## 关于闭合及偏置 PCM 结构约束带状 电子注可行性的研究<sup>\*</sup>

赵鼎\*

(中国科学院电子学研究所,中国科学院高功率微波源与技术重点实验室,北京 100190)(2009 年 5 月 15 日收到;2009 年 6 月 1 日收到修改稿)

通过理论分析和数值计算证明了闭合 PCM 结构可以在窄边和宽边两个横方向上对接近真实情形的带状注束 流进行有效约束,实现电子注的长距离稳定传输.提出了匹配电子注宽边方向横向磁聚焦力与带状注内空间电荷 力的方法,这可用于确定闭合 PCM 聚焦结构的纵向周期长度以及截面尺寸.所做计算还显示出闭合 PCM 结构横截 面的宽边方向尺度可以独立调节以达到最优的匹配.此外,进一步证明了偏置 PCM 结构不能有效约束带状电子 注.本工作表明闭合 PCM 结构用于限制带状注束流具有很大潜力并且有助于指导实际的工程实践.

关键词:闭合 PCM 结构,聚焦,带状电子注 PACC: 4170, 4180D

## 1. 引 言

带状电子注能够以相对小的电流密度传输强 流,这使其在要求高功率和高频率的场合中拥有巨 大的应用潜力,如高功率微波源、先进加速器以及 同步辐射装置等.带状注的实用化必须首先解决扁 平电子注(横截面为矩形或椭圆形)成形和长距离 稳定传输的问题.对于前者,通过采用特殊结构的 非圆对称电子枪<sup>[1-3]</sup>或者是将圆形电子注变换为椭 圆截面注<sup>[4]</sup>的方式,均可以取得令人满意的效果, 电子注截面的长宽比可达 20:1<sup>[5]</sup>.接下来的问题是 如何在传输过程中实现带状电子注的窄边和宽边 方向的受力平衡,这方面前人已经做了比较多的工 作,但仍然需要进一步的深入研究才能够指导工程 实践.

众所周知,带状电子注在均匀磁场中的运动过 程是不稳定的,随着传输距离的增长将不可避免地 出现扭结、断裂等现象.在 Booske 等的经典工作中, 已经证明由周期磁场约束的带状注是稳定的,同时 他还提出了偏置 PCM (periodic cusped magnetic focusing)结构能够在电子注的两个横方向上提供匹 配的聚焦力,而对于闭合的 PCM 结构则只能在窄边 方向上对带状注进行有效约束<sup>[6,7]</sup>.之后,Booske 和 Basten 又提出了改进的 PCM-PQM 结构用于带状注 的约束,并通过数值仿真表明了这一方案的有效 性<sup>[8,9]</sup>.从他们所做的计算来看,对于空间电荷影响 占主导的低压束流,偏置 PCM 结构和 PCM-PQM 结 构用于限制具有很高偏心率的椭圆截面带状注是 成功的.Carlsten 近年的工作考虑了发射度对带状注 聚焦的影响,他针对 120 kV,20A 的椭圆截面(长轴 10 mm,短轴 0.5 mm)束流的分析表明,双平面 Wiggler 聚焦方式与单平面 PPM 聚焦结合均匀四极 场方式的效果相当,并且都优于 PCM-PQM 结构,但 他认为偏置 PCM 结构对带状注束流的约束能力是 值得怀疑的,而且闭合的 PCM 结构不可能同时在两 个横方向上对带状注进行有效约束<sup>[10]</sup>.

我们知道在实际中使用的带状注一般不可能 接近无限薄,同时在高功率的应用场合中其携带的 总电流也比较大,对于这样的带状注束流而言采用 PCM 结构进行约束更为有效,因为考虑到 Wiggler 中引入的横向速度很可能导致束流完全的偏转.对 于上述更接近真实情形的带状注,不考虑发射度的 影响,在下文中将通过理论分析和数值计算证明使

<sup>\*</sup>国家自然科学基金(批准号:60801031 和10775139)及中国科学院知识创新项目资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: dzhao@ mail. ie. ac. cn

用闭合 PCM 结构完全有可能实现矩形截面带状注的长距离稳定传输,随后进一步证明偏置 PCM 结构 用于带状注束流的聚焦是具有较大局限性的.

