

采用磁电换能器的振动能量采集器^{*}

代显智 文玉梅[†] 李 平 杨 进 江小芳

(重庆大学光电工程学院, 教育部光电技术及系统重点实验室, 重庆 400044)

(2009 年 5 月 26 日收到; 2009 年 7 月 8 日收到修改稿)

采用磁致伸缩/压电层合磁电换能器设计了一个振动能量采集器, 该能量采集器采用悬臂梁作为振动敏感机构, 并用四个 NdFeB 磁铁组成磁路放在悬臂梁末端. 该磁路在空气隙中产生梯度较大的非均匀磁场, 使得磁电换能器在较小的振动下感应到较大的磁场变化量, 输出较高的功率. 利用等效磁荷理论, 分析了空气隙磁场分布以及振动时磁路受到的磁力, 并用林斯特特-庞加莱法研究了能量采集器的非线性振动特性, 同时将能量采集器的振动方程和换能器的磁电特性结合, 分析了能量采集器谐振时的机-磁-电转换特性. 通过实验表明: 理论与实验符合得较好, 且在加速度 $A = 0.5g$, 频率 $f = 33 \text{ Hz}$ 的条件下, 能量采集器获得了 $112.4 \mu\text{W}$ 的功率.

关键词: 振动能量采集, 磁致伸缩/压电层合材料, 机磁电转换, 非线性振动

PACC: 8630Z, 7580

1. 引 言

能量采集也称为自供电, 它将环境中其他形式的能量转化为电能, 为电子系统供电. 能量采集可利用振动、温度梯度、电磁场、化学能、光、风、热等能源^[1]. 由于振动在环境中普遍存在, 与其他能量相比便于利用, 所以振动能量采集器是目前研究较多的一种能量采集方案. 将振动转换为电能的方式有电磁方式、静电方式、压电方式、磁电方式^[2]. 电磁方式是利用电磁感应原理来发电, 产生的电压低, 在 $0.1\text{--}0.2 \text{ V}$ 左右^[2], 需要使用变压器升压, 增加了后续电路的复杂性, 降低了输出功率密度. 静电方式是利用两个带电板相对运动来发电, 要求有一个独立的电压源或电荷源提供初始电压或电荷, 这在有一些情况下难以实施^[3]. 压电方式是利用压电效应发电, 具有结构简单、输出电压和输出功率密度高等优点^[4]. 磁电方式可利用磁致伸缩/压电层合材料的磁电效应发电, 即能量采集器将振动转化为磁场的变化, 在变化磁场的作用下, 磁致伸缩层产生机械应变, 机械应变通过黏结层传递到压电层产生电输出^[5]. 由于磁致伸缩材料具有很高的能量密度和磁-机耦合系数, 在较小变化磁场的作用下, 能使层合材料产生较大的电压输出, 所以磁电方式不仅具有压

电方式的优点, 而且比压电方式能产生更高的功率输出^[6,7]. 另外, 从磁电方式的原理知: 磁电方式是通过感应变化磁场来实现能量采集. 所以, 用它还可以采集电磁波能量, 实现电磁波和振动的双供电.

自 2001 年 Ryu 等人^[5]报道了磁致伸缩/压电层合磁电换能器以来, 大量的实验和理论分析主要集中在磁传感器的应用研究上^[8-13], 而利用它采集振动能量的研究较少. Huang, Andrey 等人的研究侧重描述他们设计的模型和相应的实验结果^[6,14], 均未从理论上分析磁电振动能量采集器的机-磁-电转换特性, 而机-磁-电转换特性的研究对振动能量器设计有着非常重要的意义. 本文设计了一个采用磁电换能器的振动能量采集器, 并详细讨论了该采集器的机-磁-电转换特性. 虽然文中是针对具体的采集器进行讨论, 但对这类振动能量采集器具有普遍的指导意义.

2. 振动能量采集器

振动能量采集器由壳体、磁路、悬臂梁、磁电换能器四部分组成, 结构示意图如图 1 所示. 磁路由四个长方形的钕铁硼磁铁和两个长方形的磁轭组成, 永磁体的极性排列如图 1 所示. 磁路固定在悬臂梁的前端, 在空气隙中形成非均匀磁场, 同时也起质量

^{*} 国家自然科学基金(批准号:50830202)和国家高技术研究发展计划(863 计划)(批准号:2006AA04Z337)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: ymwen@cqu.edu.cn

块的作用. 磁电换能器由 Terfenol-D/PZT/Terfenol-D 构成. 磁电换能器和悬臂梁均固定在能量采集器的壳体上. 当采集器随环境振动时, 磁路和换能器产生相对运动. 由于空气隙中的磁场是非均匀的, 磁电换能器将感应到变化的磁场, 在变化磁场的作用下, 磁致伸缩层产生机械应变, 机械应变传递到压电层, 产生电能输出, 实现机械能到电能的转换.

从上述分析知: 能量采集器首先将振动动能转化为磁场能, 然后, 磁电换能器将磁场能转化电能, 经历了机到磁、磁到电的转换过程. 无论采用什么样的结构, 只要采用磁致伸缩/压电层合磁电换能器都会经历这个过程, 所以, 对能量采集器的机-磁-电特性分析是振动能量采集器的重要基础研究之一.

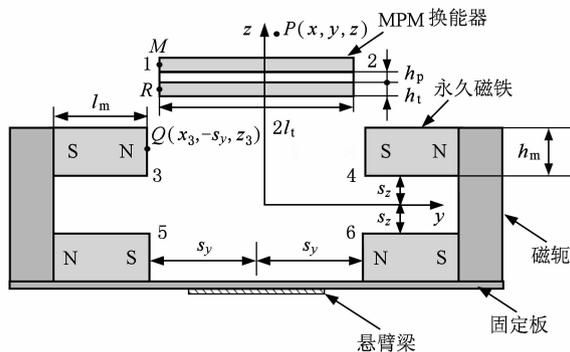


图 1 能量采集器结构示意图

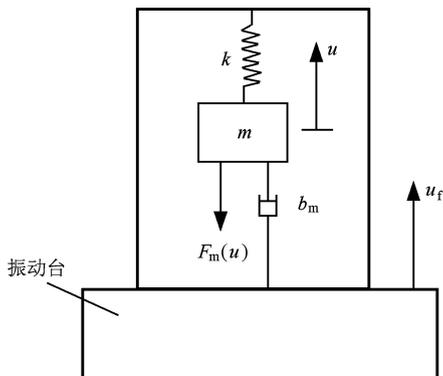


图 2 能量采集器简化模型图

3. 机-磁转换

能量采集器的运动特性, 可用质量-弹簧-阻尼模型来分析, 如图 2 所示. 图中, u 为质量块 (即磁路) 相对于其静平衡位置时的运动位移; u_f 为振动台相对与地的运动位移; k 为悬臂梁的等效弹簧刚

