

Hindmarsh-Rose 混沌神经元自适应同步 和参数识别的优化研究*

马 军[†] 苏文涛 高加振

(兰州理工大学物理系, 兰州 730050)

(2009 年 6 月 11 日收到; 2009 年 6 月 29 日收到修改稿)

以 Hindmarsh-Rose 混沌神经元模型为例, 讨论了基于自适应同步识别混沌系统多个参数方法的优化问题. 在构造的李亚普诺夫函数中引入可调节的增益系数来控制系统同步和参数观测器的暂态过程长短. 在应用单个控制器和 5 个参数观测器来同步和识别 Hindmarsh-Rose 混沌神经元中 5 个未知参数时发现最小参数的识别结果出现了振荡而其他参数都能准确识别现象, 分析其原因可能在于要识别的目标参数的巨大差异性. 通过增加控制器的个数(选择两个控制器)可以克服这个困难. 研究发现增益系数太小不能实现完全同步和参数的准确识别, 当增益系数太大则延长了识别参数的暂态过程. 在恰当的增益系数下可以在比较短的暂态过程下准确识别系统参数. 进一步讨论了系统参数发生阶跃变化时系统参数的识别问题, 数值计算结果验证了该方法的可靠性和有效性.

关键词: 参数识别, 自适应同步, Hindmarsh-Rose 神经元

PACC: 0545

1. 引 言

近几十年来, 混沌的同步控制在各个领域内引起了广泛的关注^[1-12]. 对混沌系统和超混沌系统的控制主要集中在对混沌系统内在周期轨道的镇定和选择, 或者将混沌和超混沌系统控制到任意目标周期轨道. 混沌和超混沌系统的同步问题主要侧重于几个混沌电路或者振子之间的全局同步^[13-18], 相位同步^[19-25], 广义同步^[26-32]和滞后同步^[33-35]等. 实际上各种同步行为可以互相转换, 如 Zheng 等^[36]研究了一类混沌系统从广义同步向相同步的转化迁移问题. 同步的一个重要应用在于利用混沌进行保密通信^[37-40]. 研究发现, 一些神经元模型的电话活动规律也具有混沌的特征^[41-43], 因此, 混沌理论常用来研究神经元的放电规律来了解神经元信息编码等问题. 在同步研究问题上, 很多工作和结果主要侧重于全同的混沌系统. 实际上, 混沌系统之间的参数不匹配总是存在的, 而且, 系统的某些参数也可能是不知道的. 因此, 基于李亚普诺夫稳定性理论和自适应同步方法常常被用来研究各类混沌

系统的参数识别问题^[44-49]. 通常的方法是: 构造正定的李亚普诺夫函数, 在响应系统中加入几个控制器(个别特殊简单模型只需要一个控制器), 该李亚普诺夫函数包括所有对应变量和未知参数的误差, 进一步对该正定的李亚普诺夫函数求时间导数, 通过确保李亚普诺夫函数的导数负定来反解参数观测器和控制器的具体表达式. 因此, 识别参数和使得系统完全同步的暂态过程是不可以调节和控制的. 文献[50, 51]中在构造李亚普诺夫函数中对参数误差项引入增益系数来调节参数识别暂态过程. 实际上, 系统参数的识别同时取决于系统对应变量的误差, 因此考虑对系统对应变量误差的调节和优化是非常重要的. 另一方面, 目前自适应同步控制识别混沌和超混沌系统的参数所讨论的问题在于要识别的参数的大小基本在一个数量级, 而对于要识别的参数在大小差别非常大的情况没有讨论. Hindmarsh-Rose 神经元^[41-43]模型在一定的参数范围内可以描述神经元电活动的混沌行为, 该模型中几个参数中最小的可以取 0.006, 混沌区域内其他参数则远远大于 0.006, 如其他参数通常选取为 1 到 5. 以 Hindmarsh-Rose 神经元模型为例, 简单测

* 国家自然科学基金(批准号:10747005, 30670529)和兰州理工大学青年基金(批准号:Q200706)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: hyperchaos@163.com

试了已有的自适应同步识别参数方法,发现对于比较大的参数容易识别,而采用参数观测器和单个控制器对小参数(如 0.006)识别时发现了振荡现象. 在下面的讨论中,我们提出改进了李亚普诺夫函数构造方法,在李亚普诺夫函数中的对应变量和参数误差中引入相应的增益系数来克服这个困难. 计算机模拟结果验证了理论分析结果.

2. 可控的自适应同步

对于任意混沌系统或者超混沌系统

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f_1(x, y, z, \dots, a, b, c, d, p, r, \dots), \\ \dot{y} &= f_2(x, y, z, \dots, a, b, c, d, p, r, \dots), \\ \dot{z} &= f_3(x, y, z, \dots, a, b, c, d, p, r, \dots), \\ &\vdots\end{aligned}\quad (1)$$

其中 $x, y, z, \dots, a, b, c, d, p, r, \dots$ 分别为系统的变量和参数, $f(\ast)$ 描述系统的非线性动力学特性. 其对应的响应系统通常为

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= f_1(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, \dots, \hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{p}, \hat{r}, \dots) + u_1, \\ \dot{\hat{y}} &= f_2(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, \dots, \hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{p}, \hat{r}, \dots) + u_2, \\ \dot{\hat{z}} &= f_3(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, \dots, \hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{p}, \hat{r}, \dots) + u_3, \\ &\vdots\end{aligned}\quad (2)$$

