

基于 Sierpinski 分形垫的确定性复杂网络 演化模型研究*

邢长明[†] 刘方爱

(山东师范大学信息科学与工程学院, 济南 250014)

(2009 年 6 月 3 日收到; 2009 年 7 月 2 日收到修改稿)

近年来,人们发现大量真实网络都表现出小世界和无尺度的特性,由此复杂网络演化模型成为学术界研究的热点问题. 本文基于 Sierpinski 分形垫,通过迭代的方式构造了两个确定性增长的复杂网络模型,即小世界网络模型(S-DSWN)和无尺度网络模型(S-DSFN);其次,给出了确定性网络模型的迭代生成算法,解析计算了其拓扑特性,结果表明两个网络模型在度分布、集聚系数和网络直径等结构特性方面与许多现实网络相符合;最后,提出了一个确定性的统一模型(S-DUM),将 S-DSWN 与 S-DSFN 纳入到一个框架之下,为复杂网络的相关研究提供理论基础. 特别地,发现这些网络模型都是极大平面图.

关键词: 复杂网络, 小世界网络, 无尺度网络, 演化模型

PACC: 0590, 0175

1. 引 言

近年来,学术界发现大量的现实网络不是完全随机网络,而是具有小世界和无尺度特性的复杂网络,由此引发人们对复杂网络的研究. 特别是,复杂网络上的博弈、合作、同步、搜索、随机游走、疾病传播等动力学行为,都在很大程度上受到网络拓扑结构的影响,不同结构的网络,其动力学行为表现出明显的、本质上的差异^[1-5]. 因此,复杂网络演化模型成为学术界研究的热点问题.

1998 年, Watts 和 Strogatz 提出(WS)小世界网络模型^[6]. 1999 年, Barabási 和 Albert 提出(BA)无尺度网络模型^[7]. 受 WS 和 BA 两个开拓性模型的启发,短短几年时间里,学术界提出了大量的随机模型来描述小世界网络或无尺度网络的拓扑结构^[8-11]. 随机性虽然符合多数现实网络形成的主要特性,但正如 Barabási 等^[12]所言,随机性很难让人对复杂网络的形成以及不同节点间的相互作用有一个直观形象的理解. 而且,随机模型不适合具有固定连通度的通讯网络^[13]. 因此,以确定方式构造符合现实系统特性的网络模型不仅具有重要的理论意义,而且具有较大的应

用价值. 最近几年,学术界从不同的角度构造了一系列确定性网络模型^[14-20]. 针对确定性网络模型,自从文献[14]提出一个伪分形无尺度网络模型之后,研究人员基于各种分形图,研究确定性网络模型的演化方法,其研究成果主要有:阿波罗网络^[15]、高维阿波罗网络^[16-18]、基于 Sierpinski 分形垫的无尺度网络 INS^[19]. 然而,各种现实网络的形成机理大不相同,存在着多样性、丰富性和复杂性. 现有的模型远远不能囊括所有现实系统的生成机理与方式,因此,在相关研究的基础上,探索新的符合现实系统的复杂网络演化模型及其性质,仍然具有较大的理论意义和实用价值.

另外,由于小世界网络和无尺度网络在现实生活中无处不在,将小世界网络和无尺度网络统一到一个模型之中,也是十分有意义的工作. 文献[22]提出了一类随机演化模型,将小世界网络和无尺度网络纳入一个模型中. 本文从确定性角度进行尝试,基于 Sierpinski 分形垫,提出了一个确定性的统一模型(S-DUM).

本文基于 Sierpinski 分形垫,首先构造了一个确定性增长的小世界网络模型(S-DSWN)和一个确定性增长的无尺度网络模型(S-DSFN),给出了确定性

* 国家自然科学基金(批准号:90612003);山东省自然科学基金(批准号:Y2007G11)资助的课题.