度系数; m 为质量块的质量; b_m 为空气阻尼系数; $F_m(u)$ 为磁路受到的磁力. 设振动台沿 u_f 作简谐振动, 并且保持加速度振幅不变, 振动加速度为

$$a = -A \cos(\omega t + \theta), \quad (1)$$

式中, A 为加速度振幅, ω 为振动角频率, θ 为初相位. 能量采集器振动的动力学方程为

$$m\ddot{u} + b_m\dot{u} + ku + F_m(u) = mA \cos(\omega t + \theta). \quad (2)$$

从(2)式可以看出, 要求解该动力学方程, 还需要分析磁力 $F_m(u)$ 在振动过程中的变化规律. 根据磁荷理论, $F_m(u)$ 是由于换能器中的 Terfenol-D 被磁化, 磁化后的磁荷与永磁体相互作用的结果. 所以, 为求得 $F_m(u)$, 要分析磁铁在空气隙中产生的磁场分布, 分析 Terfenol-D 磁化后产生的磁荷密度, 才能求出 Terfenol-D 与永磁体间的作用力 $F_m(u)$.

3.1. 磁场分布

磁荷理论认为理想永磁体的磁荷只分布在磁极面上, N 极分布正磁荷, S 极分布负磁荷, 它们的磁荷面密度 σ_m 大小相等, 均为 $\sigma_m = B_r^{[15]}$, B_r 为永磁体的剩余磁感应强度. 两对磁铁之间用高导磁材料连接, 可近似认为磁短路, 磁路产生的磁场可看成由四个磁极面 3, 4, 5, 6 产生 (见图 1). 为了描述方便, 将图 1 中的结构参数说明如下: l_m 为磁铁长度, $2w_m$ 为磁铁宽度, h_m 为磁铁厚度, $2s_z$ 为上下磁铁间距, $2s_y$ 为左右磁铁间距, $2l_t$ 为换能器长度, $2w_t$ 为换能器宽度, h_t 为 Terfenol-D 层厚度, h_p 为 PZT 层厚度.

设空气隙中一点 $P(x, y, z)$, 此点的磁感应强度由 3, 4, 5, 6 磁极面在此点共同产生^[16]. 下面先求磁极面 3 在 P 点产生的磁感应强度 B_3 . 设磁极面 3 上任意一点 $Q(x_3, -s_y, z_3)$ 的磁荷为 $dM_Q = \sigma_m dx_3 dz_3$, 则有

$$dB_3 = \frac{dM_Q}{4\pi |r_3|^3} r_3 = \frac{\sigma_m dx_3 dz_3}{4\pi |r_3|^3} r_3, \quad (3)$$

式中, $|r_3|^3 = [(x - x_3)^2 + (y + s_y)^2 + (z - z_3)^2]^{3/2}$.

由于换能器中 Terfenol-D 晶体沿 y 方向取向, y 方向为 Terfenol-D 主伸缩方向, x, z 方向磁场使其产生的伸缩量较小, 可忽略不计^[8]. 故只求 dB_3 在 y 轴上的分量 dB_{3y} 为

$$dB_{3y} = \frac{\sigma_m dx_3 dz_3}{4\pi |r_3|^3} (y + s_y), \quad (4)$$

$$B_{3y} = \frac{\sigma_m}{4\pi} \int_{s_z}^{s_z+h_m} \int_{-w_m}^{w_m} (y + s_y)$$

$$\begin{aligned} & \times [(x-x_3)^2 + (y+s_y)^2 + (z-z_3)^2]^{-3/2} \\ & \times dx_3 dz_3. \end{aligned} \quad (5)$$

同理,可求出 4,5,6 磁极面在 P 点产生的磁感应强度 y 轴分量 B_{4y}, B_{5y}, B_{6y} , 即

$$\begin{aligned} B_{4y} &= \frac{\sigma_m}{4\pi} \int_{s_2}^{s_2+h_m} \int_{-w_m}^{w_m} (y-s_y) \\ & \times [(x-x_4)^2 + (y-s_y)^2 + (z-z_4)^2]^{-3/2} \\ & \times dx_4 dz_4, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} B_{5y} &= \frac{\sigma_m}{4\pi} \int_{-s_2-h_m}^{-s_2} \int_{-w_m}^{w_m} (y+s_y) \\ & \times [(x-x_5)^2 + (y+s_y)^2 + (z-z_5)^2]^{-3/2} \\ & \times dx_5 dz_5, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} B_{6y} &= \frac{\sigma_m}{4\pi} \int_{-s_2-h_m}^{-s_2} \int_{-w_m}^{w_m} (y-s_y) \\ & \times [(x-x_6)^2 + (y-s_y)^2 + (z-z_6)^2]^{-3/2} \\ & \times dx_6 dz_6. \end{aligned} \quad (8)$$

P 点的合磁感应强度 y 轴分量 B_y 为

$$B_y = B_{3y} + B_{4y} + B_{5y} + B_{6y}. \quad (9)$$

3.2. 磁力分析

换能器放入磁场后, Terfenol-D 被磁化, 设 Terfenol-D 被均匀磁化, 磁荷只分布在外表面上. 由于 Terfenol-D 左右两侧面(图 1 中的 1,2 表面)离磁铁极面最近, 绝大多数的磁荷将堆积在左右两侧面, 故可近似认为所有磁荷只分布在 Terfenol-D 左右两侧面上. 另外, 实验采用的 Terfenol-D 厚度只有 1 mm, 可认为 Terfenol-D 磁化后的磁荷面密度为一个常量, 且与 Terfenol-D 左右侧面中心点处的磁化密度相等. 初始时, 换能器中心与坐标原点(即磁路中心)重合, 当换能器相对磁路运动到 $(0, 0, z)$ 时, 上层 Terfenol-D 左侧面中心点 M 的坐标为 $(0, -l_1, z + (h_p + h_1)/2)$. 设此时上下层 Terfenol-D 磁化后的磁荷面密度分别为 σ_{T1} 和 σ_{T2} . 由于磁化面密度 σ 与磁场强度 \mathbf{H} 的关系为 $\sigma = \mu_0(1 - \mu_r) \mathbf{H} \cdot \mathbf{n}$, 其中, \mathbf{n} 为磁化面的外法向单位矢量, μ_0 为真空磁导率, μ_r 为 Terfenol-D 相对磁导率. 由此可得到上层 Terfenol-D 的磁化面密度 σ_{T1} 与 M 点磁场强度 y 轴分量 H_{uy} 的关系为

$$\begin{aligned} \sigma_{T1} &= \mu_0(1 - \mu_r) H_{uy} \\ &= \mu_0(1 - \mu_r) (H_{uy01} + H_{uy11} + H_{uy21}), \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $H_{uy01}, H_{uy11}, H_{uy21}$ 分别为四个永磁体和上、下层 Terfenol-D 磁化后在 M 点产生的磁场强度 y 轴分量. H_{uy01} 可由(9)式求出,

$$H_{uy01} = \frac{B_y}{\mu_0} \Big|_{(0, -l_1, z + (h_p + h_1)/2)}. \quad (11)$$