其中 u_1, u_2, u_3 等为控制器,控制器的个数要根据具体的系统来确定,从控制代价的角度看,控制器的形式要最简单且控制的个数还要尽量最少. 通常定义两个系统对应变量和参数的误差为

$$\begin{aligned}e_x &= x - \hat{x}, e_y = y - \hat{y}, e_z = z - \hat{z}, \dots, \\ e_a &= a - \hat{a}, e_b = b - \hat{b}, e_c = c - \hat{c}, \\ e_d &= d - \hat{d}, e_p = p - \hat{p}, e_r = r - \hat{r}, \dots\end{aligned}\quad (3)$$

基于李亚普诺夫稳定性理论和自适应同步,正定的李亚普诺夫通常为

$$\begin{aligned}V &= 0.5\delta(e_x^2 + e_y^2 + e_z^2 + \dots) \\ &+ (e_a^2 + e_b^2 + e_c^2 + e_d^2 + e_r^2 + \dots)/2k,\end{aligned}\quad (4)$$

其中正的系数 δ, k 都称为增益系数,也可以选取 $\delta = k$.

$$\begin{aligned}dV/dt &= \dot{V} = \delta(e_x \dot{e}_x + e_y \dot{e}_y + e_z \dot{e}_z + \dots) \\ &+ (e_a \dot{e}_a + e_b \dot{e}_b + e_c \dot{e}_c + \dots)/k \\ &= -\delta A e_x^2 - \delta B e_y^2 - \delta C e_z^2 - \dots \\ &+ e_a \left(\frac{\dot{e}_a}{k} + Q_1 \right) + e_b \left(\frac{\dot{e}_b}{k} + Q_2 \right) + \dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&+ e_x (W_1 - u_1) + e_y (W_2 - u_2) \\ &+ e_z (W_3 - u_3) + \dots\end{aligned}\quad (5)$$

通过待定系数方法使得括号里面的量为 0,如果 A, B, C, \dots 都是非负数,那么根据李亚普诺夫稳定性理论可知系统稳定,

$$dV/dt = -\delta A e_x^2 - \delta B e_y^2 - \delta C e_z^2 - \dots < 0,\quad (6)$$

即就是系统对应变量和参数的误差随时间演化为 0,两个系统达到完全同步且系统所有未知的参数被准确识别. 进一步反解(5)式中括号内的表达式就可以得到参数观测器和控制器的具体表达式,选择恰当的增益系数进行数值计算就可以验证该方法是否有效. 从理论上讲,以上方法可以适用任意的混沌系统的参数识别,实际上,当混沌系统要识别的一组参数的大小差异比较大的情况下,在参数识别时会出现反常情况,在要识别的一组参数中,比较大的参数是能准确快速识别,而超级小的参数在识别过程中则发生振荡,这可以通过增加控制器来克服这个困难. 下面以一类神经元 Hindmarsh-Rose 中 5 个参数的识别为例来进行讨论.

Hindmarsh-Rose 神经元模型可以描述一类神经元电活动规律,其数学方程描述为

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y - ax^3 + bx^2 - z + I, \\ \dot{y} &= c - dx^2 - y, \\ \dot{z} &= r[s(x + 1.6) - z],\end{aligned}\quad (7)$$

式中 a, b, c, d, r, s 为系统的参数, I 为该神经元的外部刺激电流. 通过计算李亚普诺夫指数发现,当系统参数 $a = 1, b = 3, c = 1, d = 5, r = 0.006, s = 4$ 时系统出现一个正的李亚普诺夫指数,即系统出现混沌态. 变量 x 通常用来描述神经元膜电位变化的规律. 这里研究的目标是识别系统(7)的 5 个参数, a, b, c, d, r (当然也可以识别 6 个参数, a, b, c, d, r, s , 把(7)式第三个方程进行变形 $\dot{z} = p(x + 1.6) - rz, s = p/r$). 考虑实际控制的可行性和代价问题,对应受控的响应系统为

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= \hat{y} - \hat{a}\hat{x}^3 + \hat{b}\hat{x}^2 - \hat{z} + I + u_1, \\ \dot{\hat{y}} &= \hat{c} - \hat{d}\hat{x}^2 - \hat{y}, \\ \dot{\hat{z}} &= \hat{r}[s(\hat{x} + 1.6) - \hat{z}] + u_3,\end{aligned}\quad (8)$$

这里假定两个神经元的外界刺激电流 I 和参数 s 是相同的. 可以考虑系统(7)的一组参数中 r 与其他参数的值差别非常大,下面我们来分析已有的自适应同步方法对该组参数识别,特别是小参数识别所遇到的反常问题,并提出改进办法.

根据(5)式,可以构造如下的李亚普诺夫函数

$$V = 0.5\delta(e_x^2 + e_y^2 + e_z^2) + (e_a^2 + e_b^2 + e_c^2 + e_d^2 + e_r^2)/2k, \quad (9)$$

根据(3)式的定义和(7), (8)式容易得到

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= e_y - e_z - e_a x^3 + e_b x^2 \\ &\quad - \hat{a}(x^2 + x\hat{x} + \hat{x}^2)e_x + \hat{b}(x + \hat{x})e_x - u_1, \\ \dot{e}_y &= e_c - e_y - e_d x^2 - \hat{d}e_x(x + \hat{x}), \\ \dot{e}_z &= e_r[4(x + 1.6) - z] + 4\hat{r}e_x - \hat{r}e_z - u_3. \end{aligned} \quad (10)$$

