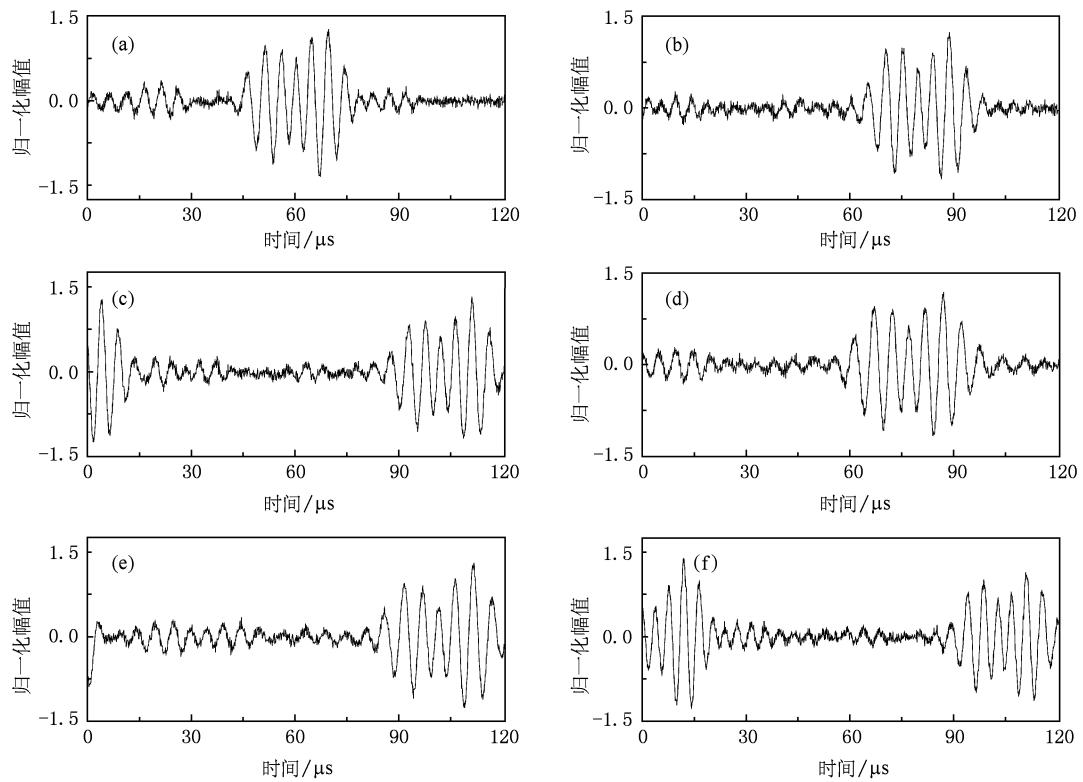


图 6 时间反转激励信号 (a) $f_{(AB-AO)}$ , (b) $f_{(AC-AO)}$ , (c) $f_{(AD-AO)}$ , (d) $f_{(BC-BO)}$ , (e) $f_{(BD-BO)}$ , (f) $f_{(CD-CO)}$

