

# 基于无源性的不确定机器人的力控制\*

温淑焕<sup>†</sup> 袁俊英

(燕山大学电气工程学院, 工业计算机控制工程河北省重点实验室, 秦皇岛 066004)

(2009 年 1 月 10 日收到; 2009 年 7 月 5 日收到修改稿)

根据无源性理论, 从一个较新的角度对机器人系统的力控制问题进行了研究. 一个严格无源的动态系统一般具有良好的动态特性和较强的鲁棒性. 因此在力控制中采用无源化方法对力控制器进行设计. 对于机器人建模的不准确性及环境的影响, 本文采用在力控制回路中加入一个补偿项来补偿模型的不确定性. 仿真结果表明这种控制方案使系统获得了较好的动态性能和较强的鲁棒性.

**关键词:** 机器人, 力控制, 无源性, 鲁棒性

**PACC:** 0630C, 0630M

## 1. 引 言

无源控制是耗散控制的一个特例, 耗散控制是从能量的角度出发来设计控制器, 使系统损耗的能量总是小于供给的能量. 一个严格无源的动态系统一般均有良好的动态特性和较强的鲁棒性<sup>[1]</sup>. 近年来, 如何应用无源理论来设计鲁棒控制器已经引起越来越多学者的重视, 也得到了广泛的应用. 如文献[2]介绍了在细胞神经网络超混沌系统中根据无源化方法设计了一个反馈镇定器, 它能使误差系统大范围渐近稳定. 文献[3]借助无源方法, 对欠驱动 TORA (translational oscillators with rotating actuator) 设计了状态反馈控制器. 在机器人领域也有很多应用, 如文献[4]根据无源方法, 对一类满足匹配条件的移动机器人提出一种饱和鲁棒自适应控制器来控制其轨迹. 另外文献[5]基于有源阻抗匹配的自适应无源控制方法, 建立了力觉临场感空间机器人的等效二端口网络模型.

Raibert 和 Craig 首先提出机器人力/位置混合控制方案<sup>[6]</sup>. 最初的力/位置的研究中, 力控制常采用最简单的 PID 控制, 在此基础上, 又有众多学者对力控制采用模糊控制<sup>[7]</sup>、神经网络控制<sup>[8-10]</sup>、自适应控制<sup>[11-13]</sup>等新的控制策略. 但模糊控制的参数不易选择, 神经网络的实时性比较差, 自适应的权系

数较难选择. 因此本文采用无源方法对机器人力控制器进行设计并与 PD 控制进行了对比. 将机器人模型分为标称模型和不确定部分, 分别对其进行研究. 采用反馈无源化方法设计标称模型的控制器, 针对机器人建模的不准确及环境的影响, 在力控制回路中加入一个补偿项来集中补偿控制. 这样设计的控制器参数简单, 容易实现, 仿真也证明了它的实时性和鲁棒性良好.

## 2. 控制系统设计

### 2.1. 动力学模型

$n$ -连杆机器人的末端操纵器与外界工作环境接触时, 其动力学方程<sup>[14,15]</sup>可表示为

$$M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) = \tau_p + \tau_f + J^T f + \omega(q, \dot{q}, t),$$

$$H(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q), \quad (1)$$

其中  $q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$  分别为机械臂的关节角度矢量、角速度矢量及角加速度矢量;  $M(q) \in R^{n \times n}$  为对称正定的惯性矩阵;  $C(q, \dot{q})\dot{q}$  为向心力和哥氏力项;  $G(q) \in R^n$  为重力项;  $\omega(q, \dot{q}, t)$  是未建模动力学及外界干扰力矩;  $\tau_p$  为位置控制输入力矩;  $\tau_f$  为力控制输入力矩;  $f \in R^n$  是机器人末端操纵器与外界工作环境之间的作用力向量;  $J \in R^{n \times n}$  是 Jacobian 矩阵.

在位置控制回路中采用 PD 控制, 即  $\tau_p = -K_v \dot{e}_p$

\* 河北省科技攻关项目(批准号:07213526)和燕山大学博士基金(批准号:B168)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: wenshuhuan@sohu.com

$-K_p e_p$ , 式中  $K_v, K_p$  为正定矩阵,  $e_p = q - q_d, \dot{e}_p = \dot{q} - \dot{q}_d$ .