H_{uy11}, H_{uy21} 可按推导 B_{3y} 的方法求出, 分别为

$$\begin{aligned} H_{uy11} &= \frac{\sigma_{T1}}{2\mu_0} + \frac{\sigma_{T1}}{4\pi\mu_0} \int_{z+h_p/2}^{z+h_p/2+h_1} \int_{-w_1}^{w_1} (-2l_1) \\ & \times \{x_2^2 + 4l_1^2 + [z + (h_p + h_1)/2 - z_2]^2\}^{-3/2} \\ & \times dx_2 dz_2, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} H_{uy21} &= \frac{\sigma_{T2}}{4\pi\mu_0} \int_{z-h_p/2-h_1}^{z-h_p/2} \int_{-w_1}^{w_1} (-2l_1) \\ & \times \{x_2^2 + 4l_1^2 + [z + (h_p + h_1)/2 - z_2]^2\}^{-3/2} \\ & \times dx_2 dz_2. \end{aligned} \quad (13)$$

(12)式与(13)式相比多了 $\sigma_{T1}/2\mu_0$ 项, 这是因为 M 点在上层 Terfenol-D 左侧面上, 上层 Terfenol-D 左侧面在其表面产生的磁场强度 y 轴分量为 $\sigma_{T1}/2\mu_0$ ^[17]; 而(13)式中, M 点不在下层 Terfenol-D 左侧面上, 但处在同一平面上, 下层 Terfenol-D 左侧面在 M 点产生的磁场强度 y 轴分量为 0.

同理推得下层 Terfenol-D 的磁化面密度 σ_{T2} 与其中心点 R 处的磁场强度关系为

$$\sigma_{T2} = \mu_0(1 - \mu_r) (H_{dy02} + H_{dy12} + H_{dy22}), \quad (14)$$

式中, $H_{dy02}, H_{dy12}, H_{dy22}$ 分别为四个永磁体和上、下层 Terfenol-D 磁化后在下层 Terfenol-D 左侧面中心点 R 处产生的磁场强度 y 轴分量. 它们的求法与 $H_{uy01}, H_{uy11}, H_{uy21}$ 相同, 这里不再给出它们的表达式.

求解(10)和(14)组成的方程组, 即可求出上下层 Terfenol-D 磁化后的磁荷面密度 σ_{T1} 和 σ_{T2} .

求出了 Terfenol-D 磁化后的磁荷面密度, 就可对磁路受到的磁力 $F'_m(z)$ 进行推导. 磁路受到的磁力 $F'_m(z)$ 与换能器受到的磁力 $F_l(z)$ 是作用力与反作用力的关系, 由于 $F_l(z)$ 比较好分析, 所以通过求 $F_l(z)$ 来求 $F'_m(z)$. 磁路对上下层 Terfenol-D 作用规律是一样的, 现对上层 Terfenol-D 所受磁力进行推导. 按照等效磁荷理论, 上层 Terfenol-D 受到的磁力是上层 Terfenol-D 左右侧面(1,2 表面)磁荷与磁极 3,4,5,6 表面磁荷相互作用的结果. 因此, 先求 1,3 表面间磁荷的作用力 F_{u13} . 设表面 1 上任意一点 $M(x_1, -l_1, z_1)$ 的磁荷为 $dM_M = \sigma_{T1} dx_1 dz_1$, 表面 3 上任意一点 $Q(x_3, -s_y, z_3)$ 的磁荷为 $dM_Q = \sigma_m dx_3 dz_3$. 当换能器相对磁路运动到位置 $(0, 0, z)$ 处时, 点磁荷 Q 对点磁荷 M 的作用力为

$$\begin{aligned} dF_{u13} &= \frac{dM_Q dM_M}{4\pi\mu_0 |r_{13}|^3} \mathbf{r}_{13} \\ &= \frac{\sigma_{T1} \sigma_m dx_1 dz_1 dx_3 dz_3}{4\pi\mu_0 |r_{13}|^3} \mathbf{r}_{13}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$|r_{13}|^3 = [(x_1 - x_3)^2 + (l_i - s_y)^2 + (z_1 - z_3)^2]^{3/2}. \quad (16)$$

由于 F_{u13} 在 x 方向的分力与悬臂梁弹性力的分力相平衡, F_{u13} 在 y 方向的分力因结构对称与其他磁极面上的磁力相平衡, 只有 z 方向的磁力才影响悬臂梁的运动, 故只求 F_{u13} 在 z 轴方向的分量 F_{uz13} . 由 (15) 式得

$$dF_{uz13} = \frac{\sigma_{T1} \sigma_m dx_1 dz_1 dx_3 dz_3}{4\pi\mu_0 |r_{13}|^3} (z_1 - z_3), \quad (17)$$

$$F_{uz13} = \frac{\sigma_{T1} \sigma_m}{4\pi\mu_0} \int_{s_z}^{s_z+h_m} \int_{-w_m}^{w_m} \int_{z+h_p/2}^{z+h_p/2+h_1} \int_{-w_1}^{w_1} \frac{z_1 - z_3}{|r_{13}|^3} \times dx_1 dz_1 dx_3 dz_3. \quad (18)$$

同理, 可求得表面 4, 5, 6 对表面 1 的作用力 $F_{uz14}, F_{uz15}, F_{uz16}$. 由于结构对称, 上层 Terfenol-D 的表面 1 和表面 2 受到的 z 方向磁力是相同的. 所以, 上层 Terfenol-D 受到的总磁力 z 轴分量 F_{uz} 为

$$F_{uz} = 2(F_{uz13} + F_{uz14} + F_{uz15} + F_{uz16}). \quad (19)$$

同理, 可推得下层 Terfenol-D 受到的磁力 z 轴分量 F_{dz} . 所以, 换能器受到的磁力 z 轴分量 $F_1(z)$ 为

$$F_1(z) = F_{uz} + F_{dz}. \quad (20)$$

由于求 $F_1(z)$ 时假定磁路静止换能器运动, 而实际是换能器静止磁路运动, 且磁路受到的磁力 $F'_m(z)$ 与换能器受到的力 $F_1(z)$ 是作用力与反作用力的关系, 所以磁路受到的磁力 $F'_m(z)$ 为

$$F'_m(z) = -F_1(-z). \quad (21)$$

在动力学方程中, u 为磁路相对于其静平衡位置时的运动位移, 在磁路运动过程中, 变量 $z = u$, 所以动力学方程中的磁力 $F_m(u)$ 为

$$F_m(u) = F'_m(u). \quad (22)$$

3.3. 运动分析

如前分析, 采集器的动力学方程为

$$m\ddot{u} + b_m\dot{u} + ku + F_m(u) = mAc\cos(\omega t + \theta). \quad (23)$$