将(10)式代入(9)式并进行整理合并有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_a \left(\frac{\dot{e}_a}{k} - \delta x^3 e_x \right) + e_b \left(\frac{\dot{e}_b}{k} + \delta x^2 e_x \right) \\ &\quad + e_c \left(\frac{\dot{e}_c}{k} + \delta e_y \right) + e_d \left(\frac{\dot{e}_d}{k} + \delta x^2 e_y \right) \\ &\quad + e_r \left[\frac{\dot{e}_r}{k} + 4\delta(x + 1.6)e_x - \delta z e_x \right] \\ &\quad - \delta \hat{a}(x^2 + x\hat{x} + \hat{x}^2)e_x^2 - \delta e_y^2 - \delta \hat{r}e_z^2 \\ &\quad + \delta(e_y e_x - e_z e_x + \hat{b}(x + \hat{x})e_x^2 \\ &\quad - \hat{d}(x + \hat{x})e_x e_y + 4\hat{r}e_x e_z - u_1 e_x - u_3 e_z), \end{aligned} \quad (11)$$

利用待定系数方法可以得到李亚普诺夫函数对时间导数负定满足的条件,即令(11)式中括号内的项等于零则有

$$\dot{V} = -\delta \hat{a}(x^2 + x\hat{x} + \hat{x}^2)e_x^2 - \delta e_y^2 - \delta \hat{r}e_z^2 < 0. \quad (12)$$

显然, (12)式成立的条件在于

$$\begin{cases} \dot{e}_a = k\delta x^3 e_x \\ \dot{e}_b = -k\delta x^2 e_x \\ \dot{e}_c = -k\delta e_y \\ \dot{e}_d = k\delta x^2 e_y \\ \dot{e}_r = -k\delta[4(x + 1.6) - z] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \hat{a} = \dot{a} - \dot{e}_a = -k\delta x^3 e_x, \\ \hat{b} = \dot{b} - \dot{e}_b = k\delta x^2 e_x, \\ \hat{c} = \dot{c} - \dot{e}_c = k\delta e_y, \\ \hat{d} = \dot{d} - \dot{e}_d = -k\delta x^2 e_y, \\ \hat{r} = \dot{r} - \dot{e}_r = k\delta[4(x + 1.6) - z], \end{cases} \quad (13)$$

$$e_y e_x - e_z e_x + \hat{b}(x + \hat{x})e_x^2 - \hat{d}(x + \hat{x})e_x e_y + 4\hat{r}e_x e_z - u_1 e_x - u_3 e_z = 0. \quad (14)$$

通常情况下驱动系统的参数 a, b, c, d, r , 都是固定的,即 $\dot{a} = \dot{b} = \dot{c} = \dot{d} = \dot{r} = 0$,从(13)式可以得到参数观测器的具体表达式. 进一步从(14)式可以确

定控制器的表达式. 首先分析常规的自适应同步方法,在常规的自适应同步识别参数中常常选取 $\delta = 2, k = 0.5$,此时李亚普诺夫函数为 $V = (e_x^2 + e_y^2 + e_z^2) + (e_a^2 + e_b^2 + e_c^2 + e_d^2 + e_r^2)$,从(14)式中对控制器可以有多种选择.

第一种 $u_1 = e_y - e_z + \hat{b}(x + \hat{x})e_x - \hat{d}(x + \hat{x})e_y + 4\hat{r}e_z, u_3 = 0.$

第二种 $u_1 = e_y + \hat{b}(x + \hat{x})e_x - \hat{d}(x + \hat{x})e_y + 4\hat{r}e_z, u_3 = -e_x.$

第三种 $u_1 = e_y + \hat{b}(x + \hat{x})e_x - \hat{d}(x + \hat{x})e_y, u_3 = -e_x + 4\hat{r}e_x.$

在以上三种情况下,可以看到两个系统同步和参数识别的暂态过程是不可以控制的. 此时参数观测器(13)简化为

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \dot{a} - \dot{e}_a = -k\delta x^3 e_x = -x^3 e_x, \\ \hat{b} &= \dot{b} - \dot{e}_b = k\delta x^2 e_x = x^2 e_x, \\ \hat{c} &= \dot{c} - \dot{e}_c = k\delta e_y = e_y, \\ \hat{d} &= \dot{d} - \dot{e}_d = -k\delta x^2 e_y = -x^2 e_y, \\ \hat{r} &= \dot{r} - \dot{e}_r = k\delta[4(x + 1.6) - z] \\ &= (x + 1.6) - z. \end{aligned} \quad (15)$$

当控制器选择为第一种情况 $u_1 = e_y - e_z + \hat{b}(x + \hat{x})e_x - \hat{d}(x + \hat{x})e_y + 4\hat{r}e_z, u_3 = 0$ 的数值模拟结果见图 1.

第二种情况 $u_1 = e_y + \hat{b}(x + \hat{x})e_x - \hat{d}(x + \hat{x})e_y + 4\hat{r}e_z, u_3 = -e_x$ 的数值模拟结果见图 2. 第三种情况 $u_1 = e_y + \hat{b}(x + \hat{x})e_x - \hat{d}(x + \hat{x})e_y, u_3 = -e_x + 4\hat{r}e_x$ 的数值模拟结果见图 3. 在以下数值计算中,采用四阶龙格-库塔方法进行积分,积分步长为 0.001.

对于变量误差,只计算 $\theta(e_x, e_y, e_z) = \theta = e_x^2 + e_y^2 + e_z^2$ 的时间演化.

