

高量级光衰减时对线偏振片组衰光系数的研究*

黄 翀 陈海清[†] 廖兆曙 赵 爽

(华中科技大学光电子科学与工程学院, 武汉 430074)

(2009 年 4 月 9 日收到; 2009 年 6 月 19 日收到修改稿)

利用琼斯矢量法推导实际偏振片的琼斯矩阵和两片偏振片组的透射光强表达式和衰光系数表达式. 通过计算说明, 在高量级光衰减时用马吕斯定律计算偏振片的衰光率存在一定误差. 因此, 该衰光系数表达式可作为马吕斯定律实际运用时的修正式. 依据该理论推导出两偏振片组的最大衰光率为 $2\varepsilon^2$, 并得到三偏振片组的关于 θ_2 的透射光强表达式. 该式以及相应实验表明在 $[\theta_1, \theta_2] = [90^\circ, 135^\circ]$ 和 $[90^\circ, 315^\circ]$ 时最大衰光率可达到 $2\varepsilon^4$.

关键词: 偏振片, 光衰减, 马吕斯定律, 琼斯矩阵

PACC: 4225J, 4278F, 4280K

1. 引 言

随着现代的红外模拟以及探测技术的不断发展, 对设备仿真能力的要求越来越高. 系统的各类参数中, 出射光强度的变化范围往往成为设备仿真能力的一项重要指标. 本课题需实现对短、中红外光进行光强连续衰减控制, 最大衰减量级为 10^{-6} . 众所周知, 传统的滤光膜式渐变衰减器存在体积较大、衰减度不连续, 且控制精度较低等问题^[1-3], 在现代化的光电仿真设备中不宜采用. 而采用偏振片组合的形式组成渐变衰减器可显著提高光电仿真设备中的光学系统性能^[4-7]. 此前关于偏振片组合用作光束衰减的研究表明, 其控制精度较高, 但不能达到高量级衰减^[8,9]. 文献[8]提出, 采用基于偏振片的组合衰减装置衰光率只能达到 10^{-2} . 这样在偏振衰减装置中, 按照马吕斯定律计算衰光率显然存在误差, 尤其衰减到达一定量级时, 误差较大^[10,11]. 本文从实际偏振片的琼斯矩阵出发, 建立数学模型, 以求得实际偏振片在光束衰减时的透射光强函数, 为高量级的光能量衰减提供理论依据.

2. 实际偏振片的理论分析及透射光强表达式

理想偏振片只允许透光轴方向振动的线偏振

光完全透过, 而消光轴方向振动的线偏振光则被全部截住. 当两片偏振片透光轴夹角为 θ 时, 理想偏振片的琼斯矩阵为^[12,13]

$$\begin{bmatrix} \cos^2\theta & \frac{1}{2}\sin 2\theta \\ \frac{1}{2}\sin 2\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix}.$$

对于实际偏振片, 光束透射后, 消光轴有残余光线透过, 所得到的不是完全线偏振光, 而是部分偏振光. 因此, 即使此时两个偏振片的透光轴互相垂直, 透射光强也不为零. 定义 ε 为通过偏振片消光轴方向与透光轴方向电矢量的振幅之比.

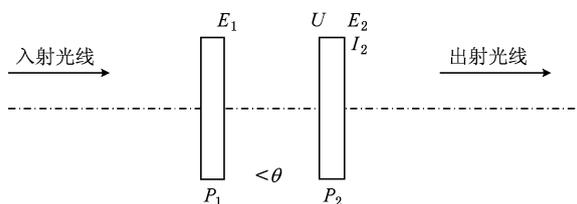


图 1 偏振衰减装置(偏振片 P_1, P_2 透光轴夹角为 θ . 光线经过 P_1, P_2 后的电矢量分别为 E_1, E_2 . U 为偏振衰减装置的琼斯矩阵. 从 P_2 出射的光强为 I_2)

偏振衰减装置如图 1. 利用琼斯矢量法分析非理想偏振片的衰光率. 设 P_1, P_2 的透光轴分别为 x_1, x_2 , 当 P_2 相对于 P_1 旋转 θ 角时, 建立如图 2 所示的电矢量示意图.