对力进行控制时, 机器人动力学模型由关节空间转换到操作空间<sup>[15]</sup>, 根据  $\dot{r} = Jq, \ddot{r} = \dot{J}q + J\dot{q}$ , (1) 式变化如下:

$$M_r \ddot{r} + C_r \dot{r} + G_r = U + \omega_r + f, \quad (2)$$

式中

$M_r = J^{-T} M(q) J^{-1}, C_r = J^{-T} (C(q, \dot{q}) - M(q) J^{-1} \dot{J}) J^{-1}, G_r = J^{-T} G(q), U = J^{-T} \tau_f = u_1 + u_2, \omega_r = J^{-T} \omega(q, \dot{q}, t)$ . (2) 式描述的机械臂系统具有如下结构特征<sup>[14]</sup>:

**特征 1** 惯性矩阵  $M_r$  对称正定.

**特征 2** 矩阵  $M_r - 2C_r$  是斜对称的, 即  $x^T (M_r - 2C_r) x = 0, \forall x \in R^n$ .

假设期望的轨迹为  $r_d$ , 期望的力是  $f_d$ , 由接触力与位置的关系:  $f = G_e(r - r_e)$ , 得  $e_f = f - f_d = G_e(r - r_e) - f_d, G_e$  为接触刚度,  $r_e$  为环境的参考位置, 所以  $\dot{r} = G_e^{-1}(\dot{e}_f + \dot{f}_d), \ddot{r} = G_e^{-1}(\ddot{e}_f + \ddot{f}_d)$ . 则可得到误差方程如下式:

$$M_r G_e^{-1} \ddot{e}_f + C_r G_e^{-1} \dot{e}_f - e_f + \Delta = u_1 + u_2 + \omega_r. \quad (3)$$

其中  $\Delta = M_r G_e^{-1} \ddot{f}_d + C_r G_e^{-1} \dot{f}_d + G_r - f_d$ , 定义状态变量  $x_1 = e_f, x_2 = \dot{e}_f$ , 则(3)式化为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ M_r G_e^{-1} \dot{x}_2 &= -C_r G_e^{-1} x_2 + x_1 - \Delta \\ &\quad + u_1 + u_2 + \omega_r, \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $u_1$  是标称模型的控制输入,  $u_2$  是对不确定部分的补偿控制器.

### 2.2. 基于标称模型的控制律设计

不考虑不确定因素时, 由(4)式可得

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$M_r G_e^{-1} \dot{x}_2 = -C_r G_e^{-1} x_2 + x_1 - \Delta + u_1. \quad (5)$$

取输出信号为  $y = x_2$ , Lyapunov 函数为  $V =$

$\frac{1}{2} x_1^T x_1 + \frac{1}{2} x_2^T G_e^{-1} M_r G_e^{-1} x_2$ , 沿系统(5)求导

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x_1^T \dot{x}_1 + \frac{1}{2} x_2^T G_e^{-1} \dot{M}_r G_e^{-1} x_2 + x_2^T G_e^{-1} M_r G_e^{-1} \dot{x}_2 \\ &= x_1^T x_2 + \frac{1}{2} (G_e^{-1} x_2)^T (\dot{M}_r - 2C_r) (G_e^{-1} x_2) \\ &\quad + x_2^T G_e^{-1} (x_1 - \Delta + u_1) \\ &= x_2^T (x_1 + G_e^{-1} x_1 - G_e^{-1} \Delta + G_e^{-1} u_1), \end{aligned} \quad (6)$$

令

$$u_1 = G_e(-x_1 - G_e^{-1} x_1 + G_e^{-1} \Delta - K_{fd} x_2 + v), \quad (7)$$

式中  $K_{fd}$  为正定矩阵,  $v$  为输入信号, 则

$$\dot{V} = -x_2^T K_{fd} x_2 + y^T v \leq y^T v, \forall v. \quad (8)$$

表明由输入  $v$  到输出  $y$  的闭环系统是无源的, 根据无源性与渐近稳定性的关系, 令  $v = -y = x_2$ , 所得闭环系统是渐近稳定的.