从推导可以看出磁力 $F_m(u)$ 的解析式很复杂. 为了解上述非线性方程, 采用拟合多项式来代替 $F_m(u)$ 的复杂等式. 即, 用数值方法求解 (22) 式, 作出 $F_m(u)$ 随位移 u 变化的曲线, 然后利用曲线拟合求出 $F_m(u)$ 的表达式. 利用实验采用的相关参数 (见表 1), 求出磁力 $F_m(u)$ 随位移 u 变化的曲线, 如图 3 所示. 由于换能器与磁路的相对位置对换能器能量输出有较大影响, 可将换能器初始位置放在磁力最大处 (图 3 中 $u = -5$ mm 处), 此处克服磁力做

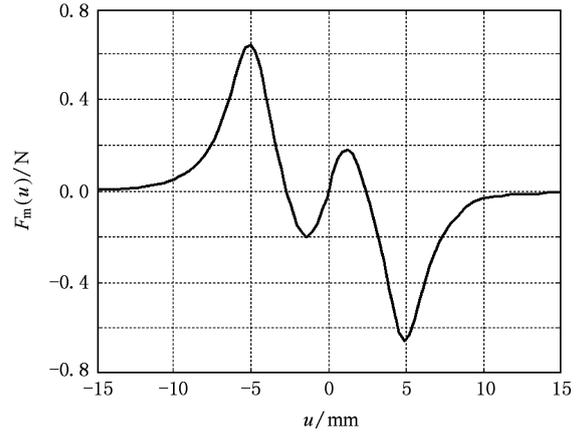


图 3 磁力 $F_m(u)$ 随位移 u 的变化规律

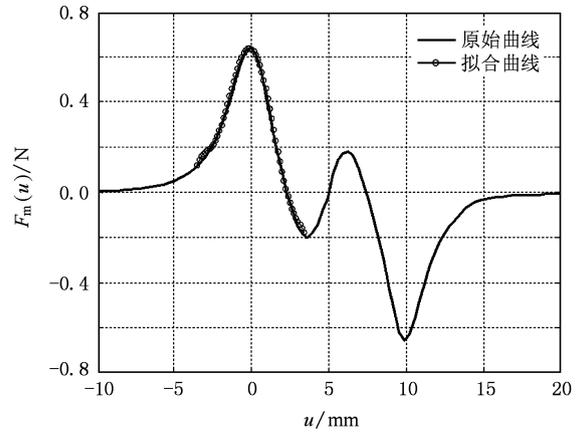


图 4 磁力拟合曲线图

功能量转换效果好, 输出功率高. 通过调节换能器与悬臂梁在框体上的固定位置, 把换能器置于磁力最大处后, 磁路振动受到的磁力发生改变, 改变后的磁力 F_m 与 $F_m(u)$ 的关系为 $F_m = F_m(u + 5)$. 所以, 曲线拟合时, 先将图 3 的纵坐标平移 -5 mm, 变成图 4 所示的位置, 再进行拟合. 由于振动时振幅最大值不超过 3.5 mm, 拟合时只拟合 -3.5 mm 到 3.5 mm 这段曲线. 拟合表达式见 (24) 式, 拟合曲线如图 4 所示.

$$F_m(u) = \sum_{n=1}^6 a_n u^n, \quad (24)$$

式中, $a_1 = -45.91$ N/m, $a_2 = -1.698 \times 10^5$ N/m², $a_3 = -2.171 \times 10^6$ N/m³, $a_4 = 1.669 \times 10^{10}$ N/m⁴, $a_5 = 1.811 \times 10^{11}$ N/m⁵, $a_6 = -5.968 \times 10^{14}$ N/m⁶. 由于振动方程中的坐标原点建立在质量块平衡位置处, 振动方程中不出现常力项 (如重力和磁力中的

常力项),所以(24)式中不包含拟合产生的常力项.将(24)式代入(23)式得

$$m\ddot{u} + b_m\dot{u} + (k + a_1)u + (a_6u^6 + a_5u^5 + a_4u^4 + a_3u^3 + a_2u^2) = mA\cos(\omega t + \theta), \quad (25)$$

令 $\omega_0 = \sqrt{(k + a_1)/m}$, $\xi = \frac{b_m}{2\sqrt{(k + a_1)m}}$, $\varepsilon = \frac{1}{\omega_0^2}$, $\xi_1 = \xi\omega_0^2$ 上式变为

$$\begin{aligned} &\ddot{u} + 2\varepsilon\xi_1\omega_0\dot{u} + \omega_0^2u + \varepsilon\frac{\omega_0^2}{m} \\ &\times (a_6u^6 + a_5u^5 + a_4u^4 + a_3u^3 + a_2u^2) \\ &= \varepsilon A\omega_0^2\cos(\omega t + \theta), \end{aligned} \quad (26)$$

式中, ω_0 为系统的主谐振频率^[18], ξ 为系统阻尼比. 采用林斯泰特 - 庞加莱法^[18] 可求出振动方程谐振时的一阶近似解(详细推导见附录 A)

$$\begin{aligned} u(t) = &\beta\cos\omega_0t + \frac{16a_2\beta^2 + 16a_4\beta^4 + 15a_6\beta^6}{96m\omega_0^2} \\ &\times \cos2\omega_0t + \frac{4a_3\beta^3 + 5a_5\beta^5}{128m\omega_0^2}\cos3\omega_0t \\ &+ \frac{2a_4\beta^4 + 3a_6\beta^6}{240m\omega_0^2}\cos4\omega_0t + \frac{a_5\beta^5}{384m\omega_0^2} \\ &\times \cos5\omega_0t + \frac{a_6\beta^6}{1120m\omega_0^2}\cos6\omega_0t, \end{aligned} \quad (27)$$

其中, β 由下式确定:

$$(2\xi_1\beta)^2 + \left(\frac{6a_3\beta^3 + 5a_5\beta^5}{8m}\right)^2 = A^2. \quad (28)$$