[†] E-mail: xingchm@tom.com

网络模型的迭代生成算法;在此基础上解析计算了其
主要拓扑特性:度分布、集聚系数和直径,结果表明这
些网络模型在度分布、集聚系数和网络直径等结构特
性方面与许多现实网络相符合;最后,为了将小世界
网络和无尺度网络统一到一个确定性模型之中,本文
提出了一个确定性模型(S-DUM),将 S-DSWN 与 S-
DSFN 纳入到一个框架之下. 特别地,我们发现这些
网络模型都是极大平面图(在节点数目一定、边不相
交的条件下,图中边数达到最大值).

需要指出的是,文献[19]基于 Sierpinski 分形
垫提出了确定性无尺度网络模型 INS,INS 与本文 S-
DSFN 具有同样的结构特性,但是二者从 Sierpinski
分形垫到网络构造的映射方式不同. 本文的映射方
式,不仅是“无尺度网络普遍存在”的又一例证,而
且为将小世界网络模型和无尺度网络模型纳入到
一个框架下进行研究提供了理论基础. 本文提出的

网络迭代生成算法,使得复杂网络在计算机上更容
易实现,从而为研究其结构特性及动力学提供方便.

2. Sierpinski 分形垫及网络模型

为了构造网络,先介绍经典的 Sierpinski 分形垫
(也称 Sierpinski 三角形). Sierpinski 分形垫的迭代
生成过程如下^[23]:从一个等边三角形开始,在第一
个迭代步,如图 1(a),连接等边三角形的各边中点,
从而将原三角形分成四个小三角形,接着移走中间
的一个小三角形. 在第二个迭代步,将剩下的三个
小三角形按上面同样的方法继续分割,并舍弃中间
的三角形. 如此不断地重复“分割”与“舍弃”过程,
如果用 t 表示迭代的次数, $t=0$ 对应于初始的等边
三角形,当 $t \rightarrow \infty$ 时,便得到 Sierpinski 三角形,记该
Sierpinski 三角形为 $SG_2(t)$.

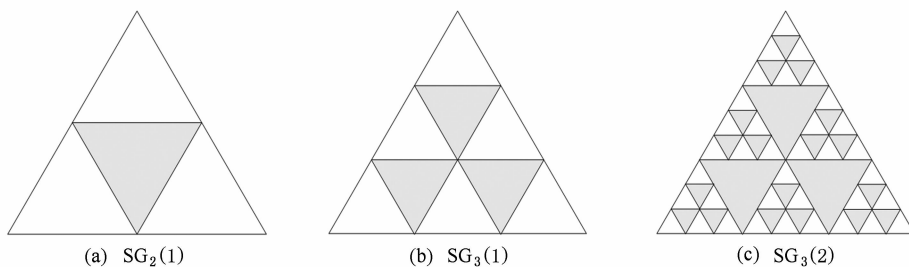


图 1 Sierpinski 三角形的迭代构造示意图

类似 $SG_2(t)$,定义 $SG_3(t)$ 如下:从一个等边三角
形开始,在第一个迭代步将初始三角形的各边三等
分,如图 1(b)所示进行连线,从而将原三角形分成九
个小三角形,接着移走中间的三个倒立的小三角形.
在第二个迭代步,将剩下的六个小三角形按上面同样
的方法继续分割,并移走中间倒立的小三角形. 如果
用 t 表示迭代的次数, $t=0$ 对应于初始的等边三角
形,如此不断地对每个三角形重复进行上述“分割”

与“舍弃”过程,便得到一类新的 Sierpinski 三角
形,记该 Sierpinski 三角形为 $SG_3(t)$. 如此,可推广定义
 $SG_\omega(t)$,其中 $\omega > 1$ 表示边被等分的数量.

