

温度对光学微腔光子激子系统玻色凝聚的影响*

程正富[†] 龙晓霞 郑瑞伦

(重庆文理学院物理系, 重庆 402160)

(2010 年 2 月 18 日收到; 2010 年 7 月 19 日收到修改稿)

建立了光学微腔中光子激子系统的物理模型, 确定了光学微腔宽度为常数和可变这两种情况下玻色凝聚时化学势的变化范围和粒子数密度随温度和位置的变化规律. 以半导体 GaAs 光学微腔为例, 探讨了温度对玻色凝聚的影响. 研究表明: 系统出现玻色凝聚时激子化学势的变化范围与材料介电函数、微腔宽度有关, 而光子和激子的粒子数密度及总粒子数还与温度有关. 玻色凝聚温度理论值与实验值接近. 刚出现玻色凝聚时, 光子和激子的粒子数密度几乎相等, 且局限在 $r=0$ 的附近; 随着温度的降低, 光子和激子的粒子数密度都增加, 且存在的范围也不断扩大; 不论光学微腔宽度是否可变, 光子和激子的粒子数密度以及总粒子数都随温度的降低而增大, 光子数总是多于激子数.

关键词: 光学微腔, 光子激子系统, 玻色凝聚, 温度

PACC: 0530

1. 引 言

自 1924 年预言玻色凝聚现象以来, 如何在实验室中实现并观察该现象是一个重要问题. 20 世纪 80 年代以来, 激光冷却、磁光陷阱等技术的突破性进展, 为实现玻色凝聚创造了条件, 并于 1995 年实现了碱金属蒸气的玻色凝聚^[1]. 1997 年实验观察到两凝聚体重叠时物质波的干涉条纹, 说明凝聚体原子是长程相关和相干的^[2]. 实验表明: 在含量子阱的光学微腔共振激发时, 会出现光子激子系统的玻色凝聚^[3-5]. 文献[6]对 GaAs 光学微腔的光子激子系统的玻色凝聚进行了实验研究, 表明温度低于玻色凝聚临界温度 T_c 时, 微腔中会发生玻色凝聚. 文献[7-10]对玻色凝聚临界温度与势场的关系、临界温度附近热容量随温度变化的规律、粒子数判据等进行了研究. 文献[11]探讨了存在排斥作用下中性原子玻色凝聚的计算方法和相位扩散. 文献[12, 13]分别研究了囚禁在双势阱中冷原子的动力学状态和一个光学微腔中的约瑟夫森结的平均场动力学特点, 而文献[14, 15]对微腔阵列中偏振光的量子磁性和两个弱关联的光学微腔中的约瑟夫森效应进行了研究. 但是, 这些研究未探讨玻色凝聚时

粒子数随位置和温度的变化规律. 对这个问题的研究, 不仅对丰富和完善微腔量子电动力学有重要的理论意义, 而且对研制无感应极化声子激光器等也有重要的应用价值. 为此, 本文将以前 GaAs 光学微腔为例, 探讨温度对光学微腔光子激子系统玻色凝聚的影响.

2. 物理模型和满足的方程

在激光和探针的作用下, 样品中会形成宽度 L_0 为常数和宽度 L 可变的光学微腔^[6] (图 1). 在激光和探针施以的简谐力作用下, 微腔中形成垂直于 z 轴方向的量子阱. 当系统能量极小时, 光子和激子处于相位相反的玻色凝聚态. 一般情况下, 系统状态为

$$\psi = \begin{pmatrix} \varphi(r) \\ \chi(r) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

式中 $\varphi(r)$ 和 $\chi(r)$ 为光子和激子的波函数, $|\varphi|^2$ 和 $|\chi|^2$ 为光子数密度和激子数密度. 系统能量为

$$E = \int \psi^\dagger \hat{H} \psi d\tau. \quad (2)$$

系统哈密顿量 \hat{H} 为光子哈密顿量 \hat{H}_{ph} 、激子哈密顿

* 重庆市教育委员会科学技术研究计划(批准号: KJ071206)资助的课题.

[†] E-mail: chzhfu@163.com

量 \hat{H}_{ex} 、激子和光子交换相互作用哈密顿量 \hat{H}_{in} 、因激子密度非均匀性和激子的化学势 μ 产生的附加能量 $\hat{H}_{\mu g}$ 之和,即

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{ph}} + \hat{H}_{\text{ex}} + \hat{H}_{\text{in}} + \hat{H}_{\mu g}. \quad (3)$$