4. 磁-电转换

能量采集器振动时,换能器感应的磁场大小直接决定了输出功率的大小,所以必须确定出换能器感应的磁场.换能器是由上下层 Terfenol-D 来感应磁场,但由于空气隙中磁场分布不均,上下层 Terfenol-D 感应的磁场是不同的.另外, Terfenol-D 具有倍频效应,所以可这样确定换能器感应的磁场:将上下层 Terfenol-D 感应的磁场分别求绝对值,然后再将这两者求平均,将这个平均值作为换能器感应的等效磁场.设初始时,换能器中心与坐标原点(即磁路中心)重合,当换能器相对磁路运动到位置(0, 0, z)时,可根据(9)式求出上层 Terfenol-D 的平均磁感应强度 y 轴分量 \bar{B}_{uy} ,

$$\bar{B}_{uy} = \frac{1}{4l_1w_1h_1} \int_{z-h_p/2}^{z+h_p/2+h_1} \int_{-l_1}^{l_1} \int_{-w_1}^{w_1} B_y dx dy dz. \quad (29)$$

同理可求得下层 Terfenol-D 的平均磁感应强度

y 轴分量 \bar{B}_{dy} ,

$$\bar{B}_{dy} = \frac{1}{4l_1w_1h_1} \int_{z-h_p/2}^{z+h_p/2+h_1} \int_{-l_1}^{l_1} \int_{-w_1}^{w_1} B_y dx dy dz. \quad (30)$$

换能器感应的等效磁场 $B_{eqy}(z)$ 为

$$B_{eqy}(z) = (|\bar{B}_{uy}| + |\bar{B}_{dy}|)/2. \quad (31)$$

由于求 $B_{eqy}(z)$ 时假定磁路静止换能器运动,而实际是换能器静止磁路运动,所以换能器实际感应的等效磁场 $B(z)$ 为

$$B(z) = B_{eqy}(-z). \quad (32)$$

$\bar{B}_{uy}, \bar{B}_{dy}, B(z)$ 都是一个只与坐标 z 相关的量,而且表达式复杂,利用数值求解,可求出换能器在 ±15 mm 范围内, $\bar{B}_{uy}, \bar{B}_{dy}, B(z)$ 随 z 变化的规律(见图 5),计算时采用的具体参数见表 1.

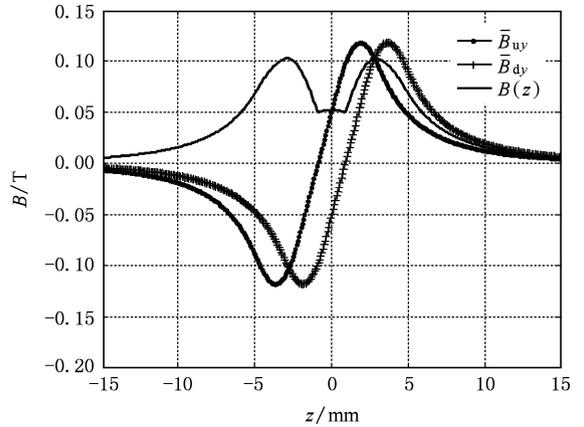


图 5 $\bar{B}_{uy}, \bar{B}_{dy}$ 和 $B(z)$ 随 z 变化规律

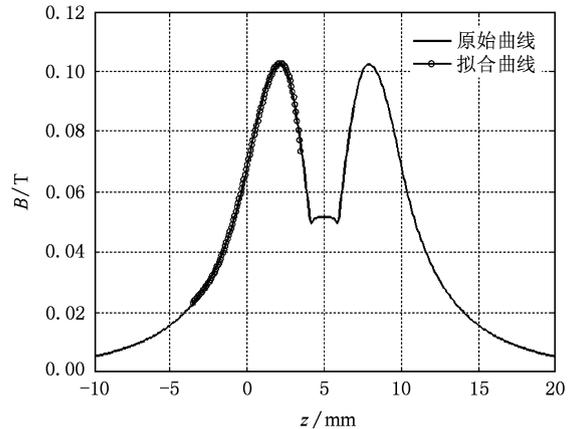


图 6 换能器感应等效磁场拟合曲线图

$B(z)$ 的解析式比较复杂,也采用拟合的方法简化其表达式.拟合时与拟合 $F_m(u)$ 一样,先将坐标平移到 $z = -5$ mm 处,再拟合 ±3.5 mm 这段曲线,

得到的拟合表达式见(33)式,拟合曲线见图6.

$$B(z) = \sum_{n=0}^4 b_n z^n, \quad (33)$$

式中 $b_0 = 6.901 \times 10^{-2} \text{ T}$, $b_1 = 21.72 \text{ T/m}$, $b_2 = 6.392 \times 10^2 \text{ T/m}^2$, $b_3 = -1.207 \times 10^6 \text{ T/m}^3$, $b_4 = -1.936 \times 10^8 \text{ T/m}^4$. 将(27)式代入(33)式得到谐振时 B 与时间 t 的函数关系

$$B(t) = \sum_{n=0}^4 b_n u(t)^n. \quad (34)$$

在本文设计的结构中, Terfenol-D 磁化方向为长度方向, PZT-5H 极化方向为厚度方向, 换能器工作在 L-T 模式, 且采用中间夹持固定方式, 换能器输出电压与磁场的关系^[13]为

$$v(t) = \lambda \alpha_v H = \frac{\lambda \alpha_v B(t)}{\mu_0}, \quad (35)$$

$$\alpha_v = \frac{n(1-n)t_c d_{33,m} d_{31,p}}{\epsilon_{33} [n(1-k_{31}^2)s_{11}^E + (1-n)s_{33}^H]}, \quad (36)$$

式中, $n = 2h_t / (2h_t + h_p)$, 其中 h_t, h_p 分别为磁致伸缩层和压电层的厚度; $t_c = 2h_t + h_p$; $s_{33}^H, d_{33,m}$ 分别是磁致伸缩材料的柔顺系数、动态磁致伸缩率; $s_{11}^E, d_{31,p}, \epsilon_{33}, k_{31}$ 分别是压电材料的柔顺系数、压电常数、介电常数以及机电耦合系数; λ 为修正因子, 因为理论推导时忽略了沿长度方向的磁致伸缩对其宽度和厚度方向的影响, 以及推导时没有考虑材料的各种损耗, 从而造成理论值偏大^[13], 因此引入修正因子进行修正.

5. 能量采集实验

实验中能量采集器的悬臂梁和磁路组成示意图如图7所示. 悬臂梁采用铍青铜, 尺寸为 $12 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} \times 0.3 \text{ mm}$, 固定板采用紫铜做成 U 形, 厚度为 1.5 mm , 其他的相关尺寸见图7. 磁路由四个磁铁和两个磁轭组成, 磁铁采用 NdFeB 磁铁, 尺寸为 $10 \text{ mm} \times 5 \text{ mm} \times 2.5 \text{ mm}$, 剩磁 $B_r = 1.3 \text{ T}$, 上下磁铁间距为 2.5 mm , 左右磁铁间距为 14 mm , 磁轭材料为铁, 尺寸为 $10 \text{ mm} \times 7.5 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$. 在固定板的下方附加有两个质量块, 用来调节系统的谐振频率, 增加振动时的振幅. 附加质量块为紫铜, 尺寸为 $10 \text{ mm} \times 7 \text{ mm} \times 7 \text{ mm}$. 磁电换能器由 Terfenol-D/PZT/Terfenol-D 层合组成. Terfenol-D 尺寸为 $12 \text{ mm} \times 6 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$, 磁化方向为长度方向. PZT-5H 尺寸为 $12 \text{ mm} \times 6 \text{ mm} \times 0.8 \text{ mm}$, 极化方向为厚度方向.