对比图 1,2,3 可以看到,两个系统的误差在控制器的作用下都逐渐接近于零,但在第一种情况下(采用单个控制器)对最小参数 r 的识别结果在 500 时间单位内出现了振荡现象,即小参数不能和其他参数同时同步被识别出来. 当采用两个控制器的時候(图 2 和图 3),所有参数几乎同步被识别出来且两个混沌系统达到完全同步的暂态过程也被缩短了. 根据(14)式,理论上也可以选取单个控制器来实现两个系统完全同步和参数识别. 实际上,根据(12)式 ($\dot{V} = -\hat{a}(x^2 + x\hat{x} + \hat{x}^2)e_x^2 - e_y^2 - \hat{r}e_z^2 < 0$),在

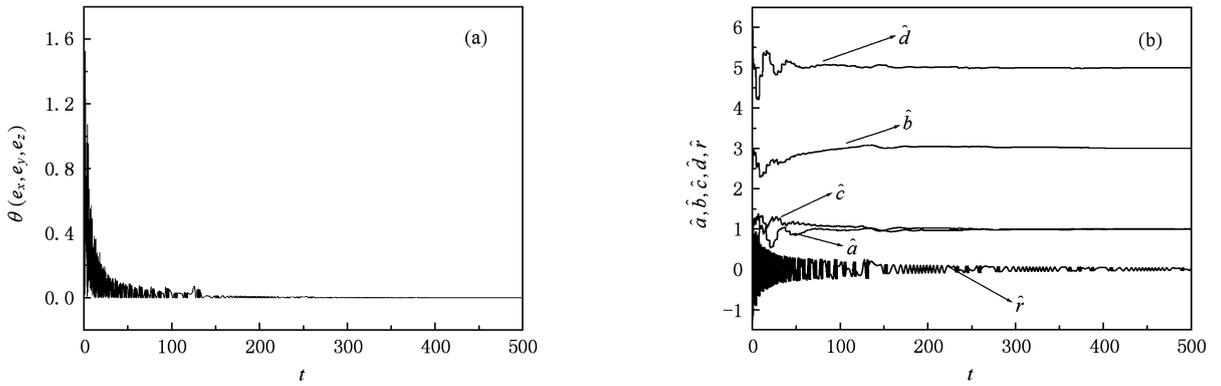


图 1 两个系统的误差 $\theta(e_x, e_y, e_z) = \theta = e_x^2 + e_y^2 + e_z^2$ 演化(a)和 5 个参数的识别结果(b), 控制器选择 $u_1 = e_y - e_z + \hat{b}(x + \hat{x})e_x - \hat{d}(x + \hat{x})e_y + 4\hat{r}e_z, u_3 = 0$, 且 $\delta = 2, k = 0.5$

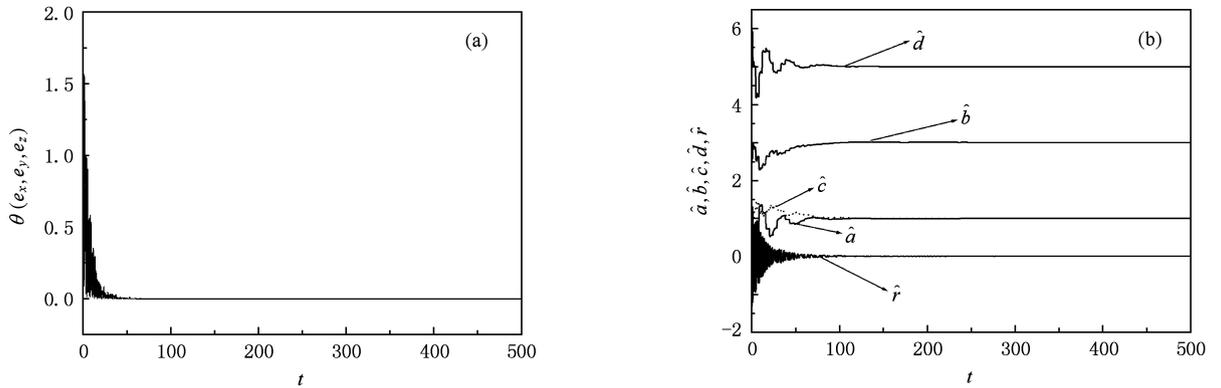


图 2 两个系统的误差 $\theta(e_x, e_y, e_z) = \theta = e_x^2 + e_y^2 + e_z^2$ 演化(a)和 5 个参数的识别结果(b), 控制器选择 $u_1 = e_y + \hat{b}(x + \hat{x})e_x - \hat{d}(x + \hat{x})e_y + 4\hat{r}e_z, u_3 = -e_x$, 且 $\delta = 2, k = 0.5$.

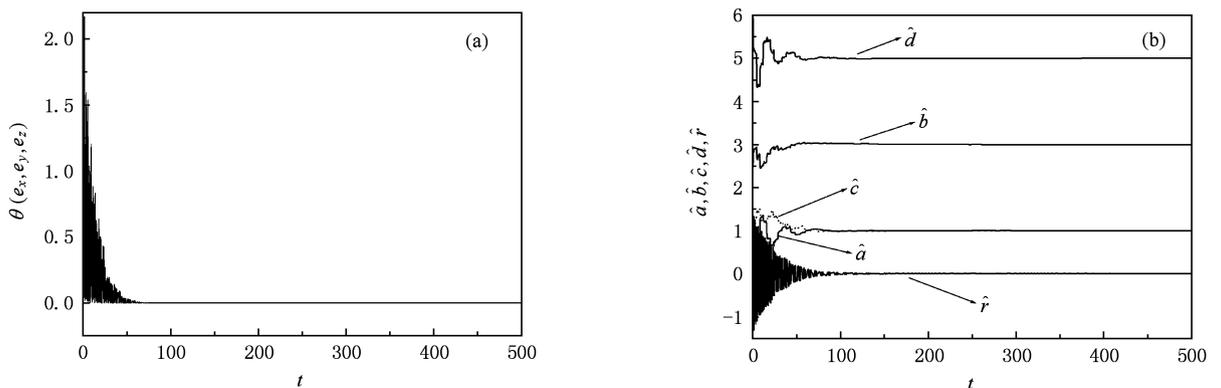


图 3 两个系统的误差 $\theta(e_x, e_y, e_z) = \theta = e_x^2 + e_y^2 + e_z^2$ 演化(a)和 5 个参数的识别结果(b), 控制器选择 $u_1 = e_y + \hat{b}(x + \hat{x})e_x - \hat{d}(x + \hat{x})e_y, u_3 = -e_x + 4\hat{r}e_x$, 且 $\delta = 2, k = 0.5$.