这里^[7]

$$\hat{H}_{\text{ph}} = \frac{\pi \hbar c}{L(r)} - \frac{\hbar^2}{2} \nabla_2 \frac{1}{m_{\text{ph}}} \nabla_2,$$

$$\hat{H}_{\text{ex}} = -\frac{\hbar^2}{2m_{\text{ex}}} \nabla^2 + V(r) + E_0,$$

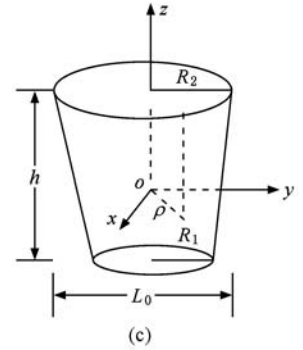
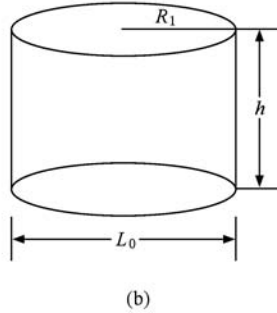
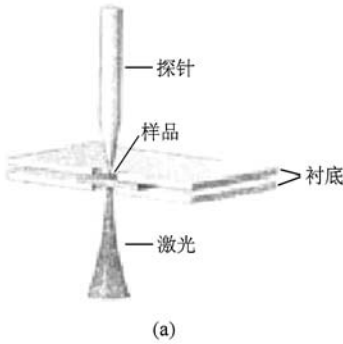


图 1 光学微腔示意图^[6] (a) 光学微腔的形成, (b) 宽度 L_0 为常数, (c) 宽度 L 可变

将(1), (3)式代入(2)式,得到系统的能量函数为

$$\begin{aligned} E(\varphi, \varphi^*, \chi, \chi^*) = & \int \left[-\frac{\hbar c}{2\pi} \varphi^* \partial_\mu L(r) \partial_\mu \varphi \right. \\ & + \frac{\pi \hbar c}{L(r)} |\varphi|^2 - \frac{\hbar^2}{2m_{\text{ex}}} \chi^* \partial_\mu^2 \chi \\ & + V(r) |\chi|^2 + E_0 \chi^2 + \frac{g}{2} |\chi|^4 \\ & + \frac{1}{2} \hbar \Omega (\varphi^* \chi + \chi^* \varphi) \\ & \left. - \mu (|\varphi|^2 + |\chi|^2) \right] d\tau, \quad (4) \end{aligned}$$

式中 $\partial_\mu = \partial/\partial x_\mu$, x_μ 为相应坐标系中的分量. 玻色凝聚时系统能量极小, 能量函数的变分应为零. 设材料介电函数为 ε , 由精细结构常数 $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$ 和有

效玻尔半径 $a_0 = \frac{\varepsilon \hbar^2}{m_{\text{ex}} e^2}$, 可得

$$\hbar c = \frac{\varepsilon \hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0}.$$

图 1 所示的光学微腔具有柱对称性, 令 $r = \frac{\rho}{2R_2}$, 将能量函数分别对 $\rho = 2R_2 r$ 和对 φ 变分并令其为零, 由(4)式得到

$$\hat{H}_{\text{in}} = \hbar \Omega,$$

$$\hat{H}_{\mu g} = \frac{1}{2} g |\chi|^2 - \mu,$$

其中 m_{ph} 是光子有效质量, 它与宽度 L 的关系为 $m_{\text{ph}} = \pi \hbar / (cL(r))$; $\hbar \Omega$ 是极化声子裂变能; ∇_2 是垂直于 z 轴的平面内的梯度算符; E_0 和 $V(r)$ 分别为激子的静止能和势能; m_{ex} 和 μ 分别为激子的有效质量和化学势; g 称为非均匀参量, 它描述了激子非均匀性对能量的修正, 修正量 ΔE_{ex} 与激子数密度 $|\chi|^2$ 成正比, $\Delta E_{\text{ex}} = \frac{1}{2} g |\chi|^2$.

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2\pi} \frac{\varepsilon}{\alpha} \frac{\hbar^2}{m_{\text{ex}} a_0} \left[L(r) \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{dL}{dr} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{L(r)}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right] \varphi(r) \\ + \left[\frac{\pi}{L(r)} \frac{\varepsilon}{\alpha} \frac{\hbar^2}{m_{\text{ex}} a_0} - \mu \right] \varphi(r) + \frac{\hbar \Omega}{2} \chi(r) = 0, \quad (5) \\ -\frac{1}{2} \frac{\hbar^2}{m_{\text{ex}}} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \chi(r) + [V(r) - \mu] \chi(r) \\ + g |\chi(r)|^2 \chi(r) + \frac{\hbar \Omega}{2} \varphi(r) = 0. \end{aligned}$$

3. 玻色凝聚时化学势的变化范围

当温度不高时, 微腔中粒子状态随位置变化不大, 因而(5)式中梯度项可忽略, 由(5)式得

$$\begin{aligned} \left[\frac{\pi \varepsilon \hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)} - \mu \right] \varphi(r) + \frac{\hbar \Omega}{2} \chi(r) = 0, \quad (6) \\ [V(r) - \mu] \chi(r) + g |\chi(r)|^2 \chi(r) \\ + \frac{\hbar \Omega}{2} \varphi(r) = 0. \end{aligned}$$

