

微波混沌腔体中的散射特性研究*

闫二艳^{1)2)†} 孟凡宝¹⁾ 马弘舸¹⁾

1) (中国工程物理研究院应用电子学研究所, 绵阳 621900)

2) (中国工程物理研究院研究生部, 北京 100088)

(2009 年 5 月 10 日收到; 2009 年 7 月 5 日收到修改稿)

以计算机机箱为研究目标, 开展了电磁波耦合入计算机机箱腔体的散射问题研究. 通过对其散射矩阵元的讨论和分析发现: 可以通过辐射散射测量得到系统散射矩阵的系综平均; 随着腔体损耗的增加, 腔体散射系数的波动性减小; 随着腔体损耗的进一步增加, 插入相移分布逐渐趋于均一分布. 通过 Dyson 圆系综讨论了归一化散射矩阵, 计算机机箱腔体中存在波混沌散射. 根据随机矩阵理论, 微波混沌腔体的归一化阻抗矩阵具有统计通用性, 且只与系统的损耗有关.

关键词: 波混沌腔体, Dyson 圆系综, 归一化阻抗矩阵, 归一化散射矩阵

PACC: 0545, 0250

1. 引 言

混沌系统中短波波长的散射研究在理论和实验研究中都比较活跃, 特别是包括量子点、原子核物理和微波腔体的波混沌系统. 这些系统都建立在混沌射线动力学基础上, 封装里的波模式对结构和频率的微小改变非常敏感, 应采用统计方法来描述波散射问题. 混沌散射矩阵的通用分布由 Dyson 圆系综来描述, 然而圆系综不能直接与实验数据相比较, 随着泊松核研究中统计分布的引入, 采用散射矩阵的平均来描述非理想耦合. 在本次实验中将采用这个理论来测量估计系综平均. 具体将采用不同形状平均 (或辐射散射过程) 来得到系综平均. Wigner 直接使用统计方法来描述不规则微波腔体过模状态下共振频率的统计问题. 这种波动方程的统计方法已经被广泛应用于理论物理, 称为“波混沌”, 现也称为随机矩阵理论 (RMT)^[1-5].

本文就以计算机机箱为研究系统, 对电磁波进入机箱箱体的散射特性进行讨论. 为了讨论散射的通用统计特性, 特引入辐射散射过程的测量^[5-8].

2. 实验系统的设计及测量

以计算机主机箱为研究对象, 机箱内放置一个电路板, 电路板大小为 125 mm × 110 mm, 将单片机的复位脚作为目标孔 (孔 2), 且在目标孔处接上直径为 0.90 mm, 长度为 15 mm 的小探针, 与电路板上其他元件断开. 采用周长为 100 mm 的小圆环、为磁激励方式 (孔 1). 机箱的物理尺寸为 430 mm × 420 mm × 180 mm, 其简单示意图见图 1(a).

首先应该测量在 3—18 GHz 频率范围内的腔体散射系数 S 系综, 主要采用模式搅拌的方法, 在腔体中引入三个模式搅拌桨, 其尺寸分别为 100 mm × 50 mm × 3 mm, 100 mm × 50 mm × 3 mm 和 70 mm × 50 mm × 3 mm, 搅拌桨的边界做成不规则的锯齿形状, 避免在转动过程中与腔体内壁形成驻波. 调整腔体中搅拌桨的不同方位以便产生不同内部结构, 对于每一种内部结构, 在 3—18 GHz 范围内使用矢量网络分析仪 (Agilent E8363B) 等间距步长 (16000 步) 测量 S , 其作为频率的函数, 旋转搅拌桨在 72 个不同的位置, 可以测量得到大量腔体散射矩阵 S (16000 × 72). 其次需要测量描述耦合孔形状的辐射散射 S_{rad} . 主要测试激励波进入腔体以后, 不会被反射回激励孔情况下的散射系数. 所以要移走金

* 国家高技术研究发展计划项目资助的课题.

† E-mail: yaneryan_2002@163.com

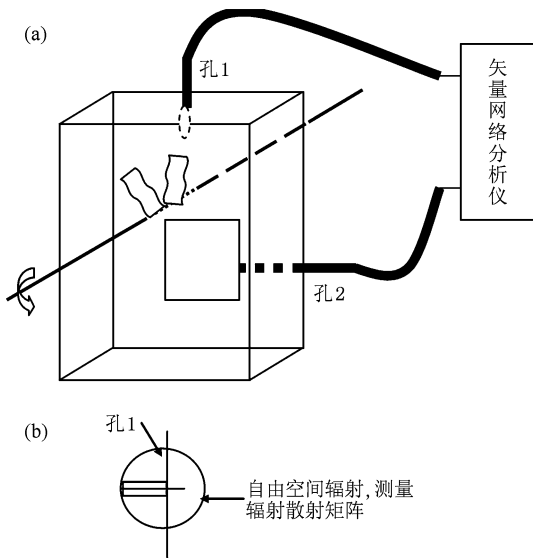


图 1 模型示意图和孔结构的自由空间辐射 (a) 计算机机箱模型示意图; (b) 孔结构的自由空间辐射示意图

属杆和三个模式搅拌桨, 在腔体内壁贴上商业微波吸收材料, 抑制内壁的反射. 使用这种方法可以近似将内壁移动到无穷远处. 在激励源和目标点周围留下半径约为 $r = 50 \text{ mm}$ 的圆. 在 3—18 GHz 范围内等间距步长 (16000 步) 测量辐射散射矩阵 S_{rad} .