对参数 a, r 识别的过程中, 识别结果 \hat{a}, \hat{r} 则可能在某个时刻出现非正的情况, 那么将导致同步的偏离进一步导致参数识别的偏差. 可以看到 a, r 两个参数差别比较大, 那么识别结果中可能出现 \hat{a}, \hat{r} 不是同号的情况, 这可能导致某个识别结果发生周期性偏差. 从图 2 和图 3 的结果可以看到两个系统参数

识别所需要的暂态过程相对比较长, 因此, 研究如何改进自适应同步方法识别参数来缩短暂态过程非常重要. 根据(13)式, 可以看到增益系数 δ, k 在参数观测器中直接决定着参数收敛快慢. 数值计算结果表明: 在单个控制器 u_1 作用下 ($u_1 = e_y - e_z + \hat{b}$

$(x + \hat{x})e_x - \hat{d}(x + \hat{x})e_y + 4\hat{r}e_z, u_3 = 0)$, 驱动系统的四个参数 a, b, c, d 都能准确识别, 但参数 r 的识别结果 \hat{r} 最后出现了随时间振荡, 与系统的真实值出现了一定的偏差. 下面我们讨论在两个控制器作用下两个混沌系统的自适应同步和参数识别问题. 显然, 从参数观测器(13)式来看, $\delta = A, k = B$ 和 $\delta = B, k = A$ 的效果是一样, 因为增益系数的以乘积的形式来调节观测器的识别. 虽然从(12)式来看, 增益

系数 δ 决定着系统误差变量的收敛速度. 实际上系统误差变量和参数误差值是相互调节的. 下面分别讨论 δ, k 在不同组值下参数的识别和同步问题. 首先选择 $\delta = 0.2, k = 0.05$ (与图 2 的结果对比, 在图 2 中 $\delta = 2, k = 0.5$), 其数值计算结果见图 4; 其次考虑 $\delta = 8, k = 2$ (与图 2 的结果对比, 在图 2 中 $\delta = 2, k = 0.5$), 其数值计算结果见图 5; 最后考虑 $\delta = k = 10$ 的情况, 其数值计算结果见图 6.

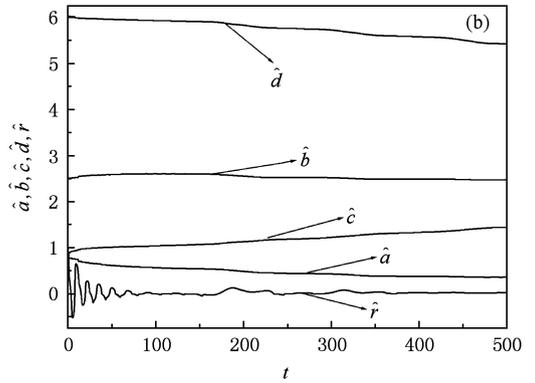
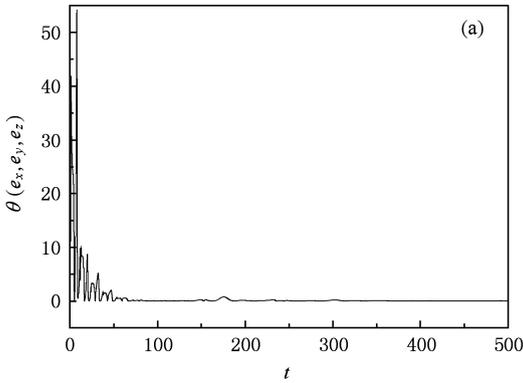


图 4 两个系统的误差 $\theta(e_x, e_y, e_z) = \theta = e_x^2 + e_y^2 + e_z^2$ 演化(a)和 5 个参数的识别结果(b), 控制器选择 $u_1 = e_y + \hat{b}(x + \hat{x})e_x - \hat{d}(x + \hat{x})e_y + 4\hat{r}e_z, u_3 = -e_x$, 且 $\delta = 0.2, k = 0.05$

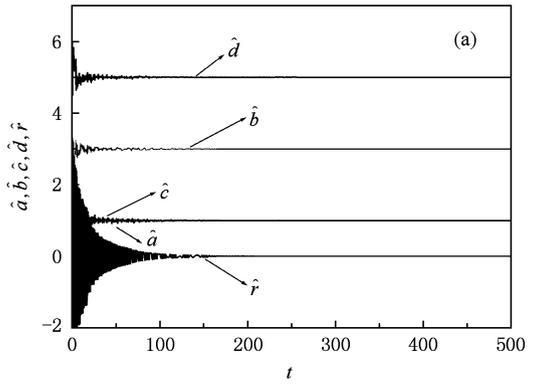
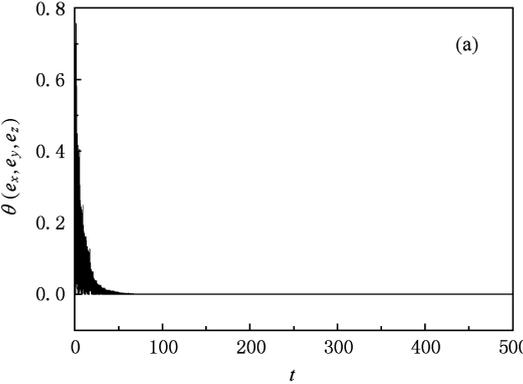