Terfenol-D 与 PZT-5H 通过环氧树脂胶黏接后置于烤箱, 在 100°C 下烘烤 4 h, 取出冷却得到层合式磁电换能器. Terfenol-D 和 PZT-5H 的相关参数为 $d_{33,m} = 7.6 \times 10^{-9} \text{ m/A}$, $s_{33}^H = 4 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N}$, $\mu_r = 5$, $d_{31,p} = -270 \text{ pC/N}$, $s_{11}^E = 14.8 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$, $k_{31} = 0.38$, $\epsilon_{33}/\epsilon_0 = 3800$ ($\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$). 低频时换能器的磁电电压转换系数近似为一个常数, 实验中测得的磁电电压转换系数为 64.2 mV/Oe ($1 \text{ Oe} = 79.5775 \text{ A/m}$), 理论求得磁电电压转换系数为 135.5 mV/Oe (见(36)式), 所以(35)式中的修正因子 $\lambda = 64.2/135.5 = 0.4738$.

理论计算时采用的相关参数见表1, 通过理论求得的谐振频率为 31.8 Hz . 在加速度 $A = 0.5g$ 条件下, 根据(27)和(34)式可求出谐振时振动位移和磁场变化规律如图8所示. 由此可知, 振幅为 $\pm 2.8 \text{ mm}$, 而实验测得的谐振频率和谐振振幅分别为 33 Hz 和 $\pm 2.4 \text{ mm}$, 实验结果和理论分析结果吻合较好. 由图8(a)可以看出振动位移的波形近似为正弦波, (27)式中高次谐波分量较小可忽略. 然而, 换能器运动路径上磁场分布不均匀, 振动时换能器感应的磁场呈现较大的非线性特性 (如图8(b)所示), 从而导致输出电压呈现较强非线性特性, 如图9所示.

由(35)式求出谐振时电压输出波形如图9(a)所示, 其输出电压的峰峰值为 48.2 V . 实验测量的电压输出波形如图9(b)所示, 其输出电压峰峰值为 45.1 V . 可见理论与实验符合得较好. 理论计算的两个小波峰是完全对称的, 而实验测量的两个小波峰并不完全对称, 这可能是理论计算时换能器初始位置放在磁力最大处, 而实验时换能器不可能刚好处于磁力最大处. 实验测量的负载功率

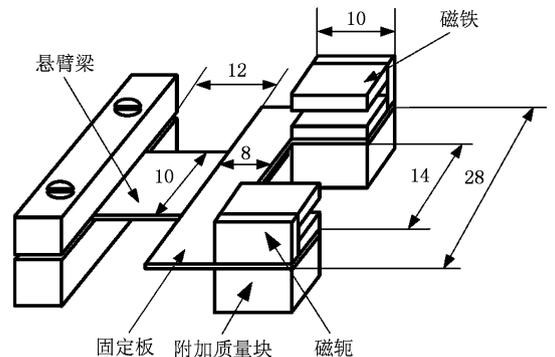


图7 悬臂梁和磁路组成示意图

和电压随负载变化的规律,如图 10 所示.从图中可看出负载电阻上获得的最大功率为 $56.2 \mu\text{W}$,能量采集器具有的最大功率为 $112.4 \mu\text{W}$.将磁铁

的尺寸变为 $10 \text{ mm} \times 5 \text{ mm} \times 6 \text{ mm}$,利用本文的分析,结果表明在 $1g$ 的加速度下将获得超过 1 mW 的功率.

表 1 实验采用的相关参数表

参数	l_m /mm	$2w_m$ /mm	h_m /mm	$2s_z$ /mm	$2s_y$ /mm	$2l_t$ /mm	$2w_t$ /mm	h_m /mm	h_p /mm	ξ	m /g	B_r /T
实验值	5	10	2.5	2.5	14	12	6	1	0.8	0.023	19	1.3

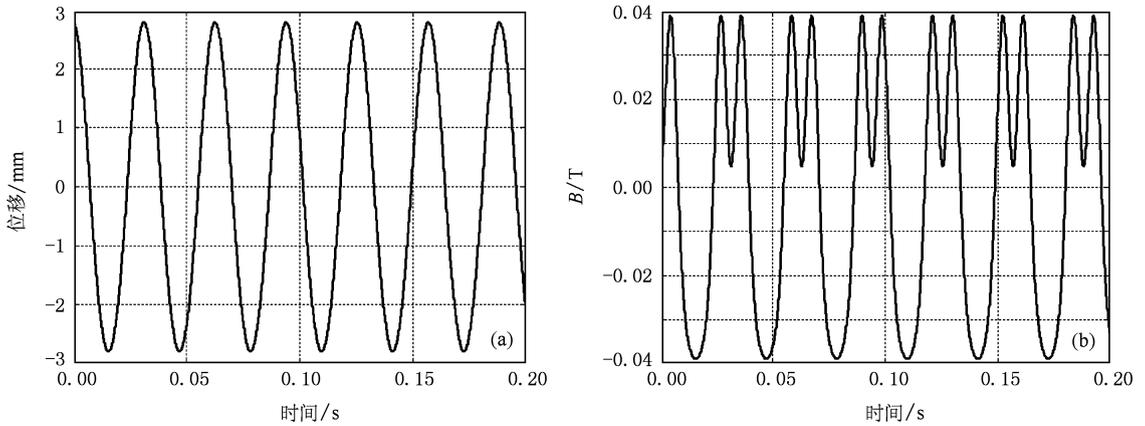


图 8 谐振时振动位移和磁场变化规律 (a) 振动位移变化规律; (b) 磁场变化规律

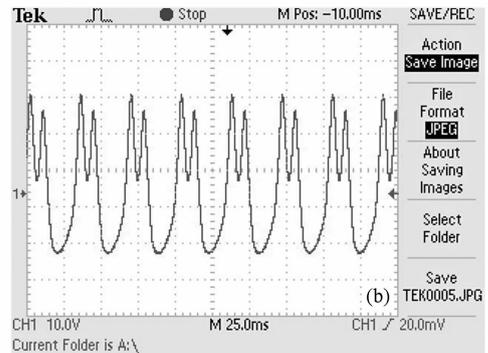
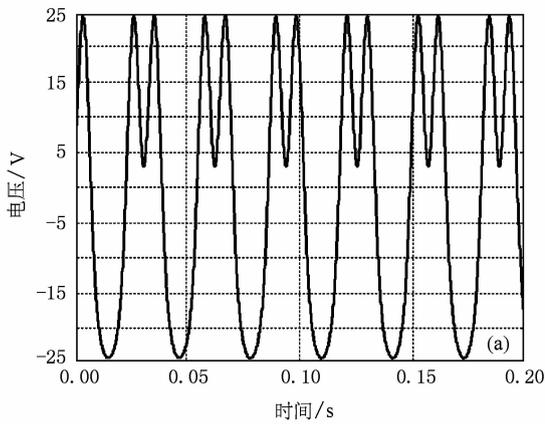