2. 闭合 PCM 结构实现二维横向聚焦 的理论分析

## 2.1. 闭合 PCM 结构中的磁场及电子受到的有质动 力聚焦力

对于图 1 中所示由永磁体围成的闭合 PCM 结构,周围 4 块磁铁的充磁方向交替地指向 z 轴或背 离 z 轴,磁铁所围区域的水平宽度为 a<sub>m</sub>,垂直宽度 为 b<sub>m</sub>.通过引入标量磁位,PCM 结构中心区域的磁 场可以表示为(为方便比较,典型参数采用了与文 献[6]中相同的记号)

$$B_{x} = -\frac{k_{x}}{k_{m}}B_{0}\sinh(k_{x}x)\cosh(k_{y}y)$$
$$\times \cos(k_{m}z), \qquad (1a)$$

$$B_{y} = -\frac{k_{y}}{k_{m}}B_{0}\cosh(k_{x}x)\sinh(k_{y}y)$$
$$\times \cos(k_{m}z), \qquad (1b)$$

$$B_{z} = B_{0} \cosh(k_{x}x) \cosh(k_{y}y)$$

$$\times \sin(k_{w}z), \qquad (1c)$$

式中的  $k_{\rm m} = \frac{2\pi}{l_{\rm m}}, l_{\rm m}$  为磁铁的 z 向周期长度.



图 1 闭合 PCM 聚焦结构示意图

考虑到如下的两个因素:1)带状电子注在宽边 方向的尺度较大,而窄边方向的尺度则相对很小, 2)在条件 $a_m \ge 10b_m$ 不满足时, $k_x \approx 0$ 及 $k_y \approx k_m$ 的近 似不成立,此时 $k_x$ 与 $k_y$ 为同一数量级.进而可知, 在(1)式中的x方向(宽边方向)引入  $cosh(k_xx) \approx 1$  及 sinh( $k_x x$ ) ≈ $k_x x$  的近似是不合理的,但鉴于电子 在 y 方向(窄边方向)非常接近 y = 0 的中间平面,所 以在窄边方向上采用 cosh( $k_y y$ ) ≈1 及 sinh( $k_y y$ ) ≈  $k_y y$  的近似仍然是可以接受的.

在上述分析的基础上,下面重新推导运动电子 受到的有质动力聚焦力.这里的分析与 Booske 及 Carlsten 所用的方法<sup>[6,10]</sup> 类似,本文中的不同之处 是,在对聚焦磁场的处理上舍弃了 $k_x x \approx 0$ 的假设 (参考(1)式).基本过程可以简述如下:将电子的横 向位移s((代表 x 或 d y))分解为缓变量 $s_0$ 与扰动量  $s_1$ 的叠加,首先求出扰动量 $s_1$ 之后再代入完整的运 动方程得到 $s_0$ 的值,在这一过程中认为电子的轴向 速度几乎不变,即保持 $v_b$ 的数值,对 d<sup>2</sup>s/dt<sup>2</sup> 在周期 长度 $l_m$ 之内取平均(这里注意到 $l_m \approx v_b T, T$ 为时间 周期)就可求出有质动力聚焦力的大小.

记电子的静止质量为 m,电子荷质比为  $\eta$ ,相对 论因子为  $\gamma$ .不考虑电子注内空间电荷力的影响,使 用相对论形式的运动方程,由  $\ddot{x}_1 = -\frac{e}{m\gamma} v_b B_y$  可以 得到

$$\dot{x}_{1} = \frac{e}{m\gamma} \frac{k_{y}}{k_{m}^{2}} B_{0} \cosh(k_{x}x)$$

$$\times \sinh(k_{y}y) \sin(k_{m}z) , \qquad (2a)$$

$$x_{1} = -\frac{e}{m\gamma} \frac{k_{y}}{k_{m}^{3}} \frac{B_{0}}{v_{b}} \cosh(k_{x}x)$$

$$\times \sinh(k_{x}) \cos(k_{x}z) \qquad (2b)$$

由 
$$\ddot{y}_1 = \frac{e}{m\gamma} v_b B_x$$
 可得  
 $\dot{y}_1 = -\frac{e}{m\gamma} \frac{k_x}{k_m^2} B_0 \sinh(k_x x)$   
 $\times \cosh(k_y y) \sin(k_m z).$  (2c)  
 $y_1 = \frac{e}{m\gamma} \frac{k_x}{k_m^3} \frac{B_0}{v} \sinh(k_x x)$ 

$$= \frac{1}{m\gamma} \frac{1}{k_{\rm m}^3} \frac{1}{v_{\rm b}} \sinh(k_x x) \\ \times \cosh(k_y y) \cos(k_{\rm m} z).$$
(2d)