图 5 两个系统的误差 $\theta(e_x, e_y, e_z) = \theta = e_x^2 + e_y^2 + e_z^2$ 演化(a)和 5 个参数的识别结果(b), 控制器选择 $u_1 = e_y + \hat{b}(x + \hat{x})e_x - \hat{d}(x + \hat{x})e_y + 4\hat{r}e_z, u_3 = -e_x$, 且 $\delta = 8, k = 2$

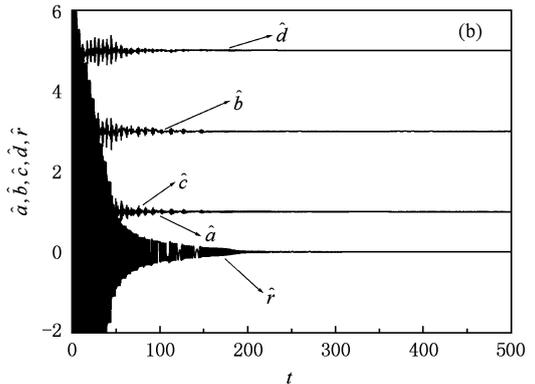
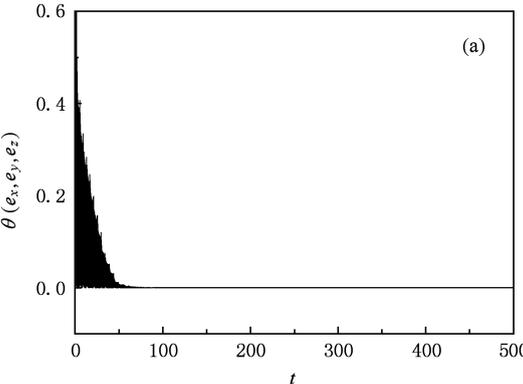


图 6 两个系统的误差 $\theta(e_x, e_y, e_z) = \theta = e_x^2 + e_y^2 + e_z^2$ 演化(a)和 5 个参数的识别结果(b), 控制器选择 $u_1 = e_y + \hat{b}(x + \hat{x})e_x - \hat{d}(x + \hat{x})e_y + 4\hat{r}e_z, u_3 = -e_x$, 且 $\delta = 10, k = 10$

图 4 的结果说明当增益系数太小的时候,两个系统不能实现完全同步且系统的参数不能被准确识别出来. 图 5 的结果说明当增益系数比较大时,系统对应变量的误差很快演化为零,系统的所有参数也能够以非常高的精度被识别出来. 对比图 5 和图 6 的结果可以看到,增益系数太大情况下并不能显著的缩短系统同步和识别参数的暂态过程,相反,准确识别系统参数(最大 d 和最小参数 r)的暂态过程相对延长了,分析其原因可能在于太大的增益系数强迫系统总的误差 $\dot{V} = -\delta\hat{a}(x^2 + x\hat{x} + \hat{x}^2)e_x^2 - \delta e_y^2 - \delta\hat{r}e_z^2 < 0$ 快速收敛而引起参数识别结果的振荡,反过来延长了两个系统达到完全同步的时间. 对比图 2 和图 5 可以看到,在引进恰当的增益系数下(相对大于图 2 的增益系数)更容易实现混沌系

统同步和参数的识别,特别是对于极小的参数(图 2 的 r 参数识别过程中在 $t = 280$ 时间单位附近仍然有小幅度振荡)的识别更有效. 数值计算表明在控制器选择 $u_1 = e_y + \hat{b}(x + \hat{x})e_x - \hat{d}(x + \hat{x})e_y, u_3 = -e_x + 4\hat{r}e_x$ 时也有类似的结果.

以上只讨论了系统参数是固定不变的情况,下面简单讨论下当系统某个参数突然发生阶跃变化时参数的识别问题,选择控制器 $u_1 = e_y + \hat{b}(x + \hat{x})e_x - \hat{d}(x + \hat{x})e_y + 4\hat{r}e_x, u_3 = -e_x$ 来进行数值计算和分析. 这里假定在 $t = 200$ 时间单位时系统的参数 a 从 1 跃变为 1.3, 且系统的参数 d 从 5 跃变为 4.8, 其他的参数取值同上,数值计算结果见图 7.