由(6)式的第一式得到光子的波函数 $\varphi(r)$ 与激子的波函数 $\chi(r)$ 的关系为

$$\varphi(r) = -\frac{\hbar \Omega}{2} \frac{\chi(r)}{\frac{\pi \varepsilon \hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)} - \mu}. \quad (7)$$

另一方面, $\varphi(r)$ 和 $\chi(r)$ 可写成复数形式. 令

$$\varphi = |\varphi| \exp(i\varphi_1),$$

$$\chi = |\chi| \exp(i\varphi_2),$$

当 $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ 时, $\varphi(r)$ 和 $\chi(r)$ 的符号相反, 即发生

玻色凝聚. 由(7)式可以看出, 当 $\mu < \frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)}$

时, $\varphi(r)$ 和 $\chi(r)$ 的符号相反. 由此可知, 当玻色凝聚时, 化学势的最大值

$$\mu_{\text{max}} = \frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)}.$$

将(7)式代入(6)式的第二式, $\chi(r)$ 应满足如下方程:

$$\chi(r) \left\{ |\chi(r)|^2 - \frac{1}{g} \left[\frac{(\hbar\Omega/2)^2}{\frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)} - \mu} - V(r) + \mu \right] \right\} = 0. \quad (8)$$

由于玻色凝聚时 $\chi(r) \neq 0$, 于是

$$\left\{ |\chi(r)|^2 - \frac{1}{g} \left[\frac{(\hbar\Omega/2)^2}{\frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)} - \mu} - V(r) + \mu \right] \right\} = 0.$$

再由 $|\chi|^2 > 0$, 可得到化学势的最小值

$$\mu_{\text{min}} = \frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)} - \frac{\hbar\Omega}{2}.$$

玻色凝聚时的化学势 μ 在最大值 μ_{max} 与最小值 μ_{min} 之间变化, 即满足

$$\left[\frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)} - \frac{\hbar\Omega}{2} \right] < \mu < \frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)}. \quad (9)$$

(9)式表明, 玻色凝聚时化学势 μ 的变化范围与材料介电函数 ε 、微腔宽度 L 有关.

4. 临界温度以及粒子数密度随位置和温度的变化

激子化学势 μ 与温度 T 的关系为^[16]

$$\mu(T) = \mu(0) \left[1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{k_B T}{\mu(0)} \right)^2 \right], \quad (10)$$

式中 $\mu(0)$ 为温度 $T = 0$ K 时的化学势, 它与激子浓度 n 的关系为 $\mu(0) = \hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3} / (2m_{\text{ex}})$; k_B 为玻尔兹曼常数. 由(9)和(10)式可得到玻色凝聚临界温度为

$$T_c = \frac{2\sqrt{3}}{\pi k_B} \mu(0) \left[1 - \frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)} + \frac{\hbar\Omega}{2} \right]^{1/2}. \quad (11)$$

由(6)式可求得玻色凝聚态的光子数密度 $|\varphi|^2$ 和激子数密度 $|\chi|^2$ 分别为

$$|\varphi(r)|^2 = \left(\frac{\hbar\Omega}{2} \right)^2 \frac{1}{g \left[\frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)} - \mu \right]^2} \times \left\{ \frac{(\hbar\Omega)^2}{4 \left[\frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)} - \mu \right]} - V(r) + \mu \right\},$$

$$|\chi(r)|^2 = \frac{1}{g} \left\{ \frac{(\hbar\Omega/2)^2}{\left[\frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)} - \mu \right]} - V(r) + \mu \right\}. \quad (12)$$

由(10)和(12)式可以看出, 玻色凝聚时的粒子数密度 $|\varphi|^2$ 和 $|\chi|^2$ 除与 ε 、微腔宽度有关外, 还与势阱 $V(r)$ 和化学势 μ 有关, 而 $\mu = \mu(T)$, 因此, $|\varphi|^2$ 和 $|\chi|^2$ 也与温度 T 有关.

在探针施以垂直于 z 轴方向的简谐力作用下, 可令 $V(r) = V_0 r^2 / 2$. 对于图 1(b), $L(r) = L_0$; 而对于图 1(c), $L(r) = 2L_0 [\Delta x + 1]r$, 其中 $\Delta x = (R_2 - R_1) / R_1$ 是一小量. 将 $V(r), L(r)$ 代入(11), (12)式, 得到化学势 μ 的变化范围和玻色凝聚临界温度 T_c 以及光子数密度 $|\varphi|^2$ 和激子数密度 $|\chi|^2$. 对图 1(b)所示的光学微腔, $L(r) = L_0$, 有

$$\left[\frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L_0} - \frac{\hbar\Omega}{2} \right] < \mu < \frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L_0}, \quad (13)$$

$$T_c = \frac{2\sqrt{3}}{\pi k_B} \mu(0) \left[1 - \frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L_0} + \frac{\hbar\Omega}{2} \right]^{1/2}, \quad (14)$$

$$|\varphi(r)|^2 = \frac{(\hbar\Omega)^2}{4g \left[\frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L_0} - \mu(T) \right]^2} \times \left\{ \frac{(\hbar\Omega)^2}{4 \left[\frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L_0} - \mu(T) \right]} - \frac{1}{2} V_0 r^2 + \mu(T) \right\}, \quad (15)$$

$$|\chi(r)|^2 = \frac{1}{g} \left\{ \frac{(\hbar\Omega)^2}{4 \left[\frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L_0} - \mu(T) \right]} - \frac{1}{2} V_0 r^2 + \mu(T) \right\}. \quad (16)$$