3. 测量结果分析

3.1. 系综平均的确定

首先通过单个形状腔体散射矩阵 S 、腔体内部形状平均测得的平均散射 $\langle S \rangle$ 和腔体的辐射散射 S_{rad} 之间的比较, 来寻求大量内部结构平均、辐射测量矩阵与系综平均之间的关系.

把腔体散射幅值视作频率的函数. 假设频率在 3—6 GHz, 在同一个腔体和耦合条件下, 可以求得每个频率点上 S 参数在 72 个形状上的平均 $|\langle S_{11} \rangle_{72}|$ 和 $|\langle S_{21} \rangle_{72}|$. 结果如图 2 所示, 腔体散射幅值随频率变化的关系, 其中点线为同一个腔体中一个形状对应的腔体散射 $|S_{11}|$ 和 $|S_{21}|$, 实线为 72 个形状上的平均 $|\langle S_{11} \rangle_{72}|$ 和 $|\langle S_{21} \rangle_{72}|$, 而点划线则为相应频率上的辐射散射 $|S_{\text{rad}}|$, 分别表示为 $|S_{\text{rad}11}|$ 和 $|S_{\text{rad}21}|$. 图 2 $|S_{11}|$ 中的 i 为 1 和 2.

比较图 2 中各自幅值曲线的波动趋势, 不难发现 $|S|$ 的波动幅度最大, 而 $|S_{\text{rad}}|$ 波动相对较小, $|\langle S \rangle_{72}|$ 介于两者之间; $|S_{\text{rad}}|$ 虽然比较接近

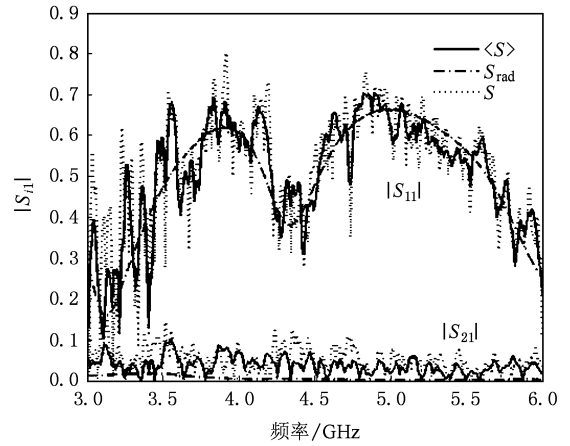


图 2 $|S_{11}|$ 与频率的关系

$|\langle S \rangle_{72}|$, 但是腔体在 72 个内部结构的平均 $|\langle S \rangle_{72}|$ 同样不完全接近于 $|S_{\text{rad}}|$. 说明只要实验数据量足够大, 也可以将测得腔体内部结构平均的散射矩阵和辐射阻抗 S_{rad} 等价于腔体散射的系综平均 $\langle S \rangle$, 即可以引入形状因子来近似得到 $\langle S \rangle$.

3.2. 腔体散射模值与腔体损耗之间的关系

为了进一步研究腔体散射模值随腔体损耗、频率的变化关系, 在同样的腔体形状和耦合条件下, 讨论在 7.5—9.5 GHz 频率范围内, 随着腔体中损耗的增加 (引入微波吸收材料), 腔体散射 $|S_{11}|$ 的波动情况, 结果如图 3 所示. 其中点线为没有加微波吸收材料情况下测得的腔体散射 $|S_{11}|$, 黑实线为加了一部分吸收材料后, 实验测得的腔体散射 $|S'_{11}|$, 点划线为测得的腔体辐射散射 $|S_{\text{rad}11}|$. 通过比较可以发现: 损耗越小, 其相应的量波动越大; 随着腔体损耗的增加, 腔体的共振将渐渐消失, 测得的腔体散射

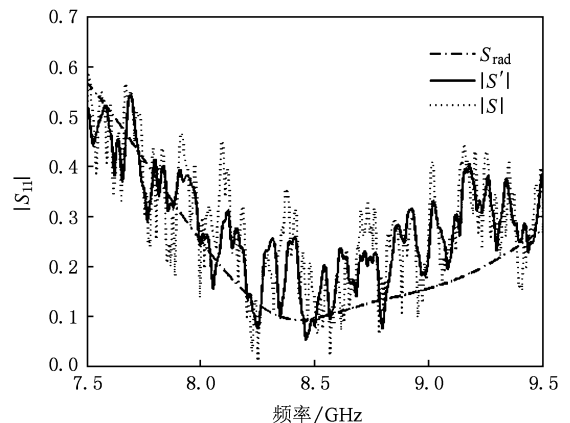


图 3 $|S_{11}|$ 与损耗、频率的关系

系数越接近于实验测量的辐射散射系数.