### 2.3. 补偿控制器的设计

当系统存在不确定项时, 把控制器  $u_1$  代入(3)式得

$$M_r G_e^{-1} \ddot{e}_f + (C_r G_e^{-1} + G_e K_{fd} + G_e) \dot{e}_f + G_e e_f = u_2 + \omega_r. \quad (9)$$

设计  $u_2$  来补偿不确定项  $\omega_r$ , 当系统的不确定项的上界为  $\bar{\omega}_r$ , 即  $|\omega_r| < \bar{\omega}_r$ , 令

$$u_2 = \begin{cases} G_e e_f - \bar{\omega}_r \text{sgn}(\dot{e}_f), & |\dot{e}_f| \neq 0, \\ 0, & |\dot{e}_f| = 0. \end{cases} \quad (10)$$

稳定性分析:

取 Lyapunov 函数为  $V = \frac{1}{2} \dot{e}_f^T G_e^{-1} M_r G_e^{-1} \dot{e}_f$ , 则

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} \dot{e}_f^T G_e^{-1} \dot{M}_r G_e^{-1} \dot{e}_f + \dot{e}_f^T G_e^{-1} M_r G_e^{-1} \ddot{e}_f \\ &= \frac{1}{2} (G_e^{-1} \dot{e}_f)^T (\dot{M}_r - 2C_r) (G_e^{-1} \dot{e}_f) \\ &\quad - \dot{e}_f^T (K_{fd} + I) \dot{e}_f + \dot{e}_f^T G_e^{-1} (-G_e e_f + u_2 + \omega_r) \\ &= \begin{cases} -\dot{e}_f^T (K_{fd} + I) \dot{e}_f + \dot{e}_f^T G_e^{-1} (\omega_r \\ \quad - \bar{\omega}_r \text{sgn}(\dot{e}_f)), & |\dot{e}_f| \neq 0, \\ 0, & |\dot{e}_f| = 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

所以  $\dot{V} < 0, \forall \dot{e}_f \neq 0$ , 系统是渐近稳定的.

### 3. 仿真研究

为验证本文控制策略的有效性, 采用 MATLAB 软件<sup>[16]</sup> 以二连杆机械臂为对象进行仿真研究, 模型如图 1.

其动力学方程是

$$M(q) \ddot{q} + H(q, \dot{q}) = \tau_p + \tau_f + J^T f + \omega(q, \dot{q}, t),$$

$$H(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q),$$

其中

$$M(q) = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 + 2m_3 \cos q_2 & m_2 + m_3 \cos q_2 \\ m_2 + m_3 \cos q_2 & m_2 \end{bmatrix},$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -m_3 \dot{q}_2 \sin q_2 & -m_3 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2 \\ m_3 \dot{q}_1 \sin q_2 & 0 \end{bmatrix},$$

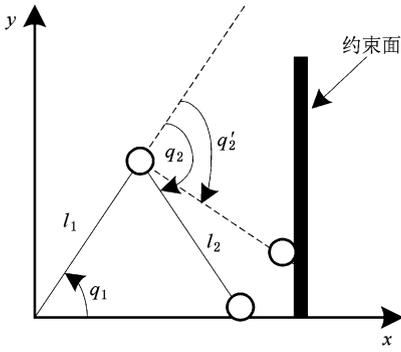


图 1 二连杆机械臂示意图

$$G(q) = \begin{bmatrix} m_4 g \cos q_1 + m_5 g \cos(q_1 + q_2) \\ m_5 g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix},$$

$$\omega(q, \dot{q}, t) = [0.2 \sin(t) \quad 0.2 \sin(t)]^T,$$

$$m = [m_1, m_2, m_3, m_4, m_5] \\ = [2.9, 0.7, 0.8, 3.1, 0.8].$$

在仿真中，取工作空间是一水平面， $r = [x \quad y]^T$ 。取约束刚性面： $X = 1.6$ ， $G_e = [100 \quad 0; 0 \quad 100]$ ，期望的轨迹  $y_d = 0.007t + 0.5$ ， $t \in [0, 10]$ ，期望的约束力  $f_d = [5 \quad 0]^T$  N。设机械臂末端的初始位置是  $r_0 = [1.5 \quad 0]^T$ ，初始速度是  $dr = [0 \quad 0]^T$ ， $K_{fd}$  为单位阵。为了与无源控制进行对比分析，在力控制回路还采用了 PD 控制，取  $K_v = [25 \quad 0; 0 \quad 25]$ ， $K_p = [20 \quad 0; 0 \quad 20]$ 。

机械臂的控制是不允许出现超调现象的，因为当有超调时，末端执行器会不停地与接触面碰撞，甚至引起系统振荡，所以仿真时尽量使机械臂的动态响应特性为近似临界阻尼状态，或过阻尼状态<sup>[15]</sup>。位置及速度的跟踪效果如图 2—图 5。力的跟踪效果如图 6。