根据 Sierpinski 分形图,通过如下映射方式可以
很容易地构造网络^[24]:将 Sierpinski 分形垫中被删
除的三角形映射为网络节点,如果节点所对应三角
形的边相交,则节点间有边相连. 为了保持一致,分
形垫中初始等边三角形 S_0 的三条边也分别对应于

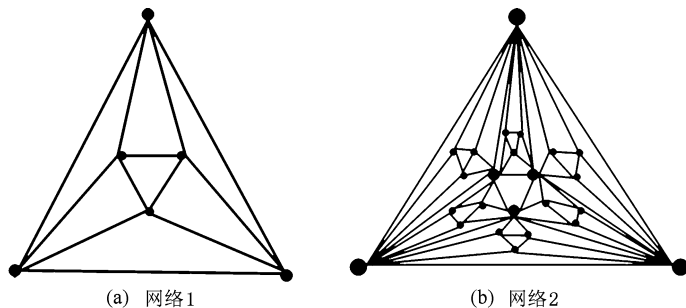


图 2 Sierpinski 网络的迭代构造

三个不同的节点. 例如, 基于 $SG_3(1)$ 构造的网络如图 2(a) 所示, 基于 $SG_3(2)$ 构造的网络如图 2(b) 所示.

我们可以看出, $SG_3(2)$ 的生成是对 $SG_3(1)$ 中的六个小三角形迭代执行了 $SG_3(1)$ 的生成过程. 下面将 $SG_3(1)$ 中的六个小三角形分为两类: 类型 1, 包含两条最新边的三角形; 类型 2, 只包含一条最新边的三角形. 如图 3 中, 三角形 B, C, E 为类型 1; 三角形 A, D, F 为类型 2.

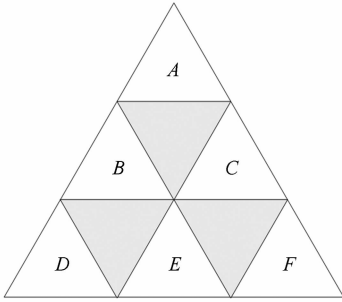


图 3 $SG_3(1)$

为了得到确定性小世界网络模型和无尺度网络模型, 我们为 Sierpinski 分形垫中的三角形定义两个状态: 活动和不活动. 只有处于活动状态的三角形才继续进行迭代分割.

类似 $SG_3(t)$, 从一个等边三角形开始, 在第一个迭代步将初始三角形的各边三等分, 如图 1(b) 所示进行连线, 从而将原三角形分成九个小三角形,

接着移走中间的三个倒立的小三角形. 在第二个迭代步, 仅对剩下的六个小三角形中的“类型 1”按上面同样的方法继续分割, 并移走中间倒立的小三角形. 如果用 t 表示迭代的次数, $t = 0$ 对应于初始的等边三角形, 如此不断地仅对每个“类型 1”三角形重复进行上述“分割”与“舍弃”过程, 这样便可得到一个新的图形. 通过分析可以发现, 该图形是文献 [27] 提出的随机 Sierpinski 分形垫的一个特例. 由于该图形仅对“类型 1”三角形进行迭代操作, 因此, 我们将该图形称为类型 1-Sierpinski 三角形, 记为 $A1-SG_3(t)$.

类似 $A1-SG_3(t)$, 当 $t > 1$ 时, 在每个迭代步, 如果仅对“类型 2”三角形重复进行上述“分割”与“舍弃”过程, 便可得到另外一个新的图形, 由于该图形的生成过程中仅对“类型 2”三角形进行迭代操作, 因此, 我们将该图形称为类型 2-Sierpinski 三角形, 记为 $A2-SG_3(t)$.

基于 $A1-SG_3(t)$ 和 $A2-SG_3(t)$, 通过如下映射方式可以构造两个网络, 将三角形迭代过程中每个被删除的三角形映射为网络节点, 如果节点所对应三角形的边相交, 则节点间有边相连. 为了保持一致, 初始等边三角形 S_0 的三条边也分别对应于三个不同的节点. 这样, 基于 $A1-SG_3(t)$ 和 $A2-SG_3(t)$ 将得到两个网络, 将其分别记为 $S-DSWN(t)$ 和 $S-DSFN(t)$. 基于 $A1-SG_3(2)$ 和 $A2-SG_3(2)$ 得到的两个网络分别如图 4(a), (b).