* 国家自然科学基金(批准号:10476010)资助的课题.

[†] E-mail: hqchen@mail.hust.edu.cn

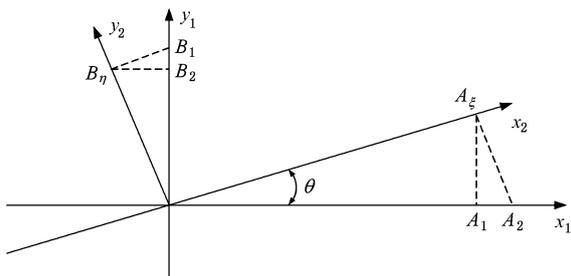


图2 相对旋转后的非理想偏振片的电矢量描述

取通过 P_1 的偏振光的电矢量为 $\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix}$, 根据图 2, 其两分量在 P_2 透光轴和消光轴上的投影 A_ξ, B_η 可以表示为

$$\begin{aligned} A_\xi &= A_1 \cos \theta + B_1 \sin \theta, \\ B_\eta &= (-A_1 \sin \theta + B_1 \cos \theta) \cdot \varepsilon. \end{aligned} \quad (1)$$

将这两个分量在 x_1, y_1 轴上再一次投影, 得到出射光的两个分量 A_2, B_2 , 可以表示为

$$\begin{aligned} A_2 &= A_\xi \cos \theta - B_\eta \sin \theta, \\ B_2 &= A_\xi \sin \theta + B_\eta \cos \theta. \end{aligned} \quad (2)$$

由(1),(2)式得到

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\varepsilon \sin \theta & \varepsilon \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} \\ &= U \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

式中 U 即 P_1, P_2 透光轴夹角为 θ 时非理想偏振片的琼斯矩阵表达式

$$U = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta + \varepsilon \sin^2 \theta & (1 - \varepsilon) \sin \theta \cos \theta \\ (1 - \varepsilon) \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta + \varepsilon \cos^2 \theta \end{bmatrix}. \quad (4)$$

当偏振片振幅比为 ε 时, 令其透光方向振幅为 1, 通过 P_1 后的电矢量为^[14]

$$\mathbf{E}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \varepsilon \end{bmatrix}. \quad (5)$$

光束经过 P_2 后, 解得其琼斯矢量表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2 &= U \mathbf{E}_1 \\ &= \begin{bmatrix} \cos^2 \theta + \varepsilon \sin^2 \theta + \varepsilon (\cos \theta \sin \theta - \varepsilon \sin \theta \cos \theta) \\ (1 - \varepsilon) \cos \theta \sin \theta + \varepsilon (\sin^2 \theta + \varepsilon \cos^2 \theta) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6)$$

由(6)式可知, 该部分偏振光的光强可以表示为关于夹角 θ 的函数. 对于不同 θ 值, 出射光强 I_2 可以表示为^[15]

$$I_2 = |\mathbf{E}_2|^2$$

$$\begin{aligned} &= (\cos^2 \theta + 2\varepsilon \cos \theta \sin \theta + 2\varepsilon^2 \sin^2 \theta \\ &\quad - 2\varepsilon^3 \cos \theta \sin \theta + \varepsilon^4 \cos^2 \theta), \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式即光束通过两片偏振片后的光强表达式.