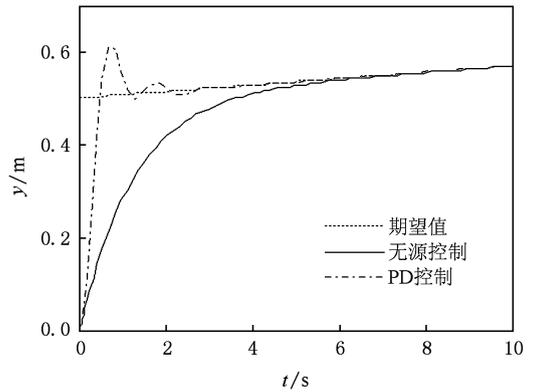


图 3 分别在无源控制和 PD 控制下 y 轴的位置跟踪

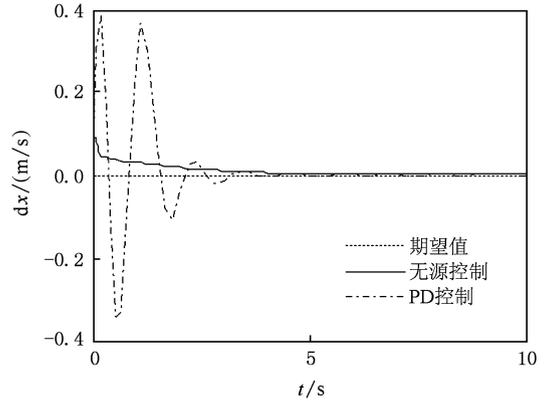


图 4 分别在无源控制和 PD 控制下 x 轴的速度跟踪

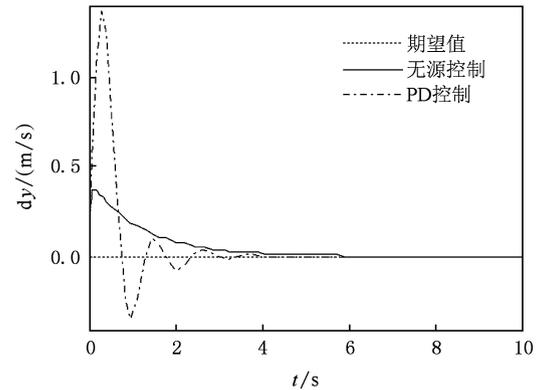


图 5 分别在无源控制和 PD 控制下 y 轴的速度跟踪

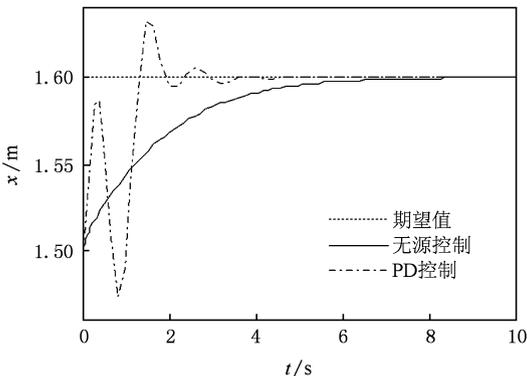


图 2 分别在无源控制和 PD 控制下 x 轴的位置跟踪

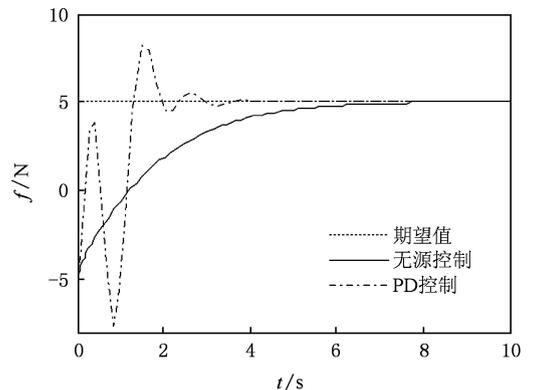


图 6  $f_d = 5$  N，分别在无源控制和 PD 控制下力的跟踪

由图可看出,采用常规 PD 控制,系统起始段出现大幅度振荡,很难得到满意的效果. 而根据无源性理论设计的控制器对机器人的力和位置的跟踪效果良好,基本无振荡,证明此控制器的有效性.