对图 1(c) 所示的光学微腔, $L(r) = 2L_0[\Delta x + 1]r$, 有

$$\left[\frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)} - \frac{\hbar\Omega}{2} \right] < \mu < \frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)}, \quad (17)$$

$$T_c = \frac{2\sqrt{3}}{\pi k_B} \mu(0) \left[1 - \frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)} + \frac{\hbar\Omega}{2} \right]^{1/2}, \quad (18)$$

$$|\varphi(r)|^2 = \frac{(\hbar\Omega)^2}{4g \left[\frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)} - \mu(T) \right]^2} \times \left\{ \frac{(\hbar\Omega)^2}{4 \left[\frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)} - \mu(T) \right]} - \frac{1}{2} V_0 r^2 + \mu(T) \right\}, \quad (19)$$

$$|\chi(r)|^2 = \frac{1}{g} \left\{ \frac{(\hbar\Omega)^2}{4 \left[\frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\alpha m_{\text{ex}} a_0 L(r)} - \mu(T) \right]} - \frac{1}{2} V_0 r^2 + \mu(T) \right\}. \quad (20)$$

将 $|\varphi|^2$ 和 $|\chi|^2$ 在 $r = -1.0$ 到 $r = 1.0$ 积分, 可得到微腔宽度为常数和可变两种情况下垂直于 z 轴的平面内的光子数 N_{ph} 和激子数 N_{ex} . 对图 1(b) 所示的光学微腔, 光子数 N_{ph} 和激子数 N_{ex} 可分别表示为

$$N_{\text{ph}} = \frac{(\hbar\Omega)^2 (\alpha m_{\text{ex}} a_0 L_0)^2}{2g (\pi\varepsilon\hbar^2 - \alpha m_{\text{ex}} a_0 L_0 \mu)^2} \times \left[\frac{(\hbar\Omega)^2 \alpha m_{\text{ex}} a_0 L_0}{4 (\pi\varepsilon\hbar^2 - \alpha m_{\text{ex}} a_0 L_0 \mu)} + \mu - \frac{1}{4} V_0 \right], \quad (21)$$

$$N_{\text{ex}} = \frac{2}{g} \left[\frac{(\hbar\Omega)^2 \alpha m_{\text{ex}} a_0 L_0}{4 (\pi\varepsilon\hbar^2 - \alpha m_{\text{ex}} a_0 L_0 \mu)} + \mu - \frac{1}{4} V_0 \right]. \quad (22)$$

对图 1(c) 所示的光学微腔, 令 $B' = 2\alpha m_{\text{ex}} a_0 L_0 \Delta x$, 光子数 N_{ph} 可表示为

$$N_{\text{ph}} = \frac{(\hbar\Omega)^2}{4g} (I_1 - I_2 + I_3), \quad (23)$$

式中

$$I_1 = - \left(\frac{\hbar\Omega}{2} \right)^2 \frac{1}{\mu^4 B'} \left\{ 2\mu B' + 3\pi\varepsilon\hbar^2 \ln \left| \frac{\mu B' - \pi\varepsilon\hbar^2}{\mu B' + \pi\varepsilon\hbar^2} \right| - \frac{6(\pi\varepsilon\hbar^2)^3}{(\mu B')^2 - (\pi\varepsilon\hbar^2)^2} + \frac{2(\pi\varepsilon\hbar^2)^4 \mu B'}{[(\mu B')^2 - (\pi\varepsilon\hbar^2)^2]^2} \right\},$$

$$I_2 = \frac{V_0}{2B^3 \mu^5} \left\{ \frac{1}{3} [(\mu B' - \pi\varepsilon\hbar^2)^3 + (\mu B' + \pi\varepsilon\hbar^2)^3] \right.$$

$$\left. + 6(\pi\varepsilon\hbar^2)^2 \mu B' + 4(\pi\varepsilon\hbar^2)^3 \ln \left| \frac{\mu B' - \pi\varepsilon\hbar^2}{\mu B' + \pi\varepsilon\hbar^2} \right| - \frac{2(\pi\varepsilon\hbar^2)^5}{(\mu B')^2 - (\pi\varepsilon\hbar^2)^2} \right\},$$

$$I_3 = \frac{1}{B' \mu^2} \left[2\mu B' + 2\pi\varepsilon\hbar^2 \ln \left| \frac{\mu B' - \pi\varepsilon\hbar^2}{\mu B' + \pi\varepsilon\hbar^2} \right| - \frac{2(\pi\varepsilon\hbar^2)^5}{(\mu B')^2 - (\pi\varepsilon\hbar^2)^2} \right];$$