3.3. 散射矩阵元与频率的关系

核散射共振过程研究中引入了阿干特图的概念,即用 $\{\text{Re}[S], \text{Im}[S]\}$ 来分析散射随频率变化的关系^[9].下面对在 3.5—5.5 GHz 范围内腔体散射矩阵元 S_{11} 和 S_{21} 随频率变化的特性进行讨论.在双口网络中,1 端口的插入反射系数为 $\Gamma_1 = S_{11}$,如果 2 端口输出匹配时,插入衰减 $L(\text{dB}) = -20\lg |S_{21}|$.插入相移就是 S_{21} 的相位角,即 $\theta = \arg S_{21} = \arg \frac{1}{T_{11}}$.

3.3.1. S_{11} 随频率变化的特性

为了讨论 S_{11} 在不同条件下随频率的变化规律.可以借助于核散射研究中的阿干特图.图 4 为在 3.5—5.5 GHz 频率范围内,对应的计算机机箱复散射系数 $\{\text{Re}[S_{11}], \text{Im}[S_{11}]\}$ 在阿干特图中的分布,描述了 S_{11} 随频率变化的特性.其中图 4(a) 表示旋

转桨在机箱内部一个固定位置对应测得的散射系数 S_{11} ,即指针在 0° 位置时的 $S_{11} = \text{Re}(S_{11}) + i\text{Im}(S_{11})$.可以看到,图中有许多孤立的小圆环存在,即表示存在孤立共振;从圆环的直径大小可以分析出耦合的程度,直径越大表明在对应的频率范围内,自身的耦合愈强,反之圆环直径越小,其对应的耦合越弱.图 4(b) 所示为旋转桨在机箱内部的 72 个不同位置上对应测得的平均散射系数 S_{11} ,即 S_{11} 为相应频率点上的对应的 72 个内部结构的平均 $\langle S_{11} \rangle_{72} = \text{Re}(\langle S_{11} \rangle_{72}) + i\text{Im}(\langle S_{11} \rangle_{72})$.注意到虽然在 72 个位置上求得平均,但是仍然有些弯曲(出现一些小圆环).图 4(c) 为相应激励源对应的几何形状的辐射散射系数 $S_{\text{rad}11} = \text{Re}(S_{\text{rad}11}) + i\text{Im}(S_{\text{rad}11})$.图 4(d) 为上述三种情况的比较,从图 4(d) 中可以看出,因为少了腔体内壁的反射,变化曲线的波动变小. S_{rad} 的测量在工程上容易实现,不用产生大量腔体内部形状平均.