将 (2c), (2d), (1b)及(1c)式代入 
$$\ddot{x}_0 = \frac{e}{m\gamma}$$

 $(\dot{y}_1B_z - v_bB_y)$ , 并采用  $\cosh(k_yy) \approx 1$  及  $\sinh(k_yy) \approx k_yy$  的近似可以得到

$$\ddot{x}_{0} = \frac{e}{m\gamma} \cdot \left\{ -\frac{e}{m\gamma} \frac{k_{x}}{k_{m}^{2}} B_{0}^{2} \sinh(k_{x}x_{0}) \right.$$
$$\times \cosh(k_{x}x_{0}) \sin^{2}(k_{m}z)$$
$$+ \frac{e}{m\gamma} \frac{k_{x}k_{y}^{2}}{k_{m}^{4}} B_{0}^{2} \sinh(k_{x}x_{0})$$

 $\times \cosh(k_x x_0) \cos^2(k_z z)$  $+\frac{k_y^2}{k}v_by_0B_0\cosh(k_xx_0)$  $\times \cos(k_{\rm m}z) \Big\}.$ 

将上式在电子的一个摆动周期之内取平均有  $\langle \sin^2(k_{\rm m}z) \rangle = \frac{1}{2}, \langle \cos^2(k_{\rm m}z) \rangle = \frac{1}{2}, \langle \cos(k_{\rm m}z) \rangle =$ 

0. 将剩余项相加即得

$$F_{x0} = -m\left(\frac{\eta}{\gamma}\right)^2 \frac{B_0^2}{4} \frac{k_x^3}{k_m^4} \sinh(2k_x x_0).$$
 (3a)

将(2a),(2b),(1a)及(1c)式代人  $\ddot{y}_0 = \frac{e}{m_V}$  $(v_{b}B_{x} - x_{1}B_{z})$ ,除保留  $k_{y} \approx 0$  的近似之外,进一步引  $\land$  sinh $(k_x x) \approx k_x (x_0 + x_1) + \frac{1}{6} k_x^2 (x_0^3 + 3x_0^2 x_1),$  则

可以得到

$$\begin{split} \ddot{y}_{0} &= -\frac{e}{m\gamma} \Big\{ \frac{e}{m\gamma} \frac{k_{y}^{2}}{k_{m}^{2}} B_{0}^{2} y_{0} \\ &\times \cosh^{2}(k_{x} x_{0}) \sin^{2}(k_{m} z) \\ &- \frac{e}{m\gamma} \frac{k_{x} k_{y}^{2}}{k_{m}^{4}} B_{0}^{2} y_{0} \Big( k_{x} + \frac{1}{2} k_{x}^{3} x_{0}^{2} \Big) \\ &\times \cosh(k_{x} x_{0}) \cos^{2}(k_{m} z) \\ &+ \frac{k_{x}}{k_{m}} v_{b} B_{0} \Big( k_{x} x_{0} + \frac{1}{6} k_{x}^{3} x_{0}^{3} \Big) \cos(k_{m} z) \Big\}. \end{split}$$

将上式在电子的一个摆动周期之内取平均并注意 到  $\cosh(k_x x_0) \approx 1 + \frac{1}{2} k_x^2 x_0^2$ , 即可得

$$F_{y0} = -m\left(\frac{\eta}{\gamma}\right)^2 \frac{B_0^2}{2} \frac{k_y^4}{k_m^4} \cosh^2(k_x x_0) y_0. \quad (3b)$$

由上述推导获得的(3a)和(3b)式分别为电子 在 x 方向和 y 方向受到的有质动力聚焦力. 从(3a) 式中可知聚焦力 F<sub>n</sub>随着电子所在宽边方向的位置 x<sub>0</sub>成双曲正弦的形式变化,即在宽边方向靠近束流 边缘的电子将受到更大的 x 向聚焦力.同样,从 (3b)式可知在宽边方向靠近注边缘的电子也将受 到更大的 γ 向聚焦力. 考虑到在闭合 PCM 结构的宽 边尺度 a<sub>m</sub> 减小时,注边缘处的磁场分量都将有所增 加,上述变化趋势是符合物理实际的.

## 2.2. 闭合 PCM 结构对带状注的约束

对于在矩形漂移管中传输的矩形截面电子注, 漂移管横截面内的电势分布以及注内的空间电荷 场可以由严格的解析方法求出[6],如果假设横截面 上的电流密度均匀,则电子注内的空间电荷场可表 示为如下的形式:

$$E_{x} = -\frac{m}{e} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{4\omega_{p}^{2}}{b} \frac{\sin\left(\frac{k_{j}t}{2}\right)}{k_{j}^{2}}$$

$$\times \frac{\cosh\left[k_{j}\frac{(a-w)}{2}\right]}{\cosh\left(\frac{k_{j}a}{2}\right)}$$