激子数 N_{ex} 可表示为

$$N_{\text{ex}} = \frac{2}{g} \left(\mu - \frac{1}{4} V_0 \right) + \frac{(\hbar\Omega)^2}{4gB'} \times \left[\frac{2B'}{\mu} + \frac{\pi\varepsilon\hbar^2}{\mu^2} \ln \left| \frac{\mu B' - \pi\varepsilon\hbar^2}{\mu B' + \pi\varepsilon\hbar^2} \right| \right]. \quad (24)$$

5. 温度对系统玻色凝聚的影响

下面以 GaAs 光学微腔为例进行计算, 探讨温度的影响. 实验和理论计算都表明^[16], GaAs 激子的有效质量 $m_{\text{ex}} = 0.45m_0$, 其中 m_0 为电子静止质量, 文献[5]给出激子浓度 $n = 2.233 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$. 由此求得 $\mu(0) = \hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3} / (2m_{\text{ex}})$, 进而由 (10) 式求得 $\mu(T)$. 至于 ε , 可由文献[17]给出的 $\varepsilon_r = 13.13$ 求出 $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 = 1.1625 \times 10^{-10} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$. 文献[18]给出 GaAs 的 $\hbar\Omega = 0.01 \text{ meV}$, $g = 4.868 \times 10^{-25} \text{ J}$, 而文献[4]给出 $V_0 = 480 \text{ eV} \cdot \text{cm}^{-2}$, 可由文献[6]的实验结果估计得到 $\Delta x = 0.05$. 本文计算中取 $L_0 = 10 \text{ nm}$, $R_2 = 10 \text{ nm}$.

5.1. 玻色凝聚温度和激子化学势的变化范围

对图 1(b) 所示的光学微腔, 将上述数据代入 (14) 式求出 $T_c = 8.9 \text{ K}$, 与文献[6]的实验值 ($T_c = 9.7 \text{ K}$) 接近. 对图 1(c) 所示的光学微腔, 由 (18) 式求得 $8.5 \text{ K} < T_c < 8.9 \text{ K}$. 玻色凝聚出现的温度范围为 $0 < T < T_c$. 再将上述数据代入 (13) 和 (17) 式, 得到微腔宽度为常数和微腔宽度可变两种情况下玻色凝聚时激子化学势 μ 的变化范围, 结果如图 2 所示.

由图 2 可以看出: 当 L 为常数时, 激子化学势变化范围及其最大、最小值都与位置无关; 而微腔宽度 L 可变时, 化学势与位置有关, $r = 0$ 附近的化学势为极小, 表明凝聚态将局限在 $r = 0$ 附近.

5.2. 粒子数密度随位置的变化

将上述数据代入 (15), (16) 和 (19), (20) 式,

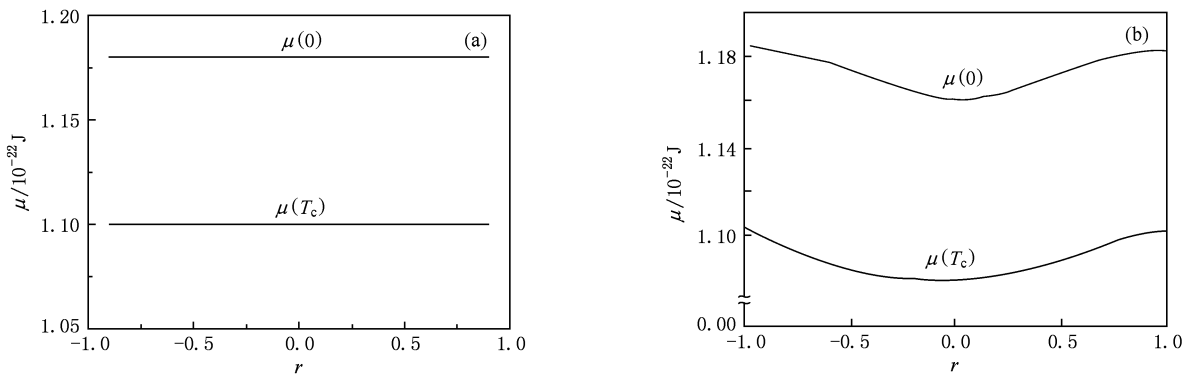


图2 激子的化学势 μ 的变化范围 (a) 微腔宽度 L 为常数, (b) 微腔宽度 L 可变

可分别得到微腔宽度为常数和可变两种情况下, 玻色凝聚时光子数密度 $|\varphi|^2$ 和激子数密度 $|\chi|^2$ 随位置的变化, 结果分别如图 3 和图 4 所示, 其中图 3

(a) 和图 4(a) 是温度 T 接近临界温度 T_c 时的结果, 图 3(b) 和图 4(b) 是温度较低时的结果, 图 3(c) 和图 4(c) 是温度更低时的结果.