## 4. 结 论

本文分别对机器人标称模型和不确定部分的

控制器进行设计,标称模型的控制器采用反馈无源化方法来设计,针对机器人的不确定部分,在力控制回路中加入一个补偿项来集中补偿控制. 由仿真结果可以看出,当机械臂跟踪外界的接触环境时,使用本文提出的机器人力的无源性控制方法,机械臂具有较强的适应能力,对力和位置的控制具有良好的鲁棒性和跟踪能力.

- 
- [1] Hassan K, Khalil 2007 *Nonlinear systems* (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) p236
- [2] Wu Z Q, Tan G X, Wang S X 2006 *Acta Phys. Sin* **55** 1651 (in Chinese) [吴忠强、谭拂晓、王绍仙 2006 物理学报 **55** 1651]
- [3] Gao B T 2008 *Acta Automatica Sinica* **34** 1221 (in Chinese) [高丙团 2008 自动化学报 **34** 1221]
- [4] Ke H S, Ye X D, Qian J H 2006 *J. Zhejiang Univ.* **40** 1127 (in Chinese) [柯海森、叶旭东、钱建海 2006 浙江大学学报 **40** 1127]
- [5] Tian X F, Song A G, Huang W Y 2000 *J. Southeast Univ.* **30** 51 (in Chinese) [田小峰、宋爱国、黄唯一 2000 东南大学学报 **30** 51]
- [6] Raibert M H, Craig J J 1981 *Trans. ASME, J. DSCMC* **103** 126
- [7] Suh H, Hong J H, Oh S R., Kim K B 1991 *Proc. IEEE/RSJ Int. Workshop Intelligent Robots Syst.* **3** 3
- [8] Yu A L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3166 (in Chinese) [俞阿龙 2007 物理学报 **56** 3166]
- [9] Yu A L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3385 (in Chinese) [俞阿龙 2008 物理学报 **57** 3385]
- [10] Yu A L 2008 *Chin. Phys. B* **17** 878
- [11] Cai N, Jing Y W, Zhang S Y 2009 *Acta Phys. Sin* **58** 802 (in Chinese) [蔡娜、井元伟、张嗣瀛 2009 物理学报 **58** 802]
- [12] Han Y, Hu J B, Zhao L D 2009 *Acta Phys. Sin* **58** 1441 (in Chinese) [韩焱、胡建兵、赵灵冬 2009 物理学报 **58** 1441]
- [13] Meng J, Wang X Y 2009 *Acta Phys. Sin* **58** 3780 (in Chinese) [孟娟、王兴元 2009 物理学报 **58** 3780]
- [14] Shen T L 2000 *Robust Control of Robots* (Beijing: Tsinghua university) p56 (in Chinese) [申铁龙 2000 机器人鲁棒控制基础(北京:清华大学) 第 56 页]
- [15] Cai Z X 2000 *Robotics* (Beijing: Tsinghua university) p162 (in Chinese) [蔡自兴 2000 机器人学(北京:清华大学) 第 162 页]
- [16] Liu J K 2008 *The Design and MATLAB Simulation of Robot Control System* (Beijing: Tsinghua university) p86 (in Chinese) [刘金琨 2008 机器人控制系统的设计与 MATLAB 仿真(北京:清华大学) 第 86 页]

# Force control of uncertain robot based on the passivity<sup>\*</sup>

Wen Shu-Huan<sup>†</sup> Yuan Jun-Ying

(*Key Laboratory of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Institute of Electrical Engineering ,  
Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China*)

(Received 10 January 2009; revised manuscript received 5 July 2009)

## Abstract

According to the theory of passivity, the force control on the robot system is studied from a relatively new perspective. In general, a strictly passive dynamic system has a good dynamic characteristics and robustness. Therefore, a passive approach to force control is presented in the force controller design. In view of the uncertainty and environmental impacts in robot modeling, the paper adds a compensation term to compensate for model uncertainty in force control loop. The simulation results show that this control program enhances the dynamic performance and robustness of the system.

**Keywords:** robot, force control, passivity, robustness

**PACC:** 0630C, 0630M

---

<sup>\*</sup> Projects supported by the Science and Technology Stress Projects of Hebei Province (Grant No. 07213526) and the Doctor Foundation of Yanshan University (Grant No. B168) .

<sup>†</sup> E-mail: wenshuhuan@sohu.com