$$\times \cos(k_{j}y)\sinh(k_{j}x), \qquad (4a)$$

$$E_{y} = -\frac{m}{e} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{4\omega_{p}^{2}}{b} \frac{\sin\left(\frac{k_{j}t}{2}\right)}{k_{j}^{2}}$$

$$\times \sin(k_{j}y) \left\{1 - \frac{\cosh(k_{j}x)}{\cosh\left(\frac{k_{j}a}{2}\right)}\right\}$$

$$\times \cosh\left[k_{j}(a-w)/21\right], \qquad (4b)$$

式中 a 和 b 分别为矩形漂移管的宽边和窄边的长 度,w和t分别为矩形带状电子注的宽度和厚度,e 为电子电荷,  $k_i = (2j+1)\pi/b$ , 相对论形式的  $\omega_p^2 =$  $\frac{eI_0}{v_b w t \gamma^3 m \varepsilon_0}$ ,这里  $I_0$  为电子注电流,  $\varepsilon_0$  为真空中的介 电常数.



在 y = 0 的中间平面上  $E_x$  随 x 的变化曲线 图 2

图 2 中绘出了在 y = 0 的中间平面上  $E_x$  随 x 的 变化曲线,结构参数 a = 69 mm, b = 8.25 mm, w = 50mm,t=4 mm,其中实线为累加求和取前28 项得到 的结果,虚线为只取 i=0 的第一项得到的结果,图 中的归一化系数  $E_0 = -0.004 I/v_z w t \gamma^3 \varepsilon_0$ ,可见二者 符合得很好,因此有下面的关系:

$$E_{x}(x, y = 0) \propto \sinh\left(\frac{\pi}{b}x\right). \tag{5}$$

(4b)

考虑到带状注中的电子在 y 方向很接近于中间平面,则同样可以预期对于 y 略微偏离零值的情形存 在着与(5)式类似的依赖关系.

比较(3a)与(5)式,可知如果满足

$$k_x \simeq \frac{\pi}{2b},\tag{6}$$

则在带状注的宽边方向上周期磁场聚焦力与注内 的空间电荷力能够实现很好的匹配,再通过调整聚 焦磁场的幅值,二者之间将达到平衡.

在带状注的窄边方向上实现对电子的约束相 对容易,此时可以与周期永磁聚焦的圆形注相类 比<sup>[8,11]</sup>,为获得稳定传输的电子注,通常聚焦磁场的 幅值 B<sub>0</sub>要大于布里渊磁场值 B<sub>bri</sub>,布里渊磁场的峰 值如下:

$$B_{\rm bri} = \sqrt{\frac{1}{\gamma} \frac{\sqrt{2}I_0}{wt\varepsilon_0 \eta^{3/2} V_0^{1/2}}},$$
 (7)

式中  $V_0$  为电子注电压,同时聚焦磁铁的周期长度  $l_{\rm m}$  的选取要确保  $l_{\rm m}^2/\lambda_{\beta}^2\gamma^2$  的值处于马修方程的第一个 稳定区域之内,这需要满足关系  $l_{\rm m}/\lambda_{\beta} < 0.81\gamma$ .为 提高束流的稳定性,更严格的限制条件要求<sup>[8,11,12]</sup>  $l_{\rm m} < 0.33\lambda_{\rm p}, l_{\rm m} < 0.25\lambda_{\beta}$ .这里等离子体振荡波长  $\lambda_{\rm p}$ =  $2\pi v_{\rm b}/\omega_{\rm p}$ ,电子自由振荡波长  $\lambda_{\beta} = 2\pi v_{\rm b}/(\Omega_0/\sqrt{2})$ , 电子回旋频率  $\Omega_0 = eB_0/m$ .

## 3. 闭合 PCM 结构用于带状注约束的 验证

这一部分中将通过数值计算表明,在带状电子 注的 y 方向获得有效约束的情形下,如果(6)式能 得到满足,则带状注在 x 方向也将获得匹配聚焦力 的约束,束流宽边方向的尺度将维持基本不变.

## 3.1.磁场值对单面及完整 PCM 结构宽边方向尺度 的依赖关系

假设六面体磁铁分布在由( $x_{\min}, y_{\min}, z_{\min}$ )及 ( $x_{\max}, y_{\max}, z_{\max}$ )两点所确定的与直角坐标系共形的 区域内,同时认为磁铁被均匀磁化,则该磁铁外部 空间的某一点(x, y, z)处的磁感应强度(单位为 T) 可以表示为

$$\begin{pmatrix} B_{x} \\ B_{y} \\ B_{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{1} & c'_{3} & c'_{2} \\ c'_{3} & c_{2} & c'_{1} \\ c'_{2} & c'_{1} & c_{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{x} \\ M_{y} \\ M_{z} \end{pmatrix},$$
(8)