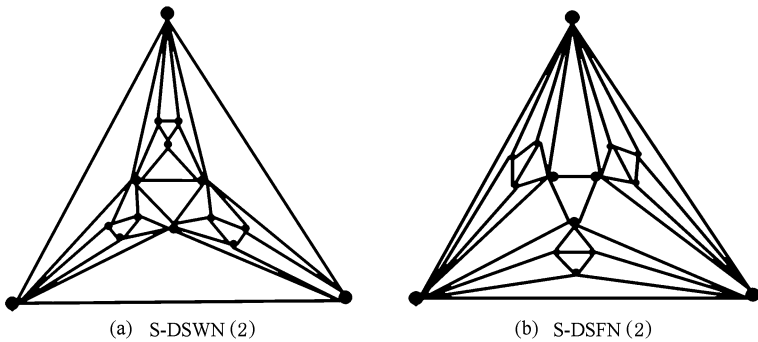


图 4 $A1-SG_3(2)$ 和 $A2-SG_3(2)$ 的网络演化图

根据上文有关 $S-DSWN(t)$ 和 $S-DSFN(t)$ 网络生成过程的描述, 在下文中, 我们给出这两个网络模型的迭代生成算法, 使得抽象的网络构造变得形象而直观, 而且根据算法描述可以很容易在计算机上实现网络演化模拟, 为研究网络上的动力学提供便利.

3. S-DSWN 模型

3.1. 模型演化算法

用 $S-DSWN(t)$ ($t \geq 0$) 表示经过 t 步迭代后生成

的网络,网络 S-DSWN(t)的演化算法如下:

1) $t=0$ 时的初始网络 S-DSWN(0) 为一个三角形.

2) 当 $t=1$ 时, S-DSWN(1) 通过下面的方式得到: 对 $t=0$ 时刻三角形的每一条边, 都加入一个新节点, 并与该边的两个端点相连接, 然后将 $t=1$ 时刻生成的节点两两相连, 如图 2(a) 所示. 我们将这一演化过程记为三角形的内生长 (triangle growth inward, TGI).

3) 当 $t \geq 2$ 时, 我们定义 S-DSWN($t-1$) 中同时满足条件 1 和条件 2 的三角形为活动三角形.

条件 1: 三角形的所有边在 $t-1$ 时刻生成;

条件 2: 三角形至多包含两个 $t-1$ 时刻生成的节点.

当 $t \geq 2$ 时, 在每个迭代步 t , 仅对 S-DSWN($t-1$) 中的活动三角形执行 TGI 演化, 反复迭代, 经过一定的时间间隔后, 便演化成该确定性网络模型 S-DSWN(t), 图 4(a) 为 S-DSWN(2) 网络.

从上述过程可以看出, 在 S-DSWN(t) 模型的增长过程中, 每增加一个节点就会同时增加三条边, 而这些新增边的两个端点又将与下个时间步新生成的一个节点相连. 因此,

$\Delta n_v(t) = n_v(t) - n_v(t-1) = 3\Delta n_v(t-1)$, $t > 1$, 其中 $n_v(t)$ 为 t 时刻网络节点总数. 由于 $n_v(0) = 3$, $\Delta n_v(1) = 3$, 因此有

$$\Delta n_v(t) = 3^t, \quad n_v(t) = \frac{3}{2}(3^t + 1). \quad (1)$$

由于每个新节点都产生三条新边, 所以,

$\Delta n_e(t) = n_e(t) - n_e(t-1) = 3\Delta n_v(t) = 3^{t+1}$, 其中 $n_e(t)$ 是 t 时刻网络总边数. 而 $n_e(0) = 3$, 所以,

$$n_e(t) = \frac{3}{2}(3^{t+1} - 1). \quad (2)$$

因此, 节点的平均度为

$$\langle k \rangle = \frac{2n_e}{n_v} = \frac{3^{t+2} - 3}{3(3^t + 1)} = \frac{6(3^{t+1} - 1)}{3^{t+1} + 3}. \quad (3)$$

当 t 趋于无穷大时, $\langle k \rangle$ 近似等于 6. 因此, 我们可以看出, 当 t 足够大时, 该网络是一个稀疏网络, 也就是说网络中实际存在的边数远远小于可能存在的最大边数 $N_i(N_i - 1)/2$.