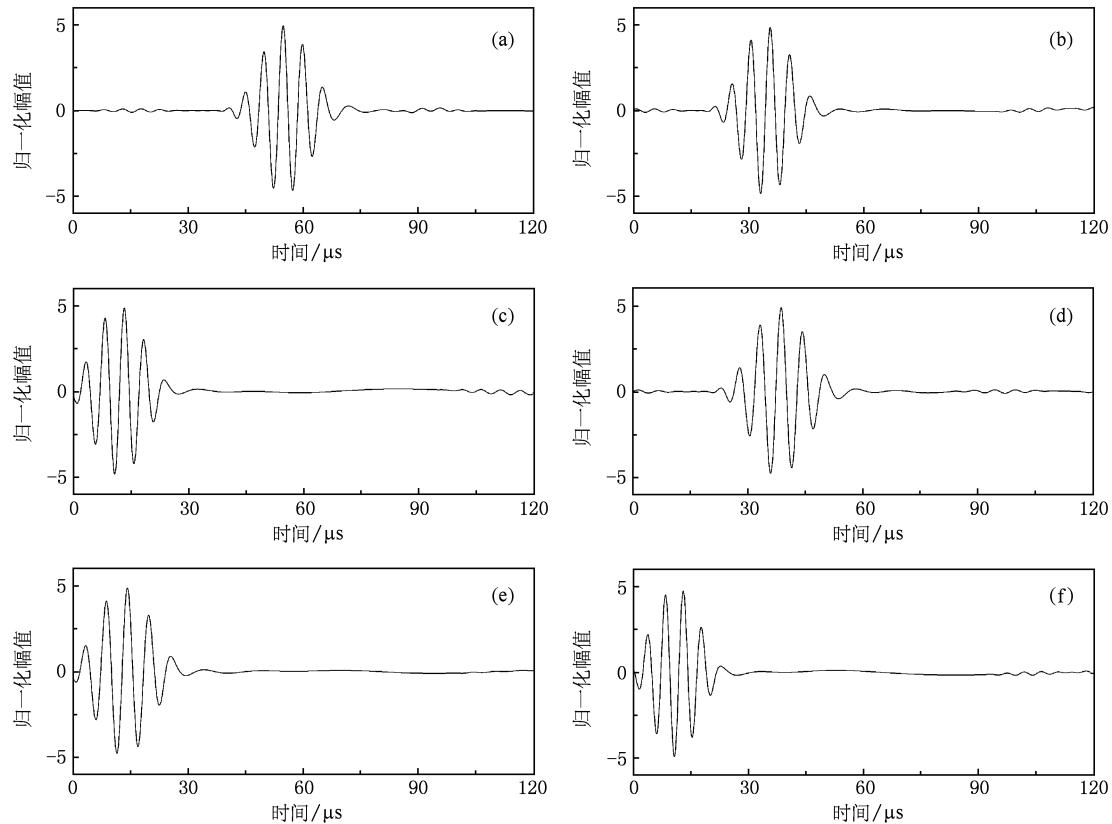


图 7 损伤(二次波源)处的聚焦信号 (a) $f_{(AB-AO)}$ , (b) $f_{(AC-AO)}$ , (c) $f_{(AD-AO)}$ , (d) $f_{(BC-BO)}$ , (e) $f_{(BD-BO)}$ , (f) $f_{(CD-CO)}$

## 4. 结束语

Lamb 波在大型板类结构的健康检测中发挥着重要的作用,然而,频散和多模式使得检测信号的波形较为复杂。本文将时间反转法应用于 Lamb 波的损伤识别,对于分布式传感器网络,从理论上系统地阐述了频散和多模式 Lamb 波在损伤处的聚焦效应,推导出了由损伤这个被动波源产生的时间反转波场幅值的表达式,证实了当观察点位于损伤位置时,时间反转波场的幅值最大。进一步采用实验

与有限元相结合的方法,将实验得到的损伤散射信号作为有限元的激励信号,在无损伤的模型上传播,在损伤处得到了能量较为集中的 Lamb 波信号,较好地克服了 Lamb 波的频散和多模式(或模式转换)现象。采用了一种适合于分布的激励/传感换能器网络的成像方法,该方法可以对损伤定位并近似确定损伤尺寸。与直接利用结构损伤前后的差信号成像结果相比,时间反转成像更加真实地反映了损伤发生的位置和损伤的尺寸,从而有望实现损伤的定量判定。