式中的 $M_x, M_y$ 和 $M_z$ 分别对应永磁体在x, y和z方

向的磁化强度分量(单位为 A/m),设永磁体内某点的坐标为(x',y',z'),由坐标原点指向该点的矢量为 r',由坐标原点指向磁铁外部某点(x,y,z)的矢量为 r,则矩阵中各系数的计算式如下:

$$c_1 = 10^{-7} \cdot \operatorname{arctg}\left[\frac{(y - y')(z - z')}{(x - x')|\mathbf{r} - \mathbf{r'}|}\right] \mid_{V}, \quad (9a)$$

$$c_2 = 10^{-7} \cdot \operatorname{arctg}\left[\frac{(x - x')(z - z')}{(y - y')|\mathbf{r} - \mathbf{r'}|}\right] \mid_{V}, \quad (9b)$$

$$c_3 = 10^{-7} \cdot \operatorname{arctg}\left[\frac{(x - x')(y - y')}{(z - z')|\mathbf{r} - \mathbf{r'}|}\right] \mid_{V}, \quad (9c)$$

$$c'_{1} = 10^{-7} \cdot \ln[|\mathbf{r} - \mathbf{r'}| - (x - x')]|_{V'}, \quad (9d)$$

$$c'_{2} = 10^{-7} \cdot \ln[|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| - (y - y')]|_{V'}, \quad (9e)$$

$$c'_{3} = 10^{-7} \cdot \ln[|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| - (z - z')]|_{V'}.$$
 (9f)

对于图 1 中所示的闭合 PCM 结构,在其内部区 域中某点处的磁感应强度通过叠加所有条形磁铁 的作用效果可以准确求出.

参考图 1,将闭合 PCM 结构的 y 方向宽度  $b_m$  取 为固定值 25 mm, x 方向宽度值 a<sub>m</sub> 从 160 mm 缩减 到 60 mm,磁铁 z 方向厚度为 11.67 mm,周期长度  $l_m$ 为35 mm,比较单面(只在 $\gamma$ 方向产生足够的约束 力)以及完整的 PCM 结构中的磁场值,对于这两种 情形,记 $a_m$ =160 mm 时完整闭合 PCM 结构中在 x =0, y = 0的中心轴线上的z向磁感应强度峰值为  $B_{x0}$ ,图 3 为在 y = 0 的平面上 x 坐标不同的横向位置 处 B<sub>x</sub>/B<sub>x</sub>峰值随 a<sub>m</sub> 的变化曲线,可以注意到单面 PCM 结构不能提供 x 方向足够的聚焦力;图 4 为在  $\gamma = 1$  mm 的平面内 x 坐标不同的横向位置处  $B_x/B_x$ 峰值随 $a_m$ 的变化曲线,可见在单面PCM结构的x 方向增加周期排列的聚焦磁铁时对 y 方向的磁场影 响较小,在电子注边缘区域(对应 x = 24 mm 的曲 线)磁场值有较明显的下降(通过(4b)式计算可知 在电子注边缘区域电场 $E_v$ 的值也有所减小),另外 在带状注的窄边宽度范围内  $B_x$  对 y 的线性依赖关 系保持不变(这一点在图 4 中未示出);图 5 为在 y =0 的平面上 x 坐标不同的横向位置处 B<sub>z</sub>/B<sub>z0</sub>峰值 随 a<sub>m</sub> 的变化曲线,可见完整 PCM 结构在电子注宽 边方向的边缘区域能够提供更大的 z 方向磁场值, 这对边缘电子的约束有利.从图3至图5还可注意 到,当磁聚焦结构的 x 方向宽度 a<sub>m</sub> 大于一定数值之 后,在带状电子注的横向宽度范围内(也即 | x | ≤25 mm)单面和完整 PCM 结构中磁感应强度分量都成 为不变的恒定值.通过利用横向宽度较小的闭合 PCM 聚焦结构中  $B_x$  对坐标 x 的非线性依赖关系, 就有可能实现带状注在 x 方向的平衡聚焦,而且在 x 方向和 y 方向的聚焦力可以独立调节,这是在实际应用中十分有利的特性.