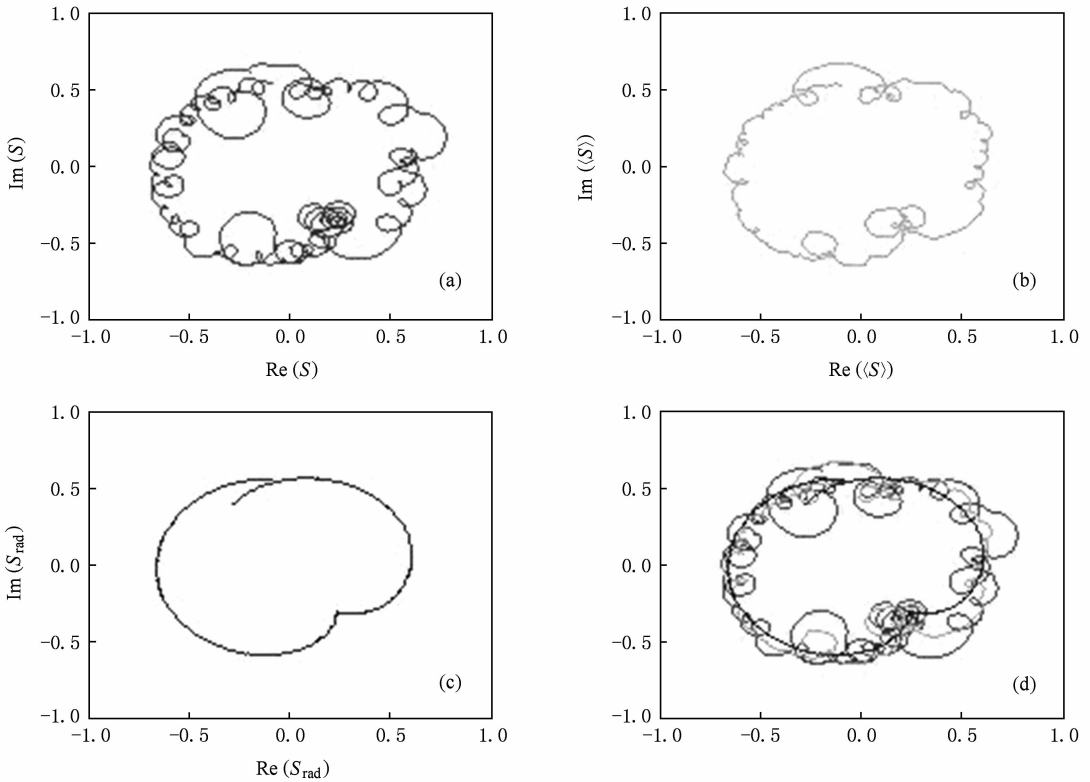


图 4 S_{11} 在阿干特图内的变化 (a) 单个内部结构的 S_{11} ; (b) 内部结构平均的 S_{11} ; (c) 辐射散射系数 $S_{\text{rad}11}$; (d) 上述三者比较

3.3.2. S_{21} 随频率变化的特性

对 S_{11} 随频率变化的比较,其腔体损耗的大小可以通过随频率变化的波动来讨论.而 S_{21} 随频率变化

的特性又如何呢? 如图 5 所示,图中所示为 S_{21} 随频率变化的特性,图 5(a) 表示旋转桨在机箱内部的一个固定位置对应测得的散射系数 S_{21} ,即指针在 0°

位置时候的 $S_{21} = \text{Re}(S_{21}) + i\text{Im}(S_{21})$, 我们可以看到其在图中占据面积范围比较大; 图 5(b) 所示为旋转桨在机箱内部的 72 个不同位置上对应测得的平均散射系数 $\langle S_{21} \rangle_{72}$, 即相应频率点上对应的 72 个内部结构的平均 $\langle S_{21} \rangle_{72} = \text{Re}(\langle S_{21} \rangle_{72}) + i\text{Im}(\langle S_{21} \rangle_{72})$, 注意到虽然在 72 个位置上求得平均, 但是仍然有波动且占据面积较小; 图 5(c) 为相应激

励源对应的几何形状的辐射散射系数 $S_{\text{rad}21} = \text{Re}(S_{\text{rad}21}) + i\text{Im}(S_{\text{rad}21})$; 图 5(d) 为上述三种情况的比较, 从图 5(d) 中可以看出, 随着损耗的增加, 图形少了很多波动并且占据面积减小, 比图 5(a) 和 (b) 占据区域小许多^[10]. 因为少了腔体内壁反射, 而且此测量在工程上容易实现, 同样不用产生大量腔体内部形状平均.