另外, 由(1)式和(2)式可推出: $n_e(t) = 3n_v(t) - 6$. 因此, S-DSWN(t) 模型为极大平面图.

3.2. 网络的主要特性

由于 S-DSWN(t) 网络具有确定性和离散性两个性质, 其结构特性可以通过精确计算得到. 这里主要关注度分布、簇系数和直径三个性质.

3.2.1. 度分布

用 $k_i(t)$ 表示 t 时刻节点 i 的度, $t_{c,i}$ 表示节点 i 生成的时刻, 根据网络的构造有

$$k_i(t+1) = k_i(t) + 2, \quad t_{c,i} = 0,$$

$$k_i(t+1) = k_i(t) + 4, \quad t_{c,i} > 0;$$

$$k_i(t_{c,i}) = 2, \quad t_{c,i} = 0,$$

$$k_i(t_{c,i}) = 4, \quad t_{c,i} > 0.$$

因此, 有下式成立:

$$k_i(t) = 2(t - t_{c,i} + 1), \quad t_{c,i} = 0, \quad (4)$$

$$k_i(t) = 4(t - t_{c,i} + 1), \quad t_{c,i} > 0.$$

因此, 该网络节点度的谱分布是离散的, 经过 t 步演化后, 网络中度 $k = 4 \times 1, 4 \times 2, 4 \times 3, \dots, 4 \times (t-1), 4 \times t, 4 \times (t+1), 2 \times (t+1)$ 的节点数目分别为 $3^t, 3^{t-1}, 3^{t-2}, \dots, 3^2, 3, 3$. 网络中不存在度为其他值的节点. 由于网络中节点度的谱分布是离散的, 因此, 很容易通过累积度分布求得网络度分布, 即

$$P(k) = P(k' > k - 1) - p(k' > k).$$

利用 $P(k) = P(t_c < \tau = t - \left(\frac{k}{4} - 1\right))$, 其中 t_c 是节点的生成时刻, 易得

$$p(k' > k) = \frac{n_v(0)}{n_v(t)} + \sum_{t_c=1}^{\tau-1} \frac{\Delta n_v(t_c)}{n_v(t)} = 3^{1-\frac{k}{4}},$$

$$k \geq 2 \times (t + 1),$$

$$p(k' > k) = \sum_{t_c=1}^{\tau-1} \frac{\Delta n_v(t_c)}{n_v(t)} = 3^{1-\frac{k}{4}},$$

$$k < 2 \times (t + 1).$$

于是

$$P(k) = P(k' > k - 1) - p(k' > k) = 3^{1-\frac{k}{4}}. \quad (5)$$

显然, 对于无限大的网络, 度分布 $P(k)$ 是关于度 k 的幂函数, $P(k)$ 随着 k 的增大呈指数衰减. 因此, S-DSWN(t) 网络是一个指数网络. 包括 WS 模型在内的大多数小世界网络都属于这种网络类型.

3.2.2. 簇系数

簇系数是网络的又一个重要参数, 节点 i 的簇系数^[6] C_i 是指与该节点直接相连的 k_i 个节点间实际的边数 E_i 占最大可能存在的边数 $k_i(k_i - 1)/2$ 的比例, 即 $C_i = 2E_i/[k_i(k_i - 1)]$. 网络的簇系数 $\langle C \rangle$

为所有节点簇系数的算术平均值.