图 9 谐振时电压输出波形 (a) 理论计算电压输出波形图; (b) 实验测量电压输出波形图

从上面分析可知理论与实验存在着一定的差异,可能原因有:1) 实验中磁铁的间距与计算值存在一定的偏差,由于空气隙的磁阻很大,稍有偏差值将引起较大磁场变化量;2) 实际换能器不可能刚好放在磁力最大位置处,会导致误差;3) 换能器在长度方向上感应的是非均匀磁场,而计算时用平均磁场代替,导致了误差产生;4) 理论计算时未考虑换能器的非线性特性,也会导致误差产生.虽然存在这

些差异,但该理论已经达到了较高的精度,可用它进行相关的理论分析和优化设计.

6. 结 论

本文采用磁电换能器设计一个振动能量采集器,并利用等效磁荷理论,分析了换能器在振动时感应的磁场和受到的磁力,在此基础上分析了能量采

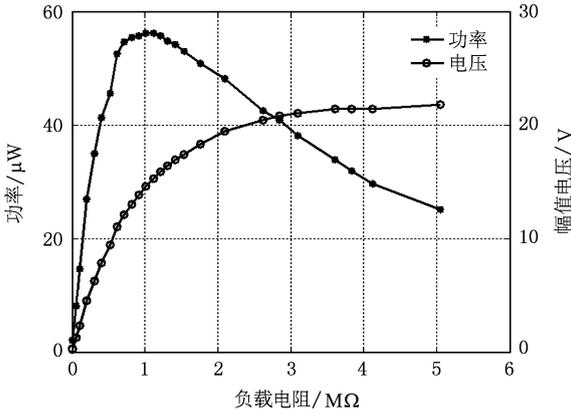


图 10 实验测量的负载功率和电压随负载变化的规律

集器的非线性振动特性,并与换能器的磁电特性结合,分析了能量采集器谐振时的机-磁-电转换特性.研究表明:理论与实验吻合的较好,可作为层合式磁电振动能量采集器分析设计的基础.实验样机在加速度 $A = 0.5g$, 频率 $f = 33 \text{ Hz}$ 的条件下,获得了 $112.4 \mu\text{W}$ 的功率.将来可能的工作:1)对该结构进行优化设计,提高输出功率;2)研究该结构采集电磁波能量的特性;3)将结构进行微型化并将相关的电路进行集成,构成 MEMS 应用系统.

附录 A

将方程(26)重写如下:

$$\ddot{u} + 2\varepsilon\xi_1\omega_0\dot{u} + \omega_0^2u + \varepsilon\frac{\omega_0^2}{m} \times (a_6u^6 + a_5u^5 + a_4u^4 + a_3u^3 + a_2u^2) = \varepsilon A\omega_0^2\cos(\omega t + \theta). \tag{A1}$$

引入新自变量 $\varphi = \omega t, \dot{u} = \frac{du}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega u', \ddot{u} = \omega^2 u''$, 其中撇“'”表示对 φ 求导,并令 $\omega^2 = \omega_0^2(1 + \varepsilon\sigma_1)$, 式中 σ_1 为解谐参数,用来表示激励频率 ω 与主谐振频率 ω_0 的接近程度. 方程(A1)变为

$$(1 + \varepsilon\sigma_1)u'' + 2\varepsilon\xi_1u' + u + \frac{\varepsilon}{m} \times (a_6u^6 + a_5u^5 + a_4u^4 + a_3u^3 + a_2u^2) = \varepsilon A\cos(\varphi + \theta). \tag{A2}$$

设方程(A2)的解为 $u = u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots$, 并将它代入方程(A2)得

$$(1 + \varepsilon\sigma_1)(u_0'' + \varepsilon u_1'' + \varepsilon^2 u_2'' + \dots) + 2\varepsilon\xi_1(u_0' + \varepsilon u_1' + \varepsilon^2 u_2' + \dots) + (u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots) + \frac{\varepsilon}{m}[a_6(u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots)^6$$

$$+ a_5(u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots)^5 + a_4(u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots)^4 + a_3(u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots)^3 + a_2(u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots)^2] = \varepsilon A\cos(\varphi + \theta). \tag{A3}$$

此方程对 ε 的任意值均成立,要求两边 ε 的同次幂系数相等,所以可导出零阶和一阶解的近似线性方程

$$u_0'' + u_0 = 0, \tag{A4}$$

$$u_1'' + u_1 = -2\xi_1u_0' + A\cos(\varphi + \theta) - \frac{1}{m} \times (a_6u_0^6 + a_5u_0^5 + a_4u_0^4 + a_3u_0^3 + a_2u_0^2) - \sigma_1u_0''. \tag{A5}$$

设方程(A4)的通解为

$$u_0 = \beta\cos\varphi. \tag{A6}$$

将方程(A6)代入方程(A5),得

$$u_1'' + u_1 = (2\xi_1\beta - A\sin\theta)\sin\varphi + \left(A\cos\theta + \sigma_1\beta - \frac{6a_3\beta^3 + 5a_5\beta^5}{8m} \right)\cos\varphi - \frac{16a_2\beta^2 + 16a_4\beta^4 + 15a_6\beta^6}{32m}\cos2\varphi - \frac{4a_3\beta^3 + 5a_5\beta^5}{16m}\cos3\varphi - \frac{2a_4\beta^4 + 3a_6\beta^6}{16m}\cos4\varphi - \frac{a_5\beta^5}{16m}\cos5\varphi - \frac{a_6\beta^6}{32m}\cos6\varphi. \tag{A7}$$

为了消除久期项,令 $\sin\varphi$ 与 $\cos\varphi$ 的系数为零,得

$$2\xi_1\beta - A\sin\theta = 0, \tag{A8}$$

$$A\cos\theta + \sigma_1\beta - \frac{6a_3\beta^3 + 5a_5\beta^5}{8m} = 0. \tag{A8}$$

谐振时 $\sigma_1 = 0, \omega = \omega_0$. 消去(A8)式中的 θ , 得

$$(2\xi_1\beta)^2 + \left(\frac{6a_3\beta^3 + 5a_5\beta^5}{8m} \right)^2 = A^2. \tag{A9}$$