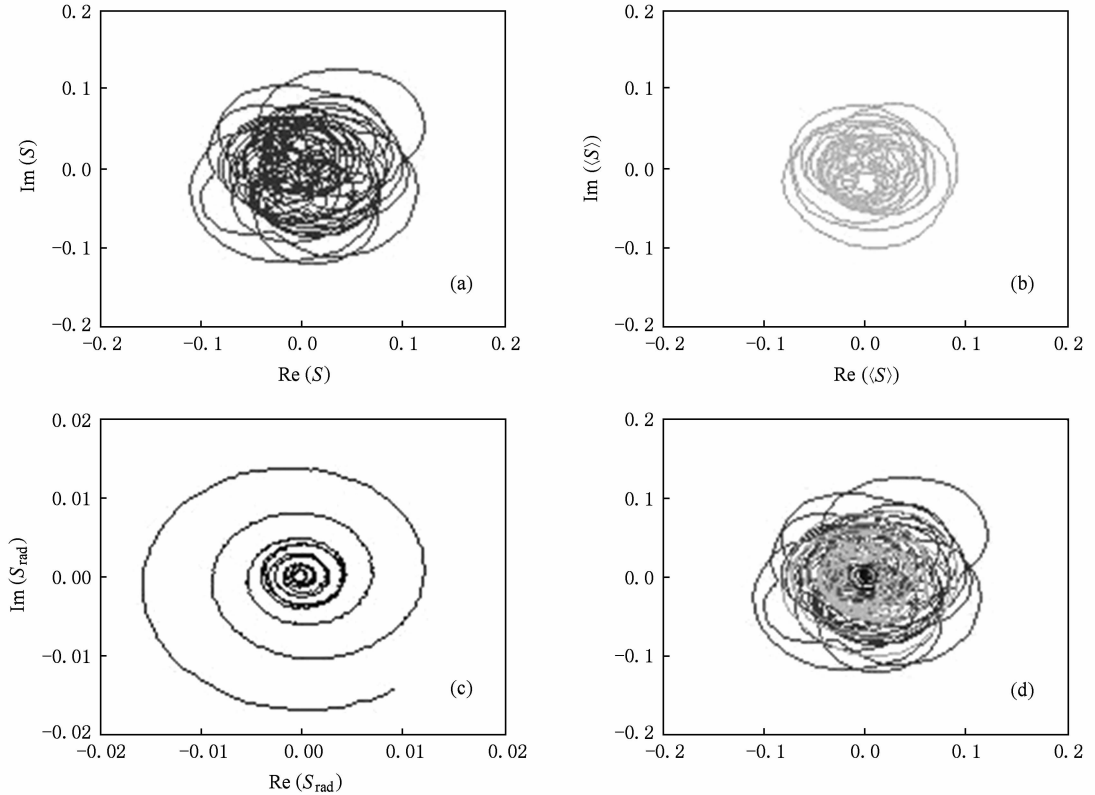


图 5 S_{21} 在阿干特图内的变化 (a) 单个内部结构的 S_{21} ; (b) 内部结构平均的 S_{21} ; (c) 辐射散射系数 $S_{\text{rad}21}$; (d) 上述三者比较

3.3.3 S_{21} 相位随腔体损耗变化的特性

在双端口网络研究中, 插入相移 (S_{21} 的相位角 θ) 也是一个非常重要的物理量, 在不同条件下如何变化我们不得而知. 下面通过对在不同损耗和频率范围内 S_{21} 相位角的变化进行讨论.

在上面我们讨论了 S_{21} 在阿干特图中的分布情况, 随着腔体损耗的增加其占据的区域就越小. 为了更清楚地认识该问题, 我们将插入相移随频率和损耗的变化与 S_{21} 在阿干特图中的分布比较来讨论. S_{21} 相位随频率变化的曲线图 (见图 6(a) 和 (c)) 和相应 S_{21} 系数的阿干特图 (见图 6(b) 和 (d)), 对应于相同的耦合条件和不同的吸收条件. 不难发现除了上述研究结果外, 随着系统损耗的增加, 其相位变化的周期越稳定 (见图 6(c)), 系统损耗足够大

时, 插入相移的频率统计数即近似的概率密度函数 (PDF) 为均一分布, 即 $P(\theta) = 1/2\pi$ (见图 7). 图 6(a) 中腔体损耗小于图 6(b); 图 7(a) 和 (b) 中直线为理论值 $1/2\pi$, 图 7(b) 中菱形对应的腔体损耗大于图 7(a) 中星号对应的腔体损耗.

3.4. 归一化散射统计特性

Hemmady^[6] 在研究经典射线混沌腔体时给出了辐射散射矩阵归一化过程, 通过计算得到相应频率点上的归一化散射 s 矩阵. 而归一化散射系数 s 的统计特性可以说明计算机机箱中是否存在波混沌散射. 因此先讨论归一化散射系数 s 的统计独立性特性. 因为机箱内壁不是理想的导电材料, 归一化散射矩阵 s 是一个模值小于 1 的复矩阵, 为了证