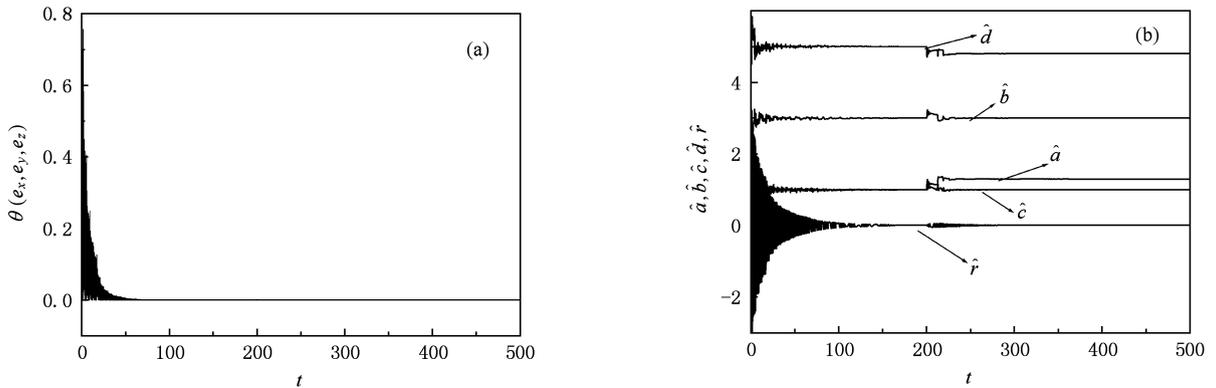


图 7 两个系统的误差 $\theta(e_x, e_y, e_z) = \theta = e_x^2 + e_y^2 + e_z^2$ 演化(a)和 5 个参数的识别结果(b), 控制器选择 $u_1 = e_y + \hat{b}(x + \hat{x})e_x - \hat{d}(x + \hat{x})e_y + 4\hat{r}e_x, u_3 = -e_x$, 且 $\delta = 8, k = 2$. 在 $t = 200$ 时间单位时系统的参数 a 从 1 跃变为 1.3, 且系统的参数 d 从 5 跃变为 4.8, 其他的参数取值为 $b = 3, c = 1, r = 0.006$

图 7 的数值结果表明当系统的两个参数在某个时刻发生阶跃变化时,以上方法仍然能在比较短的暂态过程下准确的识别系统的所有参数,两个混沌系统也达到完全同步. 与系统参数固定时的区别在于,系统的误差和参数识别结果在参数发生阶跃时有个微小的突变,但在自适应控制器和参数观测器作用下很快将系统的参数识别出来并再次使得两个系统达到完全同步.

进一步讨论下系统某个参数做非常缓慢周期变化时系统的同步和参数识别问题. 这里假定在 $t = 200$ 时间单位时系统的参数 $a = 1 + 0.2\cos 0.001t$, 且 $d = 5 + 0.2\cos 0.001t$, 仍然选择和图 7 一样的控制器,数值计算结果表明该方法可以确保两个系统达到完全同步并识别出系统的参数变化规律. 当系统的参数变化比较快的时候以上方法不能识别系统的参数.

3. 讨论和结论

基于李亚普诺夫稳定性理论和自适应同步方法可以用来识别大多数混沌和超混沌系统的参数. 文章讨论了该方法在识别一类神经元 Hindmarsh-Rose 在混沌态下的参数识别时遇到的问题. Hindmarsh-Rose 神经元在混沌态下的一组参数数值差异非常大,在用自适应同步方法识别 Hindmarsh-Rose 的一组参数(5 个参数)时如果采用单个控制器则出现了最小参数发生振荡现象. 其原因在于要识别的一组参数的值差异太大,各个参数在识别的过程中可能出现异号情况,导致 $\dot{V} = -\delta\hat{a}(x^2 + x\hat{x} + \hat{x}^2)e_x^2 - \delta e_y^2 - \delta\hat{r}e_z^2 < 0$ 收敛时发生振荡(a, r 差异非常大,识别结果 \hat{a}, \hat{r} 的差异也很大). 这可以通过增加控制器个数来克服. 文章在进一步

的讨论中提出在构建的李亚普诺夫函数中引入可调节的增益系数来调节系统同步和参数识别的暂态过程. 研究发现:在比较小的增益系数下,两个混沌系统不能达到完全同步,驱动系统的参数也不能识别出来. 只有当增益系数增加到一定值时(不同的混沌模型的阈值不一样)就可以快速实现系统的同步和参数准确识别. 如果进一步增加增益系数反而使得识别参数和同步的暂态过程被延长. 而此前的研究结果表明如果系统参数的值比较接近情况下,比较大的增益系数比小的增益系数更容易实现系统的同步和参数识别. 我们这里讨论的混沌 Hindmarsh-Rose 系统的一组参数的值差别比较大

($r = 0.006$, $d = 5$),因此在应用自适应同步方法识别参数时出现了反常情况. 虽然通过增加控制器个数克服了同步识别所有参数和最小参数振荡的困难,但在构建李亚普诺夫函数引入增益系数并求得对应参数观测器和控制器时要考虑增益系数的优化选择问题. 增益系数不能选择得太大或者太小,太大引起暂态过程的增加,太小则不能实现完全同步和准确识别参数. 希望这个有趣的问题能在其他类似的混沌和超混沌系统中得到进一步的讨论和研究.

感谢应和平教授有益的讨论和建议.