图 3 在 y = 0 mm 的中间平面上对应不同的 x 坐标位置处归一 化峰值 B<sub>x</sub>/B<sub>x</sub>)随 a<sub>m</sub> 的变化曲线



图 4 在 y = 1 mm 的中间平面上对应不同的 x 坐标位置处归一 化峰值  $B_x/B_x$  随  $a_m$  的变化曲线



图 5 在 y = 0 mm 的中间平面上对应不同的 x 坐标位置处归一 化峰值 B<sub>z</sub>/B<sub>a</sub>)随 a<sub>m</sub> 的变化曲线

### 3.2. 匹配横向聚焦力与空间电荷力的方法

磁场在电子注宽边 x 方向产生聚焦力的过程可 以简述如下:首先沿着 z 向以速度  $v_b$  运动的电子与 磁感应强度  $B_x$  相互作用引起 y 方向的速度  $v_y$ ,之后  $v_y$  与  $B_z$  的作用将产生所需的横向聚焦力.从这一过 程可知, $B_x(x)$ 将决定  $v_y(x)$ 的形状,继而决定聚焦 力  $F_{x0}$ 在 x 方向的曲线形状,这里的分析近似认为在 所讨论的区域内  $B_z$  是不随位置变化的恒量.

依据第2节中的分析,应该使  $B_x(x)$ 的形状满 足  $B_x(x) \propto \sinh\left(\frac{\pi}{2b}x\right)$ 的关系.通过计算可知在磁铁 周期长度  $l_m$  为 35 mm 时,这一关系符合得很好,如 图 6 中所示,图中的两条曲线均按照各自的最大值 进行了归一化.



图 6 数值计算出的  $B_x$ -x 曲线与双曲正弦函数 sinh ( $\pi x/2b$ )形状的比较

调节周期长度  $l_m$  将显著影响  $B_x$ -x 曲线形状,  $l_m$ 的减小(由  $k_m = 2\pi/l_m$  的关系知,  $k_m$  将增加)将使曲 线变得陡峭; 另一个影响因素是闭合 PCM 结构的截 面形状  $\frac{a_m}{b_m}$ , 但实际计算表明保持  $b_m$  不变, 减小  $a_m$  的 数值对  $B_x$ -x 曲线形状的影响不如周期长度  $l_m$  的改 变那样明显, 然而  $B_x(x)$  曲线的幅值则受到  $a_m$  变化 的较大影响.

#### 3.3. 闭合 PCM 结构约束带状注束流的算例

进入闭合 PCM 聚焦结构中的电子所受到的磁 感应强度和电场分别依据 3.1 节中所述的方法和 (4)式计算,带状电子注和漂移管的截面尺寸如前 所述,选取电子注电压  $V_0 = 150 \text{ kV}$ ,电流  $I_0 = 100 \text{ A}$ , 聚焦磁铁的周期长度  $l_m = 35 \text{ mm}$ ,闭合 PCM 结构中  $a_m = 75.8 \text{ mm}$ , $b_m = 25 \text{ mm}$ ,在 x = 0,y = 0的中心轴 线上的峰值  $B_{z,peak}$ 为 741 G(由(7)式知 y 方向束流 聚焦所需的布里渊磁场峰值为 465 G(1 G = 10<sup>-4</sup> T).图7 中示出对应带状电子注内 y = 0 的中间平面 上在 x = 0.0, 2.5, 5.0, 7.5, 10.0, 12.5, 15.0, 17.5, 20.0 mm 位置处平行于 z 轴的入射电子在 xz 平面内的运动轨迹,可见电子注在长达 1100 mm 的 传输距离上宽边方向的尺度基本上维持不变;图 8 为部分入射电子在 yz 平面内的运动轨迹.



图 7 电子注电压 150 kV,电流 100 A,磁铁周期长度 35 mm,在 y = 0 mm 的中间平面上 x = 0.0, 2.5, 5.0, 7.5, 10.0, 12.5, 15.0, 17.5, 20.0 mm 位置处平行于 z 轴进入闭合 PCM 聚焦结 构的入射电子在 xz 平面的运动轨迹

对位于 x 方向注边缘的电子,必须使用 PIC 方 法进行仿真才能对其运动过程进行考察.对应前述 的束流参数,由 PIC 程序计算了注入闭合 PCM 结构 中的电子运动轨迹,图 9 中给出了垂直于 z 轴的束 流截面(这是计算区域中的所有粒子投影在同一横 截面上的结果),可见入射的矩形电子注截面形状 在传输过程中基本保持不变;图 10 示出带状电子注 宽边方向尺度随轴向坐标 z 的变化情况,可见电子 注宽边方向的尺度在长距离传输过程中始终维持 大致相同的数值.因此,通过合理选择闭合 PCM 结 构中聚焦磁场的空间分布形式,能够同时在两个横 向维度上对带状电子注实现有效约束.