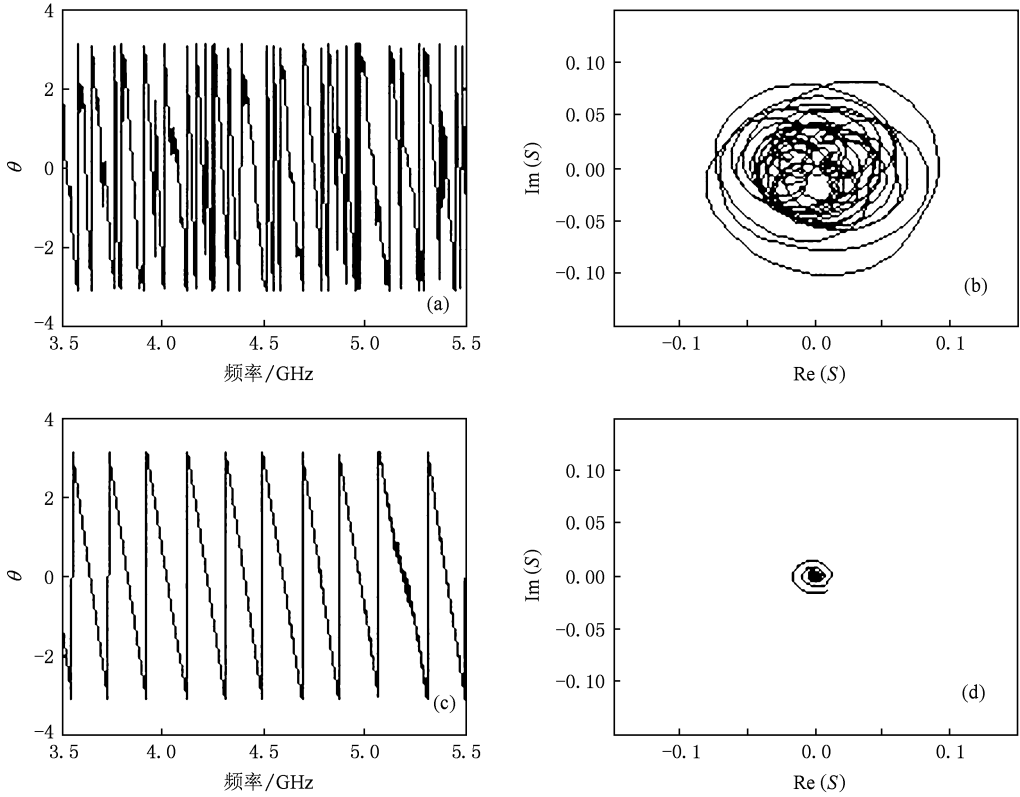


图 6 对于不同损耗, S_{21} 随频率的变化 (a) θ 随频率的变化; (b) S_{21} 在阿干特图内分布; (c) θ 随频率的变化; (d) S_{21} 在阿干特图内分布

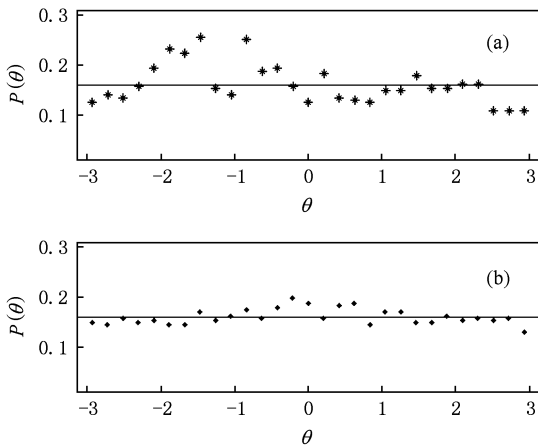


图 7 在不同腔体损耗下 S_{21} 相位的 PDF (a) S_{21} 相位的 PDF; (b) S_{21} 相位的 PDF

明此系统为波混沌系统, 根据 Dyson 圆系综^[1,11], 归一化散射系数 s 重要的统计特性是模值 $|\lambda_s|$ 和散射相位 θ_λ 的统计独立性. 讨论中忽略频率对损耗常数的影响(即认为在一定频段范围内腔体的损耗为常数), 仅以 3—6 GHz 的频段范围为例进行研究.

在本次磁激励方式测量中, 归一化散射矩阵 s 是

一个复矩阵, 有两个复数本征值 λ_1 和 λ_2 , $\lambda_s = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\lambda_1| e^{j\theta_1} & 0 \\ 0 & |\lambda_2| e^{j\theta_2} \end{bmatrix}$, 其中 $|\lambda_1| < 1$, $|\lambda_2| < 1$. 如果将两个本征值放在一起, 任取其中之一都不会改变其统计特性. 实验结果如图 8 所示, 其中图 8(a) 为归一化量 s 本征值实部与虚部的分布. 图 8(b) 为不同的本征相位角范围内, 不同区域 s 本征值模的 PDF, 其中星号表示相位角在 $[-3\pi/4, -\pi/4]$ 范围内 s 本征值模的 PDF, 三角形表示相位角在 $[-\pi/4, \pi/4]$ 范围内 s 本征值模的 PDF, 菱形表示相位角在 $[\pi/4, 3\pi/4]$ 范围内 s 本征值模的 PDF, 点划线表示相位角在 $[\pi, 3\pi/4] \cup [-\pi, -3\pi/4]$ 范围内 s 本征值模的 PDF. 从结果可以看出四个 PDF 基本一致, 表明本征值的模具有统计独立性. 图 8(c) 为归一化量 s 本征相位的频率统计数的近似 PDF, 其中星号和圆点分别对应的本征相位为 $0 \leq |\lambda_s| \leq 0.12$ 和 $0.12 \leq |\lambda_s| \leq 0.5$, 而三角形标志为戴桑圆系综推导的理论值 $P(\theta_\lambda) = 1/2\pi$. 可以看出两个统计结果近似一致, 表明归一化量 s 的本征相位为均一分布且具有统计独立性. 综上所述, 此计算机机箱为波混沌系统,

可以进一步应用 RMT 进行研究。

3.5. 归一化阻抗矩阵的统计特性

已经证实腔体中的散射为波混沌散射,并且归一化散射矩阵 s 具有统计通用性.那么基于归一化散射矩阵得到的归一化阻抗也应该具有统计通用性.为了证明这一点,可以用归一化阻抗 z 本征值的边缘概率密度函数为研究对象进行分析.