当新节点 i 加入网络时,它的度 k_i 和 E_i 分别为 2 和 4. 在随后的每个时间步,节点 i 的度每增加 2, E_i 必然同时增加 3. 这样在每个时间步,都满足 $E_i = 4 + \frac{3}{2}(k_i - 4)$, 这一结论对所有节点都成立. 因此,在 S-DSWN(t) 网络中,节点的簇系数与度之间存在如下的对应关系:任意度为 k 的节点,其簇系数 $C(k)$ 的精确值为

$$C(k) = \frac{2[4 + \frac{3}{2}(k - 4)]}{k(k - 1)} = \frac{4}{k} - \frac{1}{k - 1}, \quad (6)$$

(6) 式表明单个节点的簇系数 $C(k) \sim k^{-1}$, 类似的簇度关系已在多个现实网络被证实^[25].

因此,在任意时刻 t , 网络的平均簇系数 $\langle C \rangle$ 很容易通过下式得到:

$$\langle C \rangle = \frac{1}{N_t} \sum_{r=0}^t [(\frac{4}{k_r} - \frac{1}{k_r - 1}) \Delta n_v(r)], \quad (7)$$

其中, k_r 为 r 时刻创建的节点的度, 可通过 (4) 式求得 k_r . 图 5 给出了网络迭代 20 次后网络集聚系数的变化曲线. 随着 t 的增加, $\langle C \rangle$ 近似等于 0.5479. 因此, 该网络具有较高的集聚系数.

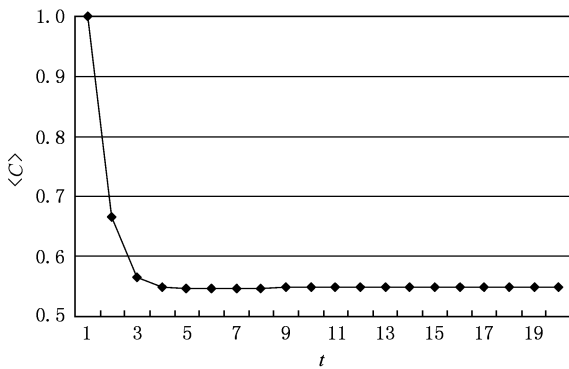


图 5 网络集聚系数变化曲线

3.2.3. 直径

网络的另一个重要特征度量是直径,它刻画了网络的最大信息传输时滞特性. 一般地,在通讯网络中,具有较小节点度、较小直径或平均路径长度的网络更受欢迎. 小的直径与小世界网络的概念是一致的. 因为直径比平均路径长度更容易计算,这里用直径代替平均路径长度来说明网络的小世界性. 下面给出 S-DSWN(t) 直径 $D(t)$ 的近似计算方法,限于篇幅,其精确计算方法将另文介绍.

显然, $D(0) = 1, D(1) = 2$. 当 $t > 2$ 时,将 $t = 0$ 时刻生成的三个节点记为“外部节点”,根据网络的

构造过程, S-DSWN(t) 网络直径一定在 t 时刻生成的节点对之间到达,在 S-DSWN(t) 中,任取一个外部节点,记为 A , 显然 t 时刻生成的任何节点到节点 A 的最短路径小于等于 t , 因此, S-DSWN(t) 中任何两个节点间的最短路径小于等于 $2t$. 即网络直径 $D(t) \leq 2t$.

由 (1) 式, $n_v(t) = \frac{3}{2}(3^t + 1)$, 当 t 很大时,网络节点数 $n_v(t)$ 的对数值近似等于 $(t + 1) \times \ln 3$. 于是网络的直径以节点的对数形式增长,而平均路径长度则增长的比 $\ln[n_v(t)]$ 还要慢.

基于以上讨论可知,本节提出的 S-DSWN(t) 模型是一个确定性的小世界网络. 它是一个簇系数高、直径和平均路径长度短的指数网络,完全满足小世界网络的主要特性.