3. 对两片实际偏振片透射光强表达式的讨论分析

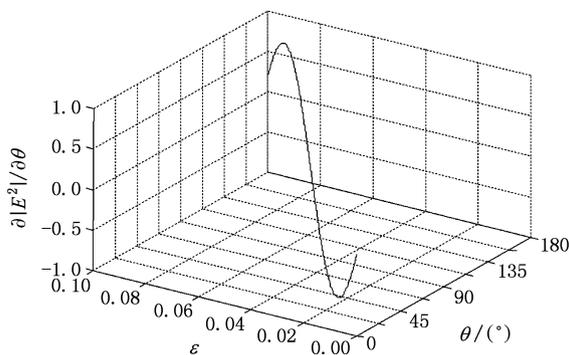
3.1. 当 ε 为定值时的衰光率

I_2 是一个关于 ε 和 θ 的二元函数. 对 I_2 求关于 θ 的偏导数, $\frac{\partial I_2}{\partial \theta} = \frac{\partial |\mathbf{E}_2|^2}{\partial \theta}$, 对于 $\varepsilon \in [\sqrt{10^{-5}}, 10^{-1}]$,

作出 $\frac{\partial |\mathbf{E}_2|^2}{\partial \theta}$ 关于 ε 和 θ 的曲线, 如图 3. 可以看到,

对于 $\varepsilon \in [\sqrt{10^{-5}}, 10^{-1}], \theta \in [0^\circ, 90^\circ], \frac{\partial |\mathbf{E}_2|^2}{\partial \theta} < 0;$

$\theta \in [90^\circ, 180^\circ], \frac{\partial |\mathbf{E}_2|^2}{\partial \theta} > 0.$

图3 $\frac{\partial |\mathbf{E}_2|^2}{\partial \theta}$ 关于 θ, ε 的变化关系

当 ε 为任意值时, $|\mathbf{E}_2|^2$ 随 θ 在 $0 - \frac{\pi}{2}$ 内增大而单调递减. 当 $\theta = 0, |\mathbf{E}_2|^2$ 取最大值为 $1 + \varepsilon^4$, 令 $I_0 = 1 + \varepsilon^4$. 所以(7)式可以改写成

$$\begin{aligned} I_2 &= |\mathbf{E}_2|^2 \\ &= \frac{I_0}{1 + \varepsilon^4} (\cos^2 \theta + 2\varepsilon \cos \theta \sin \theta + 2\varepsilon^2 \sin^2 \theta \\ &\quad - 2\varepsilon^3 \cos \theta \sin \theta + \varepsilon^4 \cos^2 \theta). \end{aligned} \quad (7')$$

定义其衰光系数为

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{1 + \varepsilon^4} (\cos^2 \theta + 2\varepsilon \cos \theta \sin \theta \\ &\quad + 2\varepsilon^2 \sin^2 \theta - 2\varepsilon^3 \cos \theta \sin \theta \\ &\quad + \varepsilon^4 \cos^2 \theta). \end{aligned} \quad (8)$$

当偏振片理想,即 $\varepsilon = 0$ 时, I_2 与 I_0 的关系即为马吕斯定律

$$I_2 = I_0 \cos^2 \theta. \quad (9)$$

作出 $\varepsilon = \sqrt{10^{-5}}$ 时 p 的曲线,如图 4 所示.

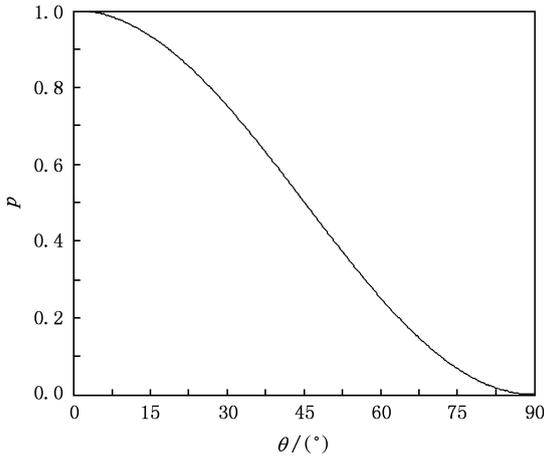


图 4 $\varepsilon = \sqrt{10^{-5}}$ 时偏振片的衰光系数曲线

衰光率随 ε 单调递减, $\theta = \pi/2$ 时, 得出不同的偏振片的最小衰光率表达式

$$p_{\min} = \frac{2\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^4}. \quad (10)$$

由于 $\varepsilon^4 \ll \varepsilon^2 \ll 1$, 可认为

$$p_{\min} \approx 2\varepsilon^2. \quad (11)$$

所以偏振片衰光率最小值的数量级同 ε^2 的数量级.