首先根据辐射阻抗归一化过程,由实验测量的大量 S_{rad} 和相应频率上的散射矩阵 S ,利用辐射归一化过程得到大的归一化阻抗 z 系综.其次根据 RMT^[6] 计算得到大的归一化阻抗系综.在本次实验测量中,归一化阻抗矩阵 z 是一个复矩阵,有两个复

数本征值 λ'_1 和 λ'_2 ,

$$\lambda'_z = \begin{bmatrix} \lambda'_1 & 0 \\ 0 & \lambda'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\lambda'_1| e^{j\varphi'_1} & 0 \\ 0 & |\lambda'_2| e^{j\varphi'_2} \end{bmatrix},$$

同样将两个本征值放在一起,任取其中之一不会改变其统计特性.以 4.5—5.5 GHz 频段为例,结果如图 9 所示,其中 9(a) 为归一化阻抗本征值虚部的边缘 PDF,实线为损耗因子 $\alpha = 20$ 时用 RMT 方法计算得到 $\text{Im}[\lambda'_z]$ 的 PDF,三角为实验测量所得 $\text{Im}[\lambda'_z]$ 的 PDF;图 9(b) 为归一化阻抗本征值实部的边缘 PDF,实线为损耗因子 $\alpha = 20$ 时用 RMT 方法计算所得 $\text{Re}[\lambda'_z]$ 的 PDF,三角为实验测量所得 $\text{Re}[\lambda'_z]$ 的 PDF.

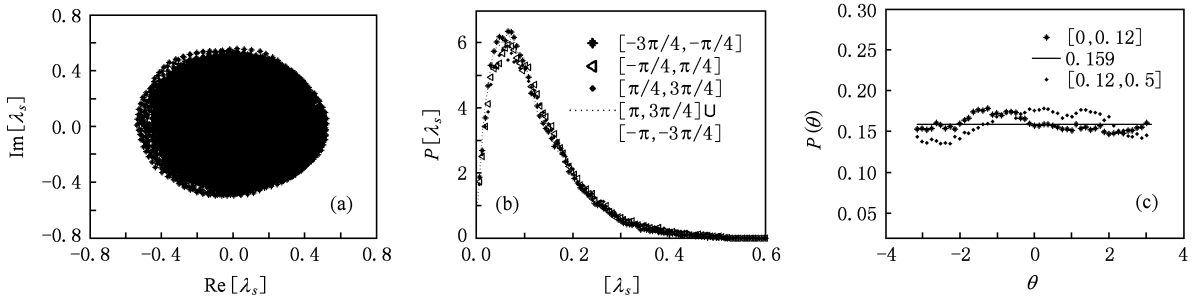


图 8 腔体归一化量 s 本征值分布 (a)复平面内 λ'_z 的分布;(b)不同区域 λ'_z 的 PDF;(c)不同区域 θ_λ 的 PDF

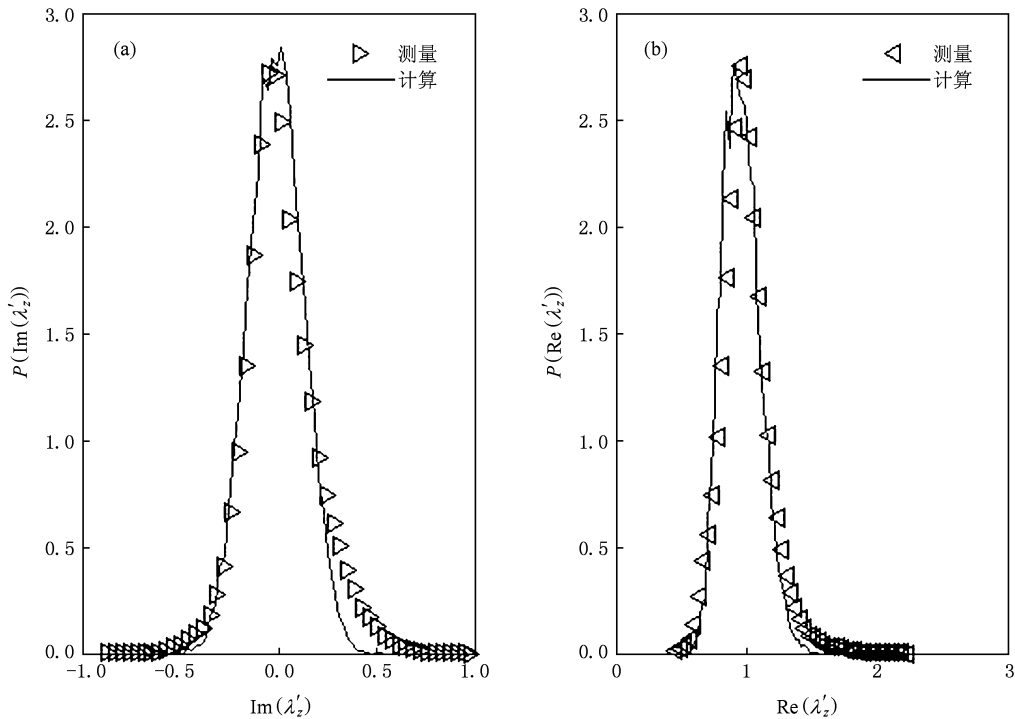


图 9 $\text{Im}[\lambda'_z]$ 和 $\text{Re}[\lambda'_z]$ 的边缘 PDF (a) $\text{Im}[\lambda'_z]$ 的边缘 PDF;(b) $\text{Re}[\lambda'_z]$ 的边缘 PDF