- [1] Boccaletti S, Grebogi C, Lai Y C, Mancini H, Maza D 2000 *Phys. Rep.* **329** 103
- [2] Boccaletti S, Kurths J, Osipov G, Valladares D L, Zhou C S 2002 *Phys. Rep.* **366** 1
- [3] Chen S H, Zhao L M, Liu Jie 2002 *Chin. Phys.* **11** 543
- [4] Yu S M, Ma Z G, Qiu S S, Peng S G, Lin Q H 2004 *Chin. Phys.* **13** 317
- [5] Wang Q Yun, Lu Q S, Wang H X 2005 *Chin. Phys.* **14** 2189
- [6] Zou Y L, Zhu J, Chen G R 2005 *Chin. Phys.* **14** 697
- [7] Lü L, Zhang Q L, Guo Z A 2008 *Chin. Phys. B* **17** 498
- [8] Wei D Q, Luo X S 2007 *Chin. Phys.* **16** 3244
- [9] Wei D Q, Luo X S 2008 *Chin. Phys. B* **17** 92
- [10] Wang F Q, Liu C X 2007 *Chin. Phys.* **16** 946
- [11] Ma J, Jin W Y, Li Y L 2008 *Chaos, Solitons & Fractals* **36** 494
- [12] Wang Q Y, Jin W Y, Xia Y F 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 3582
- [13] Li Z, Han C Z 2002 *Chin. Phys.* **11** 9
- [14] Xiao Y Z, Xu W 2007 *Chin. Phys.* **16** 1597
- [15] Lü L, Guo Z A, Zhang C 2007 *Chin. Phys.* **16** 1603
- [16] Xiao Y Z, Xu W, Li X C, Tang S F 2008 *Chin. Phys. B* **17** 80
- [17] Liu Z R, Luo J G 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 1118
- [18] Wang H X, Lu Q S, Wang Q Y 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 2173
- [19] Yang X L, Xu W 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2004
- [20] Li X W, Zheng Z G 2007 *Commun. Theor. Phys.* **47** 265
- [21] Shi X, Lu Q S 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 547
- [22] Zhan M, Hu G, Wang X G 2000 *Chin. Phys. Lett.* **17** 332
- [23] Ho M C, Hung Y C, Chou C H 2002 *Phys. Lett. A* **296** 43
- [24] Shuai J W, Durand D M 1999 *Phys. Lett. A* **264** 289
- [25] Vincent U E, Njah A N, Solarin A R T 2006 *Physica A* **360** 186
- [26] Li G H 2007 *Chin. Phys.* **16** 2608
- [27] Li D, Zheng Z G 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4009
- [28] Yang J Z, Hu G 2007 *Phys. Lett. A* **361** 332
- [29] Yang J Z, Zhang M 2008 *Commun. Theor. Phys.* **49** 391
- [30] Min L Q, Chen G R, Zhang X D, Zhang X H, Yang M 2004 *Commun. Theor. Phys.* **41** 632
- [31] Jing J Y, Min L Q 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 028702
- [32] Chen Y H, Wu Z Y, Yang J Z 2007 *Chin. Phys. Lett.* **24** 46
- [33] Li C D, Liao X F 2004 *Phys. Lett. A* **329** 301
- [34] Shahverdiev E M, Shore K A *Phys. Lett. A* **292** 320
- [35] Zhang H G, Ma T D, Yu W, Fu J 2008 *Chin. Phys. B* **17** 3616
- [36] Gao J, Zheng Z G, He D H, Zhang T X 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 999
- [37] Mu J, Tao C, Du G H 2003 *Chin. Phys.* **12** 381
- [38] Wu L, Zhu S Q 2003 *Chin. Phys.* **12** 300
- [39] Lu J G, Xi Y G 2005 *Chin. Phys.* **14** 274
- [40] Xu J F, Min L Q, Chen G R 2004 *Chin. Phys. Lett.* **21** 1445
- [41] Shi X, Lu Q S 2005 *Chin. Phys.* **14** 77
- [42] Hindmarsh J L, Rose R M 1982 *Nature* **276** 162
- [43] Hindmarsh J L, Rose R M 1984 *Proc. R. Soc. Lond. B* **221** 87
- [44] Gao B J, Lu J A 2007 *Chin. Phys.* **16** 666
- [45] Cai G L, Zheng S, Tian L X 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2412
- [46] Huang J 2008 *Phys. Lett. A* **372** 4799
- [47] Wang Y W, Wen C Y, Yang M, Xiao J W 2008 *Phys. Lett. A* **372** 2409
- [48] Zhang G, Liu Z R, Zhang J B 2008 *Phys. Lett. A* **372** 447
- [49] Elabbasy E M, El-Dessoky M M 2006 *Phys. Lett. A* **349** 187
- [50] Li L, Li J F, Liu Y P, Ma J, 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1404 (in Chinese) [李 农, 李建芬, 刘宇平, 马 健 2008 物理学报 **57** 1404]
- [51] Li L, Li J F, Cai L, Zhang B, 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7500 (in Chinese) [李 农, 李建芬, 蔡理, 张 斌 2008 物理学报 **57** 7500]

Optimization of self-adaptive synchronization and parameters estimation in chaotic Hindmarsh-Rose neuron model^{*}

Ma Jun[†] Su Wen-Tao Gao Jia-Zhen

(*Department of Physics, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China*)

(Received 11 June 2009; revised manuscript received 29 June 2009)

Abstract

Optimization of self-adaptive synchronization is investigated to estimate a group of five unknown parameters in one certain chaotic neuron model, which is described by the Hindmarsh-Rose. Two controllable gain coefficients are introduced into the Lyapunov function, which is necessary to get the form of parameter observers and controllers for parameter estimation and synchronization, to adjust the transient period for complete synchronization and parameter identification. It is found that the identified results for the minimal parameter (three orders of magnitude less than the maximal parameter) oscillate with time (the estimated results for this parameter is not exact) while the four remaining parameters are estimated very well when one controller and five parameter observers are used to work on the driven system (response system). To the best of our knowledge, it could result from the great difference of five target parameters (values). As a result, this problem could be solved when two controllers and five parameter observers are used to change the driven system and all the unknown parameters are identified with high precision. Furthermore, longer transient period for parameter estimation and complete synchronization is required when too strong gain coefficients are used, while parameters can not be estimated exactly if too weak gain coefficients are used. Therefore, appropriate gain coefficients are critical to achieve the shortest transient period for parameter identification and complete synchronization of chaotic systems, and the optimization of gain coefficients depends on the model being studied. Furthermore, it is confirmed by our numerical results that this scheme is effective and reliable to estimate the parameters even if some parameters jump suddenly.

Keywords: parameter estimation, self-adaptive synchronization, Hindmarsh-Rose neuron

PACC: 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10747005, 30670529) and Natural Science of Foundation of Lanzhou University of Technology (Grant No. Q200706).

[†] Corresponding author. E-mail: hyperchaos@163.com