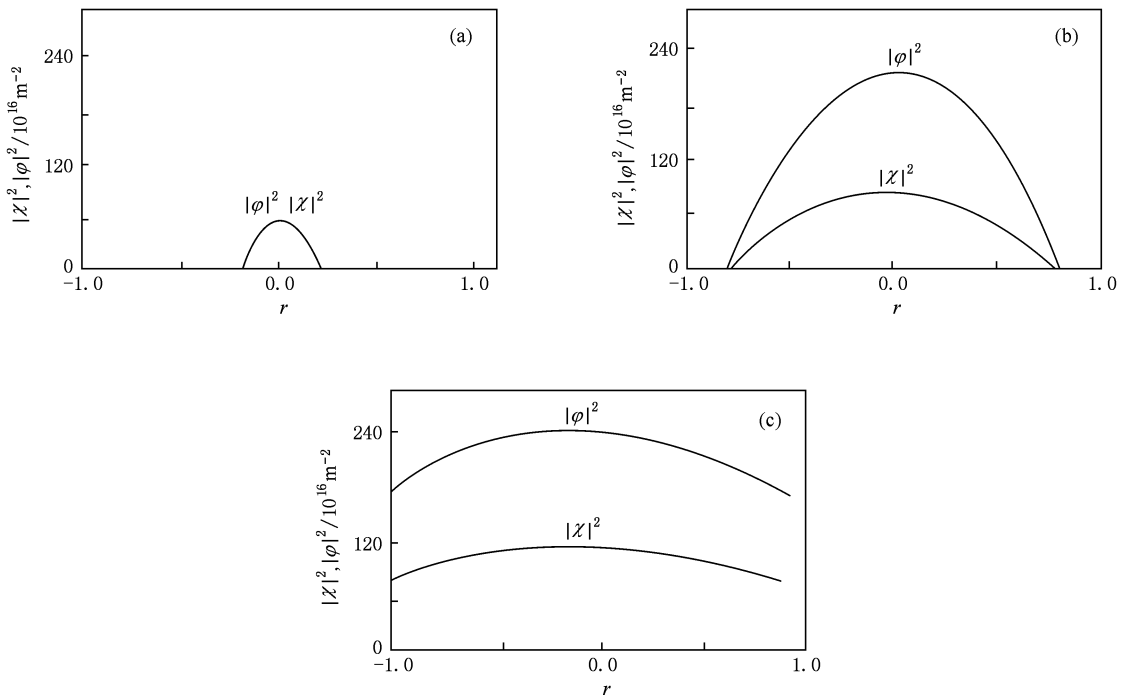


图3 微腔宽度为常数时光子数密度和激子数密度随位置的变化 (a) $T=8.5$ K, (b) $T=4.0$ K, (c) $T=1.0$ K

由图 3 和图 4 可以看出: 不论微腔宽度是否可变, 当温度 T 接近临界温度 T_c 时, $|\varphi|^2$ 与 $|\chi|^2$ 的曲线几乎重合(见图 3(a) 和图 4(a)). 这说明光子数密度和激子数密度几乎相等, 而且都很小, 并分布在 $r=0$ 附近. 随着温度的降低, 光子数密度和激子数密度增大(见图 3(b), (c) 和图 4(b), (c)), 且光子和激子的分布范围也随着温度的降低而增大. 例如, 当 $T=8.5$ K 时, 光子和激子的分布范围为 $-0.127 < r < 0.127$; 而 $T=1$ K 时, 分布范围几乎为整

个微腔.

5.3. 粒子数密度随温度的变化

图 5 给出了 $r=0$ 附近光子数密度和激子数密度随温度 T 的变化, 其中实线是微腔宽度 L 为常数的情况, 而虚线是微腔宽度 L 可变的情况. 从图 5 可以看出: 不管微腔宽度 L 是否可变, 粒子数密度都随温度的降低而增大, 但光子数密度比激子数密度增加得更快. 而且, 当温度很低时, 粒子数密度几乎与