## 4. 对偏置 PCM 结构聚焦能力的分析

在图 11 中示出了偏置 PCM 聚焦结构,这种结构中的磁场分量具有对称性,其主要参数  $x_m = 60$  mm, $b_m = 25$  mm,  $令 \Delta x = (a_m - x_m)/2$ ,  $\Delta x$  表示条形磁铁偏离中心对称区域的长度. 需要说明的是,依据前文的分析可知,只有在  $x_m$  较小时  $B_x(x)$ 曲线在



图 8 对应图 7 中 x = 0.0, 5.0, 10.0, 15.0, 20.0 mm 位置处的 入射电子在 yz 平面的运动轨迹



图 9 对应图 7 所用的束流和结构参数,由 PIC 程序计算给出的 束流 xy 截面

电子注边缘才表现出较明显的非线性(从而对带状 注宽边方向进行有效的约束),因此为使得计算结 果具有实际意义,这里的 x<sub>m</sub>值不宜取得过大.采用 3.1 节的方法计算这种偏置 PCM 结构中的磁场分



图 10 对应图 7 所用的束流和结构参数,由 PIC 程序计算给出的束流 xz 截面

量. 对应  $B_x$  峰值为最大的轴向位置处的 xy 截面,图 12 给出了沿这一截面上 y = 0 的坐标轴,在选取不 同的偏移量  $\Delta x$  时归一化的  $B_x(x)$  曲线 (各条曲线 分别按照各自的最大值做了归一化),图中还绘出 了矩形截面带状注中 x 向空间电荷力的变化曲线作 为参考.从图中可见通过调整 l<sub>m</sub>的值可以使得注内 空间电荷力与 $B_x(x)$ 曲线形状比较接近(但很难达 到完全一致的变化趋势),例如这里取 $l_m = 25 \text{ mm}$ 时的情形,同时还可注意到偏移量  $\Delta x$  的改变对  $B_x$ (x)曲线形状的影响不大. 对于  $\Delta x = 0$  的情形,已经 知道单面 PCM 结构不能提供足够的 x 向聚焦  $力^{[6,10]};$ 而在  $\Delta x > 0$  时,由图 12 可知  $B_x(x)$ 曲线的 形状变化不大,但计算表明其幅值随  $\Delta x$  的增加而 降低.相应于图 12 的观察位置,图 13 中给出了沿 y =0坐标轴,在偏移量  $\Delta x$  取不同值时的  $B_{x}(x)$ 曲 线,图中的纵坐标为任意单位,在 y 取其他数值的位 置处  $B_x(x)$  曲线形状与  $\gamma = 0$  处的结果相似,只是叠 加了与 y 值成比例的平移量.显然,此时聚焦磁场无 法维持带状电子注在 y 方向的受力平衡. 只有在 |y|很接近零且偏移量  $\Delta x$  较小时,  $B_x(x)$  曲线上所 叠加的非线性畸变的影响才可以忽略,这解释了为



图 11 偏置 PCM 聚焦结构示意图



图 12 选取不同的偏移量  $\Delta x$  时归一化的  $B_x(x)$  曲线



图 13 沿 y = 0 坐标轴,在偏移量  $\Delta x$  取不同值时的  $B_y(x)$  曲线

什么如文献[8]中的仿真结果所表明的只有 y 向宽 度很小的具有很高偏心率的椭圆带状注(长轴  $r_x =$ 1.4 cm,短轴  $r_y = 0.025$  cm)才有可能在这种聚焦结 构中传输;与此同时,由于高偏心率的椭圆注截面 长短轴之比  $r_x/r_y$  很大,致使大部分电子感受到的  $E_x \approx 0$ ,从而将有助于克服偏置 PCM 结构中 x 方向 聚焦力与空间电荷力不能完美匹配的问题.

## 5. 讨论与结论

尽管带状注内在宽边方向的空间电荷力是相 对较小的,但如果不加抑制的话,电子注也会很快 发散开来而为管壁截获,但引入的横向聚焦力如果 不能与电子注内的空间电荷力很好匹配,则通常会 导致注边缘电子的过聚焦,同样这也将引起电子在 窄边方向的运动幅度增大而造成损失.

对于闭合 PCM 聚焦结构,参考(3b)式,电子在 y方向受到的聚焦力始终指向 y = 0 的中心平面,这 一特性使得带状注在窄边方向的聚焦原理与 PPM 聚焦的圆形注情形相类似;考虑到带状注在宽边 x 方向的尺度很大,参考(3a)式,此时如果电子围绕 x =0的中心平面进行振荡,则束流形状将发生不能 接受的明显改变(同时也将造成管壁截获损失),唯 一的解决办法是在 x 方向上确保磁聚焦力与空间电 荷力的精确平衡,这一要求尽管十分苛刻但仍然是 能够满足的.