- 
- [1] Li F C, Meng G 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4265 (in Chinese)  
[李富才、孟光 2008 物理学报 **57** 4265]
  - [2] Zhang H Y, Liu Z Q, Ma X S 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2492  
(in Chinese) [张海燕、刘镇清、马小松 2003 物理学报 **52** 2492]
  - [3] Xiang Y X, Deng M X 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4232
  - [4] Zhu X F 2010 *Chin. Phys. B* in press
  - [5] Lee B C, Staszewski W J 2007 *Smart Mater. Struct.* **16** 260
  - [6] Huang H, Pamphile T, Derriso M 2008 *Smart Mater. Struct.* **17** 1
  - [7] Sohn H, Park H W, Law K H, Farrar C R 2007 *J. Aero. Engng.* **20** 141
  - [8] Park H W, Sohn H, Law K H, Farrar C R 2007 *J. Sound Vib.* **302** 50
  - [9] Butnėnas G, Kažys R 2006 *Ultrasound* **61** 34
  - [10] Butnėnas G, Kažys R 2007 *Ultrasound* **62** 38
  - [11] Ge G D, Wang B Z, Huang H Y, Zheng G 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8249 (in Chinese) [葛广顶、王秉中、黄海燕、郑罡 2009 物理学报 **58** 8249]
  - [12] Huang B, Zhang Y L, Zhang D, Gong X F 2010 *Chin. Phys. B* **19** in press
  - [13] Fink M 1999 *Sci. Am.* **281** 91
  - [14] Edelmann G F, Song H C, Kim S, Hodgkiss W S, Kuperman W A, Akal T 2005 *IEEE J. Ocean. Engng.* **30** 852
  - [15] Fink M, Montaldo G, Tanter M 2003 *Annu. Rev. Biomed. Eng.* **5** 465
  - [16] Ing R, Fink M 1998 *IEEE T. Ultrason. Ferr.* **45** 1032
  - [17] Wang C H, Rose J T, Chang F K 2005 *Smart Mater. Struct.* **13** 415
  - [18] Xu B, Giurgiutiu V 2007 *J. Nondestruct. Eval.* **26** 123
  - [19] Sicard R, Goyette J, Zellouf D 2002 *Ultrasonics* **40** 727
  - [20] Gangadharan R, Murthy C R L, Gopalakrishnan S, Bhat M R 2009 *Ultrasonics* **49** 696
  - [21] Deng F, Wu B, He C F 2008 *Acta Acoust.* **33** 28 (in Chinese)  
[邓菲、吴斌、何存富 2008 声学学报 **33** 28]
  - [22] Park H W, Kim S B, Sohn H 2009 *Wave Motion* **46** 451
  - [23] Núñez I, Ing R K, Negreira C, Fink M 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **107** 2370
  - [24] Núñez I, Negreira C 2005 *J. Acoust. Soc. Am.* **117** 1202
  - [25] Xu Y D, Yuan S F, Peng G 2004 *Acta Aeronauti. Astronaut. Sin.* **25** 476 (in Chinese) [徐颖娣、袁慎芳、彭鸽 2004 航空学报 **25** 476]

# Structural damage imaging based on time-reversal theory for focusing of Lamb waves<sup>\*</sup>

Zhang Hai-Yan<sup>†</sup> Sun Xiu-Li Cao Ya-Ping Chen Xian-Hua Yu Jian-Bo

(School of Communication and Information Engineering, Key Laboratory of Specialty Fiber Optics and Optical Access Networks, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

(Received 9 December 2009; revised manuscript received 18 January 2010)

## Abstract

This study presents a theoretical and experimental investigation of the application of the time-reversed concept to dispersive and multimode Lamb waves for health monitoring of plate-like structures. When a Lamb wave signal is excited in a plate-like structure with damage, the damage will serve as a passive wave source. With the transfer function, the focusing in the time-reversal field composed of distributed transducer network is analyzed by deducing the amplitude expression of the time reversal Lamb wave signals. The result demonstrates that time-reversal signal reaches the maximum amplitude when the observation point is located at the damage location. To validate the focusing effect of the time-reversal method, an efficient imaging method suitable for distributed actuator/sensor networks is adopted for locating and approximate sizing of structural damages. Experimental results combined with finite element simulation illustrate that the inspection energy can be focalized on the damage. It indicates that the time-reversal method is an effective way for identifying and locating damage for Lamb wave inspection.

**Keywords:** Lamb waves, time-reversal, structural damage imaging, focusing effect

**PACC:** 4320, 4335, 4735

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10874110, 10504020), the Shanghai Leading Academic Discipline Project, China (Grant No. S30108) and the Science and Technology Commission of Shanghai Municipality, China (Grant No. 08DZ2231100).

† E-mail: hyzh@shu.edu.cn