4. S-DSFN 模型

本节首先给出 S-DSFN(t) 网络的迭代演化算法,用 S-DSFN(t) ($t \geq 0$) 表示经过 t 步迭代后生成的网络,网络 S-DSFN(t) 的演化算法如下:

1) $t = 0$ 时的初始网络 S-DSFN(0) 为一个三角形.

2) 当 $t = 1$ 时,对 S-DSFN(0) 执行一步 TGI 演化得到 S-DSFN(1).

3) 当 $t \geq 2$ 时,定义 S-DSFN($t - 1$) 中同时满足条件 1 和条件 2 的三角形为活动三角形.

条件 1: 三角形在 $t - 1$ 时刻生成;

条件 2: 三角形中仅包含一个 $t - 1$ 时刻生成的节点.

当 $t \geq 2$ 时,在每个迭代步 t , 仅对 S-DSFN($t - 1$) 中的活动三角形执行 TGI 演化,反复迭代,经过一定的时间间隔后,便演化成该确定性网络模型 S-DSFN(t). 图 4(b) 为 S-DSFN(2) 网络.

从上述网络迭代生成算法容易得知, S-DSFN(t) 网络模型与文献[19] INS 模型具有相同的网络结构,因此本文不再对其度分布、簇系数等网络特性进行分析计算.

对于 S-DSFN(t) 网络,该网络不仅具有无尺度网络的特性,而且为极大平面图. 证明如下: t 时刻网络节点个数 $n_v(t) = \frac{3}{2}(3^t + 1)$, 网络边的条数 $n_e(t) = \frac{3}{2}(3^{t+1} - 1)$, 因此, $n_e(t) = 3n_v(t) - 6$, 即

S-DSFN(t)网络为极大平面图.

5. S-DUM 模型

从 S-DSWN(t)和 S-DSFN(t)网络模型的构造过程,可以得出统一模型的迭代构造算法.用 S-DUM(q, t)($t \geq 0, q = 1, 2$)表示经过 t 步迭代后生成的网络,网络 S-DUM(q, t) 的演化算法如下:

1) $t = 0$ 时的初始网络 S-DUM($q, 0$)为一个三角形.

2) 当 $t = 1$ 时,对 S-DUM($q, 0$)执行一步 TGI 演化得到 S-DUM($q, 1$).

3) 当 $t \geq 2$ 时,定义 S-DUM($q, t - 1$)中在 $t - 1$ 时刻生成的仅包含 q 个 $t - 1$ 时刻生成的节点的三角形为活动三角形.

当 $t \geq 2$ 时,在每个迭代步 t ,仅对 S-DUM($q, t - 1$)中的活动三角形执行 TGI 演化,反复迭代,经过一定的时间间隔后,便得到 S-DUM(q, t)统一模型.当 $q = 1$ 时,统一模型还原成无尺度网络 S-DSFN(t);当 $q = 2$ 时,统一模型退化小世界网络 S-DSWN(t).因此,调节 q 的值,可以使统一模型在小

世界网络和无尺度网络之间转换.

6. 结 论

本文基于 Sierpinski 分形垫,研究了确定性复杂网络模型的迭代生成方法,提出了确定性小世界网络模型 S-DSWN 和确定性无尺度网络模型 S-DSFN,给出了它们的迭代生成算法.在此基础上,解析计算了其重要拓扑特性:度分布、集聚系数和直径.计算结果表明,这两个模型在度分布、集聚系数和网络直径等结构特性方面与许多现实网络相符合.最后,论文提出了一个确定性的统一模型 S-DUM,从而将小世界网络和无尺度网络统一到一个确定性模型之中.特别地,我们发现这些网络模型都是极大平面图(在节点数目一定、边不相交的条件下,图中边数达到最大值),这对设计印刷电路等有一定的借鉴作用^[27].一般而言,人们建立网络模型,目的是为了认识网络上的物理过程.因此,下一步我们将基于这些模型对渗流、同步、传播、搜索等问题进行研究.