经比较可以看出:在一定的腔体损耗常数下,实验测量的 $\text{Re}[\lambda'_z]$ 和 $\text{Im}[\lambda'_z]$ 的统计特性与理论计算归一化阻抗矩阵 z 的 $\text{Re}[\lambda'_z]$ 和 $\text{Im}[\lambda'_z]$ 统计特性基本一致;因此在已知系统损耗,可以用 RMT 对波混沌系统的归一化阻抗矩阵的统计特性进行描述.

4. 结 论

本文通过实验对微波混沌腔体中的散射特性进行了讨论,发现可以采用腔体内部结构散射矩阵的大量平均来代替散射矩阵的系综平均,但是在工程上更容易实现的是辐射散射的测量.随着腔体损耗的增加,腔体散射系数的波动性减小.对腔体散

射系数 S 矩阵元在阿干特图中随频率变化的特性进行了分析. S_{21} 随腔体中损耗的增加,其在阿干特图中所占据的区域越小;系统损耗足够大时,插入相移分布逐渐趋于均一分布;由 RMT 得到的归一化阻抗矩阵与实验得到的归一化阻抗矩阵的统计特性非常一致.通过上面的分析方法可以了解系统的损耗、共振等信息.微波混沌腔体的归一化散射系数具有统计独立性,且具有普适性,而归一化阻抗矩阵具有统计通用性.

感谢中国工程物理研究院应用电子学研究所高功率微波效应技术组领导的关怀及指导,特别感谢陈朝阳和王艳同志在实验中提供的帮助.

-
- [1] Mehta M L 1991 *Random Matrices* (2nd ed) (San Diego: Academic Press)
 - [2] Gao S, Xu X Y, Zhou H, Zhang Y H, Lin S L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1473 (in Chinese) [高嵩、徐学友、周慧、张延惠、林圣路 2009 物理学报 **58** 1473]
 - [3] Zhang F Z, Wang J, Gu Y 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 2169 (in Chinese) [张飞舟、王娇、顾雁 1999 物理学报 **48** 2169]
 - [4] Xu X Y, Zhang Y H, Huang F Z, Lin S L, Du M L 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4538 (in Chinese) [徐学友、张延惠、黄发忠、林圣路、杜孟利 2005 物理学报 **54** 4538]
 - [5] Zheng X, Antonsen T M, Ott E 2006 *Electromagnetics* **26** 3
 - [6] Hemmady S, Zheng X, Hart J, Antonsen T M, Ott E, Anlage S M 2006 *Phys. Rev. E* **74** 036213
 - [7] Hemmady S, Zheng X, Antonsen T M, Ott E, Anlage S M 2005 *Phys. Rev. E* **71** 056215
 - [8] Zheng X, Antonsen T M, Ott E 2006 *Electromagnetics* **26** 37
 - [9] Cassing W, Stingl M, Weiguny A 1982 *Phys. Rev. C* **26** 22
 - [10] Kuhl U, Martinez-Mares M, Mendez-Sanchez R A, Stöckmann H J <http://arxiv.org/abs/cond-mat/0407197v1> [2007-12-28]
 - [11] Muttalib K A, Ismail M E H <http://arxiv.org/abs/cond-mat/951005v1> [2008-03-28]

Research on scattering in microwave chaotic cavity^{*}

Yan Er-Yan^{1)2)†} Meng Fan-Bao¹⁾ Ma Hong-Ge¹⁾

1) (*Institute of Applied Electronics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China*)

2) (*Graduate School of China Academy of Engineering Physics, Beijing 100088, China*)

(Received 10 May 2009; revised manuscript received 5 July 2009)

Abstract

The scattering inside the computer box is studied. Some results are found through scattering matrix elements. The ensemble-averaged scattering matrix can be obtained by the measured radiation scattering. With the increase of cavity loss, scattering fluctuations are reduced, and insertion phase shift distribution is becoming more and more uniform. Based on the Dyson's circular ensemble, the scattering behavior within computer box is found to be chaotic. According to RMT, normalized impedance matrix within the microwave chaotic cavity is universal in their statistical description, depending only upon the value of a single dimensionless cavity loss-parameter.

Keywords: wave-chaotic cavity, Dyson's circular ensemble, normalized impedance matrix, normalized scattering matrix

PACC: 0545, 0250

^{*} Project supported by the National High Technology Development Program of China.

[†] E-mail: yaneryan_2002@163.com