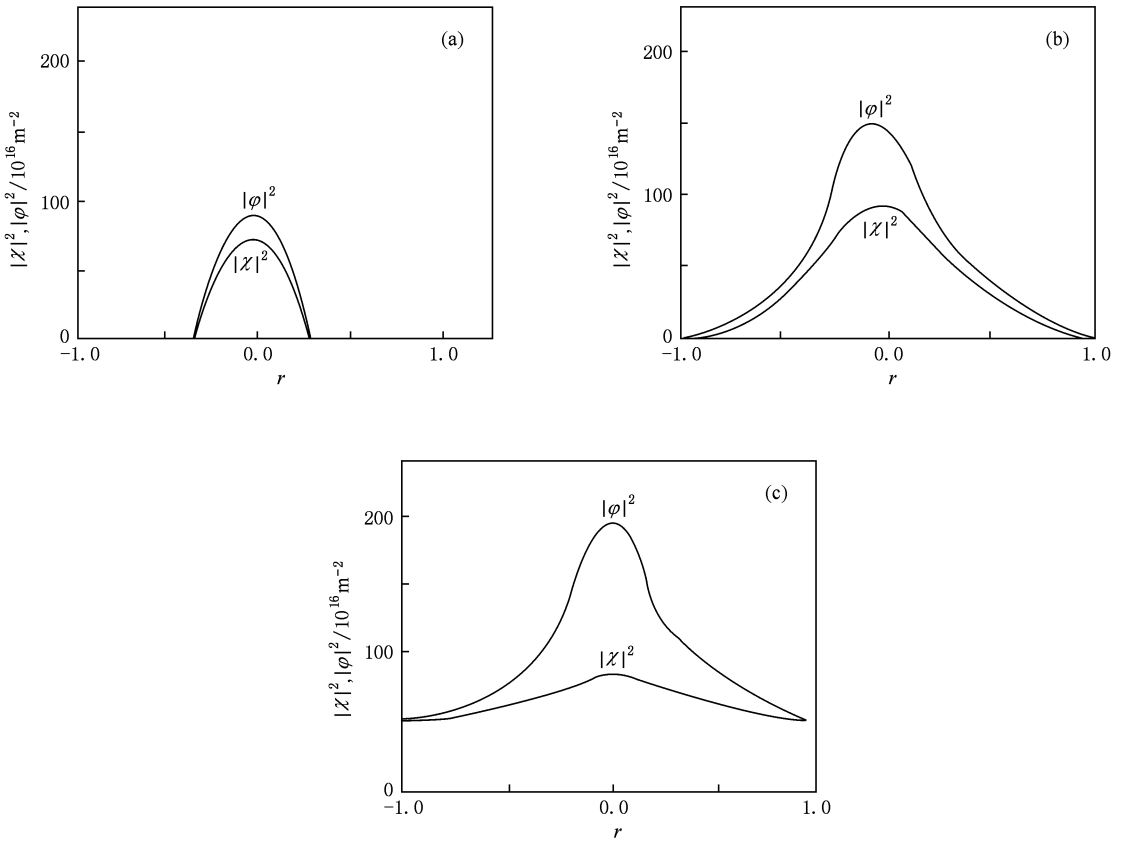


图4 微腔宽度可变时光子数密度和激子数密度随位置的变化 (a) $T=8.5$ K, (b) $T=7.0$ K, (c) $T=5.0$ K

温度无关.

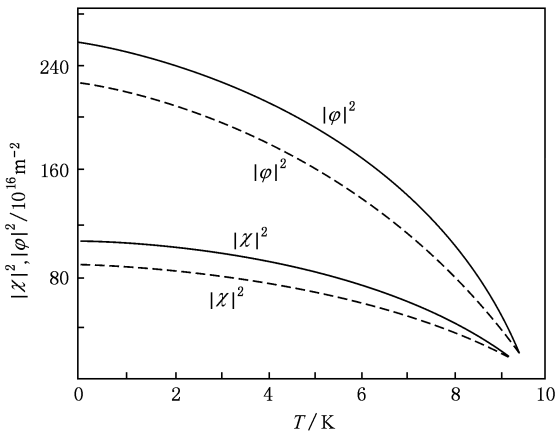


图5 光子数密度和激子数密度随温度的变化

5.4. 粒子数随温度的变化

由(21)—(24)式可得到光子数 N_{ph} 和激子数 N_{ex} 随温度的变化,结果如图6所示,其中实线是微腔宽度 L 为常数的情况,虚线是微腔宽度 L 可变的的情况.由图6可以看出:不论微腔宽度 L 是否可变,

N_{ph} 和 N_{ex} 都随温度 T 的降低而增大,其中光子数增加得更快并多于激子数.光子数占总粒子数的比例也随温度的降低而增大.例如,当温度 $T=8.5$ K 时,光子数占总粒子数的51%;而当温度 $T=1$ K 时,光子数占总粒子数的71%.从图6还可以看出,微腔宽度为常数时的粒子数要大于光学微腔宽度可变时的相应值.

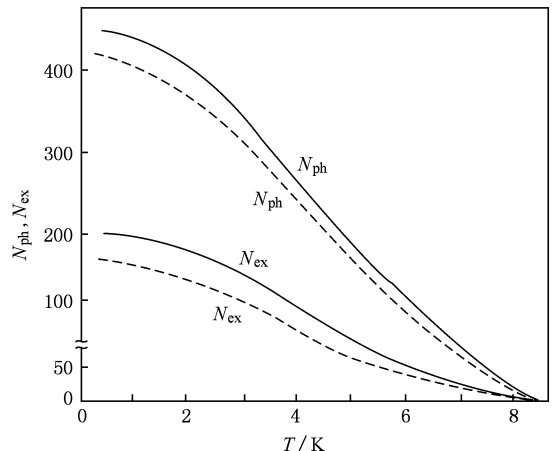


图6 光子数 N_{ph} 和激子数 N_{ex} 随温度的变化

6. 结 论

本文对光学微腔中的光子激子系统玻色凝聚进行了研究. 研究表明: 玻色凝聚时激子化学势的变化范围与材料介电函数、微腔宽度有关, 而光子和激子的数密度以及总粒子数则还与温度有关. 所研究系统的玻色凝聚临界温度为 8.9 K, 理论值与实验值接近. 玻色凝聚时的激子化学势变化范围及