-
- [1] Strogatz S H. 2001 *Nature* **410** 268
- [2] Albert R, Barabási A L 2002 *Reviews of Modern Physics* **74** 47
- [3] Dorogovtsev S N, Mendes J F F 2002 *Advances in Physics* **51** 1079
- [4] Wang X F 2002 *Int. J. Bifurcat Chaos* **12** 885
- [5] Newman M E J 2003 *SIAM Review* **45** 167
- [6] Watts D J, Strogatz S H 1998 *Nature* **393** 440
- [7] Barabási A L, Albert R 1999 *Science* **286** 509
- [8] Newman M E J, Watts D J 1999 *Physics. Letters. A* **263** 341
- [9] Newman M E J, Watts D J 1999 *Physical Review E* **60** 7332
- [10] Liu Jianguo, Dang yanzhong, Wang zhongtuo 2006 *Chinese Physics Letters* **23** 46
- [11] Li X, Chen G R 2003 *Physica A* **328** 274
- [12] Barabási A L, Ravasz E, Vicsek T 2001 *Physica A* **299** 559
- [13] Comellas F, Ozón J, Peters J G 2000 *Inf. Process. Lett.* **76** 83
- [14] Dorogovtsev S N, Goltsev A V, Mendes J F F 2002 *Physical Review E* **65** 066122.
- [15] Andrade J S, Herrmann HJ, Andrade R F S. 2005 *Physical Review Letters* **94** 018702
- [16] Zhang Z Z, Comellas F, Fertin G 2006 *J. Phys. A: Math. Gen.* **39** 1811
- [17] Zhang Z Z, Lili Ronga, Francesc Comellas 2006 *Physica A* **364** 618
- [18] Zhang Z Z, Rong L L, Zhou S G 2006 *Physical Review E* **74** 046105.
- [19] Zhang Z Z, Zhou S G 2007 *Eur. Phys. J. B* **60** 259
- [20] Zhang Z Z, Rong L L, Guo C H 2006 *Physica A* **363** 567
- [21] Jost J, Joy M P 2002 *Physical Review E* **66** 036126.
- [22] Haynes C P, Roberts A P 2008 *Phys. Rev.* **78** 041111
- [23] Majewski M 1998 *Comput. & Graphics* **22** 129
- [24] Zhang Z Z 2007 *EPL* **79** 38007
- [25] Ravasz E, Barabási A L 2003 *Physical Review E* **67** 026112
- [26] Zhou T, Yan G, Wang BH 2005 *Phys. Rev. E* **71** 046141
- [27] Hambly B M 1997 *Annals of probability* **25** 1059

Research on the deterministic complex network model based on the Sierpinski network^{*}

Xing Chang-Ming[†] Liu Fang-Ai

(School of Information Science and Engineering, Shandong Normal University, Jinan 250014, china)

(Received 3 June 2009; revised manuscript received 2 July 2009)

Abstract

In the last few years, the complex network has received considerable attention. It is proven that the small-world effect and scale-free property exist in various real-life networks. In this paper, based on the deterministic fractal—the Sierpinski gasket, two deterministic complex network evolving models, S-DSWN and S-DSFN, are proposed by iterative approach. S-DSWN can generate small-world network, while S-DSFN can generate scale-free networks. The iterative algorithms to generate the models are also designed. Then, some relevant characteristics of the networks, such as degree distribution, clustering coefficient, and diameter, are computed or predicted analytically, which match well with the characterizations of various real-life networks. Finally, an integrated model is introduced to unify S-DSWN and S-DSFN into the same framework, which makes it convenient to study the complexity of the real networked systems within the framework of complex network theory. Moreover, we have proven that these network models are maximal planar graphs.

Keywords: complex networks, small-world networks, scale-free networks, evolving models

PACC: 0590, 0175

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 90612003), Natural Science Foundation of Shandong Province (Grant No. 2007G11).

[†] E-mail: xingchm@tom.com