本文通过理论分析和数值计算证明了闭合 PCM 结构能够同时在窄边和宽边两个横向尺度上 实现对带状电子注的有效约束,这里所用带状电子 注的宽高比 w/t 接近于实际束流的真实情形.另一 个重要的方面是闭合 PCM 结构中的宽度 a<sub>m</sub> 可以进 行独立调节以在 x 方向达到最优的状态,这在工程 实际中是十分有用的特性.而对于偏置 PCM 结构, 尽管在中心平面的 x 方向磁场聚焦力能与注内的空间电荷力保持大致平衡,但由于磁场分量  $B_y$  依赖于 x 坐标变化,这使得带状注在窄边方向的受力平衡 不可能实现,因而这种结构只能用于约束 w/t 很大的矩形截面或  $r_x/r_y$  很大的椭圆截面带状注(同时要 x t 或  $r_y$  很小).考虑到偏移量  $\Delta x$  的增加将引起  $B_x$ 的幅值下降以及  $B_y$  沿 x 方向更大的非线性畸变,而且在 x 和 y 方向的聚焦力不能独立调节,因此偏置 PCM 结构的实用价值是很有限的.

总之,在要求高功率的强流应用场合,通过合 理设计聚焦磁场以及辅助的机械调节装置,闭合 PCM聚焦系统将具有对束流约束效果好、结构紧凑 简单以及在实验中调节方便的优点,因而可以预期 这一聚焦方案有着较大的应用潜力.

- [1] Read M E, Jabotinski V, Miram G, Ives L 2005 IEEE Trans.
   Plasma Sci. 33 647
- Scheitrum G 2005 High Energy Density and High Power RF, AIP Conf. Proc. 807 (American Institute of Physics) p120
- [3] Scheitrum G, Caryotakis G, Burke A, Jensen A, Jongewaard E, Krasnykh A, Neubauer M, Phillips R, Rauenbuehler K 2004 Conference Digest of the 2004 Joint 29th International Conference on Infrared and Millimeter Waves and 12th International Conference on Terahertz Electronics (IEEE) p525
- [4] Humphries S, Russell S, Carlsten B, Earley L, Ferguson P 2004 Phys. Rev. ST Accel. Beams 7 060401
- [5] Russel S J, Wang Z F, Haynes W B, Wheat R M, Jr., Carlsten B E, Earley L M, Humphries S, Jr., Ferguson P 2005 Phys.

Rev. ST Accel. Beams 8 080401

- [6] Booske J H, McVey B D, Antonsen T M, Jr. 1993 J. Appl. Phys. 73 4140
- Booske J H, Basten M A, Kumbasar A H, Antonsen T M, Jr., Bidwell S W, Carmel Y, Destler W W, Granatstein V L, Radack D J 1994 Phys. Plasmas 1 1714
- [8] Basten M A, Booske J H 1999 J. Appl. Phys. 85 6313
- [9] Booske J H, Basten M A 1999 IEEE Trans. Plasma Sci. 27 134
- [10] Carlsten B E, Earley L M, Krawczyk F L, Russell S J, Potter J M, Ferguson P, Humphries S, Jr. 2005 Phys. Rev. ST Accel. Beams 8 062002
- [11] Mendel J T, Quate C F, Yocom W H 1954 Proc. IRE 42 800
- [12] True R 1984 IEEE Trans. Electron Devices 31 353

# Research on feasibility of closed and offset PCM focusing structures for sheet electron beams \*

#### Zhao Ding<sup>†</sup>

 (Key Laboratory of High Power Microwave Sources and Technologies, Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)
 (Received 15 May 2009; revised manuscript received 1 June 2009)

#### Abstract

Using theoretical analysis and numerical calculation, it has been demonstrated that the closed periodic cusped magnetic (PCM) field can effectively confine the sheet electron beam in two transverse directions simultaneously to realize the stable long distance transport, where the beam cross-section has an attainable shape of the state of the art. Moreover, the method for matching the transverse magnetic focusing force and the inner space charge force in the wide dimension of the sheet beam is given, which can be used to determine the longitudinal periodic length and the cross section shape of the closed PCM structure. The calculation has also shown that the optimum focusing can be acquired through adjusting the width of the closed PCM structure independently. And besides, it has been proven that the offset PCM structure is not a good choice for sheet beams' confinement. The work presented in the paper indicates that the closed PCM structure is very promising, and it's helpful for guiding the practical engineering design.

Keywords: closed PCM structure, focusing, sheet electron beam PACC: 4170, 4180D

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60801031 & 10775139) and the Knowledge Innovation Program of Chinese Academy of Sciences.

<sup>†</sup> E-mail: dzhao@ mail.ie.ac.cn