解方程(A9)可求出 β , 将 β 代入(A6)得到振动方程的零阶近似解. 消去久期项后,方程(A7)化简为

$$u_1'' + u_1 = -\frac{16a_2\beta^2 + 16a_4\beta^4 + 15a_6\beta^6}{32m}\cos2\omega_0t - \frac{4a_3\beta^3 + 5a_5\beta^5}{16m}\cos3\omega_0t - \frac{2a_4\beta^4 + 3a_6\beta^6}{16m}\cos4\omega_0t - \frac{a_5\beta^5}{16m}\cos5\omega_0t - \frac{a_6\beta^6}{32m}\cos6\omega_0t. \tag{A10}$$

解得

$$u_1 = \frac{16a_2\beta^2 + 16a_4\beta^4 + 15a_6\beta^6}{96m}\cos2\omega_0t + \frac{4a_3\beta^3 + 5a_5\beta^5}{128m}\cos3\omega_0t + \frac{2a_4\beta^4 + 3a_6\beta^6}{240m}\cos4\omega_0t + \frac{a_5\beta^5}{384m}\cos5\omega_0t + \frac{a_6\beta^6}{1120m}\cos6\omega_0t. \tag{A11}$$

所以, 谐振时振动方程一阶近似解为

$$\begin{aligned}
 u(t) = u_0 + \varepsilon u_1 = & \beta \cos \omega_0 t \\
 & + \frac{16a_2\beta^2 + 16a_4\beta^4 + 15a_6\beta^6}{96m\omega_0^2} \cos 2\omega_0 t \\
 & + \frac{4a_3\beta^3 + 5a_5\beta^5}{128m\omega_0^2} \cos 3\omega_0 t + \frac{2a_4\beta^4 + 3a_6\beta^6}{240m\omega_0^2} \cos 4\omega_0 t \\
 & + \frac{a_5\beta^5}{384m\omega_0^2} \cos 5\omega_0 t + \frac{a_6\beta^6}{1120m\omega_0^2} \cos 6\omega_0 t. \quad (A12)
 \end{aligned}$$

- [1] Roundy S, Wright P K, Rabaey J 2003 *Computer Communications* **26** 1131
- [2] Beeby S P, Tudor M J, White N M 2006 *Meas. Sci. Technol.* **17** R175
- [3] Roundy S J 2003 *Ph. D. Dissertation* (Berkeley; university of California) p190—223
- [4] Shashank P 2007 *J. Electroceram* **19** 165
- [5] Ryu J, Priya S, Carazo A V, Uchino K 2001 *J. Am. Ceram. Soc.* **84** 2905
- [6] Huang J K, O'Handley R C, Bono D C 2003 *Proceedings of the 10th Smart Structures and Materials* San Diego, CA, USA, March 2-6, 2003 p229
- [7] O'Handley R C, Huang J K, Bono D, Simon J 2008 *IEEE Sensors Journal* **8** 58
- [8] Dong S X, Li J F, Viehland D 2003 *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* **50** 1236
- [9] Yang W W, Wen Y M, Li P, Bian L X 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4545 (in Chinese) [杨伟伟、文玉梅、李平、卞雷祥 2008 物理学报 **57** 4545]
- [10] Wan H, Shen R F, Wu X Z 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1426 (in Chinese) [万红、沈仁发、吴学忠 2005 物理学报 **54** 1426]
- [11] Dong S X, Li J F, Viehland D 2004 *J. Appl. Phys.* **95** 2625
- [12] Yang F, Wen Y M, Li P, Zheng M, Bian L X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3539 (in Chinese) [杨帆、文玉梅、李平、郑敏、卞雷祥 2007 物理学报 **56** 3539]
- [13] Yang F, Wen Y M, Zheng M, Li P 2006 *Chinese Journal of Sensors and Actuators* **19** 2371 (in Chinese) [杨帆、文玉梅、郑敏、李平 2006 传感技术学报 **19** 2371]
- [14] Andrey B, William P R, Babak Z 2004 *Sensors and Actuators A* **114** 244
- [15] Yi J Z 1987 *Magnetic field calculation and magnetic circuit design* (Chengdu: Chengdu Electronic Information Engineering College press) p16 (in Chinese) [易敬曾 1987 磁场计算与磁路设计 (成都: 成都电讯工程学院出版社) 第 16 页]
- [16] Liang C B, Qing G 1980 *Electromagnetics* (Beijing: Higher Education Press) p464 (in Chinese) [梁灿彬、秦光 1980 电磁学 (北京: 高等教育出版社) 第 464 页]
- [17] Song H D, Chen P L 1984 *Permanent Magnetic Materials and their Applications* (Beijing: China Machine Press) p218 (in Chinese) [宋后定、陈培林 1984 永磁材料及其应用 (北京: 机械工业出版社) 第 218 页]
- [18] Liu Y Z, Cheng W L, Cheng L Q 2000 *Vibration mechanics* (Beijing: Higher Education Press) p203 (in Chinese) [刘延柱、陈文良、陈立群 2000 振动力学 (北京: 高等教育出版社) 第 203 页]

Vibration energy harvester based on magnetoelectric transducer^{*}

Dai Xian-Zhi Wen Yu-Mei[†] Li Ping Yang Jin Jiang Xiao-Fang

(College of Optoelectronic Engineering, The Key Laboratory for Optoelectronic Technology & Systems, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

(Received 26 May 2009; revised manuscript received 8 July 2009)

Abstract

An energy harvester is presented to scavenge energy from ambient vibrations using magnetostrictive/piezoelectric laminated magnetoelectric (ME) transducer. A cantilever beam is employed as the vibration sensitive element of the harvester, and a magnetic circuit made up of four NdFeB magnets is placed on the free end of the beam. Since the magnetic circuit produces a concentrated flux gradient in the air gap, the ME transducer can induce large magnetic field variations in the low level vibration, thus high output power can be obtained. Based on the equivalent magnetic charge theory, the magnetic field distribution of the air gap and the magnetic force of the magnetic circuit are analyzed, and the nonlinear vibration performance of the harvester is studied using the Lindstedt-Poincaré method. The mechano-magneto-electric performance of the harvester at resonance is analyzed by combining the vibration equation of the harvester with the magnetoelectric characteristics of the ME transducer. The experimental results verified the analytical results, and a prototype produces a power of 112.4 μW for an acceleration of 0.5g at its resonant frequency of 33 Hz.

Keywords: vibration energy harvesting, magnetostrictive/piezoelectric laminated composite, mechano-magneto-electric conversion, nonlinear vibration

PACC: 8630Z, 7580

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50830202) and the National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (Grant No. 2006AA04Z337).

[†] Corresponding author. E-mail: ymwen@cqu.edu.cn