其最大值、最小值在微腔宽度为常数时与位置无关, 而微腔宽度可变时则与位置有关且在 $r=0$ 附近化学势最小. 无论光学微腔宽度是否可变, 接近临界温度 T_c 时, 玻色凝聚时光子和激子的数密度几乎相等, 总粒子数很少且局限在 $r=0$ 附近; 随着温度的降低, 光子和激子的数密度以及总粒子数都增大, 粒子存在范围也不断扩大, 并且光子数所占总粒子数的比例也增大, 随着温度的降低光子数比激子数增加得更快.

-
- [1] Anderson M R, Mewes M O, van Druten N J, Durfee D S, Kurn D M, Ketterle W 1996 *Science* **273** 84
 - [2] Andrews M R, Townsend C G, Miesner H J, Durfee D S, Kurn D M, Ketterle W 1997 *Science* **275** 637
 - [3] Imamoglu A, Ram R 1996 *J. Phys. Lett. A* **214** 193
 - [4] Loruovik Y E, Semielov A G, Vilangder M 2006 *Theor. Exp. Phys.* **84** 176 (in Russian)
 - [5] Loruovik Y E, Semielov A G 2007 *Theor. Exp. Phys.* **86** 1007 (in Russian)
 - [6] Baliti R, Hartwelt V, Snoko D 2007 *Science* **316** 1007
 - [7] Bonolowa N S, Noruvik Y Y 2008 *Phys. Stat. Sol.* **50** 1496 (in Russian)
 - [8] Yu X C, Mo Y 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4075 (in Chinese) [余学才、莫影 2004 物理学报 **53** 4075]
 - [9] Cui H T, Wang L C, Yi X X 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 991 (in Chinese) [崔海涛、王林成、衣学喜 2004 物理学报 **53** 991]
 - [10] Yu X C, Ye Y T, Cheng L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 551 (in Chinese) [余学才、叶玉堂、程琳 2006 物理学报 **55** 551]
 - [11] Tan W H, Yan K Z 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1983 (in Chinese) [谭维翰、闫珂柱 1999 物理学报 **48** 1983]
 - [12] Zhang J M, Liu W M, Zhou D L 2008 *Phys. Rev. A* **77** 33620
 - [13] Zhang J M, Liu W M, Zhou D L 2008 *Phys. Rev. A* **78** 43618
 - [14] Ji A C, Xie X C, Liu W M 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 183602
 - [15] Ji A C, Sun Q, Xie X C, Liu W M 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 23602
 - [16] Kittel C 1956 *Introduction to Solid State Physics* (2nd ed) (New York: John Wiley & Sons Inc.) p188
 - [17] Cuiti C, Schwendimann P, Quattropani A 2003 *Semicond. Sci. Techn.* **18** S27
 - [18] Shen X C 2002 *Spectra and Optical Properties of Semiconductor* (Beijing: Science Press) p604 (in Chinese) [沈学础 2002 半导体光谱和光学性质 (北京: 科学出版社) 第 604 页]

Influence of temperature on the Bose condensation of photons and excitons in optic microcavity*

Cheng Zheng-Fu[†] Long Xiao-Xia Zheng Rui-Lun

(*Department of Physics, Chongqing University of Arts and Science, Chongqing 402160, China*)

(Received 18 February 2010; revised manuscript received 19 July 2010)

Abstract

In this paper, an exciton-photon model is created in an optic microcavity, and then in Bose condensation (BC), the variations of chemical potential range and number density of particles with temperature and position are studied in cases: constant width and varying width. Taking a semiconductor optic microcavity GaAs as example, the influence of temperature on BC is analyzed. The result shows that the range of chemical potential is related to dielectric function and microcavity width, while the number densities of photons and excitons and the sum of both particle numbers are related not only to them but also to temperature. The theoretical temperature of BC of GaAs is close to the experimental value. The densities of photons and excitons are almost equal, and their distributions are restricted to $r=0$ when BC occurs. With the reduction of temperature the number densities of both particles increase and their distributions expand, and the number of photons is more than that of excitons no matter how the width of optic microcavity changes.

Keywords: optic microcavity, photonic and excitonic system, Bose condensation, temperature

PACC: 0530

* Project supported by the Science and Technology Research Program of the Education Committee of Chongqing, China (Grant No. KJ071206).

[†] E-mail: chzhfu@163.com