3.2. 实际衰光率与马吕斯定律表达式的误差

当 $\varepsilon = 0, \theta = \pi/2$ 时, $p = 0$, 通过偏振片的光强可以衰减到 0. $\varepsilon \neq 0$ 时, 偏振片的衰光系数与马吕斯定律描述的衰光率误差值可用下式计算:

$$\sigma = \frac{p - \cos^2 \theta}{p}. \quad (12)$$

取 $\varepsilon = \sqrt{10^{-5}}$, θ 与 σ 的关系曲线如图 5 所示. 可看出, 在光轴夹角很小时, 误差不明显, 光轴夹角大时, 误差很大甚至可达数十倍. 在 86.5° 后, 误差大于 10%, 此时的实际衰光量为 10^3 . 衰光量级继续增加即 θ 增大时, 相对误差将越来越大.

图 6 是 $\theta = 86.5^\circ$, 衰光系数误差 σ 与 ε 的关系曲线, 曲线表明: ε 越大, 马吕斯定律描述的衰光系数数值与实际衰光系数偏差值越大. 由此可以认为 (7') 式可作为马吕斯定律实际运用时的修正表达式.

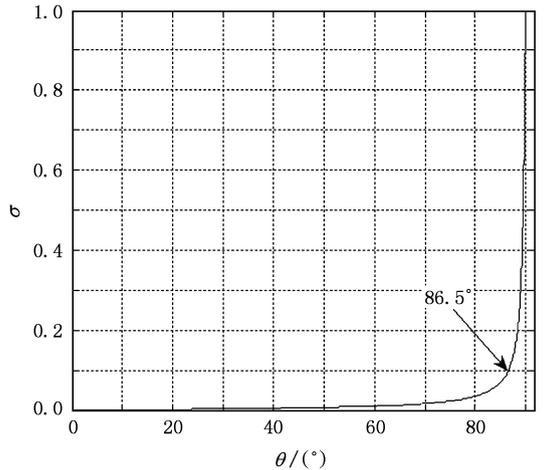


图 5 马吕斯定律表达的衰光系数与偏振片实际衰光系数之间的相对误差

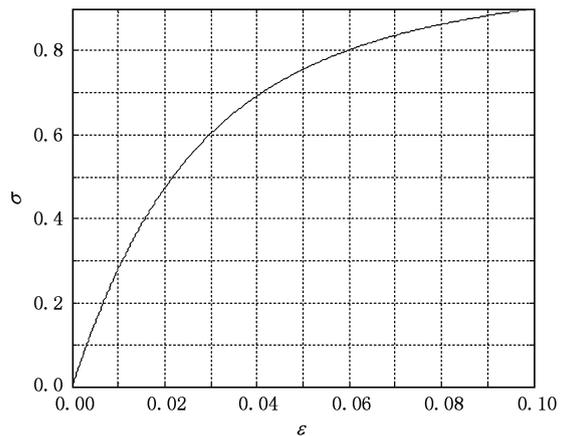


图 6 $\theta = 86.5^\circ$, 衰光系数误差与偏振片振幅比 ε 的关系

4. 三偏振片组合装置的衰光率分析

在两片实际偏振片组成的衰减装置中, P_2 处理的是部分偏振光, 由于其不完全消光, 输出的仍是部分偏振光. 所以我们用三片偏振片进一步组合分析其衰光率.

根据图 4, P_1, P_2 的最小透过光强是在其光轴夹角为 90° 时, 我们考虑此时衰光率随 θ_2 变化的情况. 将 $\theta_1 = 90^\circ$ 代入 (6) 式, 此时 P_2 透过的电矢量为

$$E_2(90^\circ, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \varepsilon \end{bmatrix}. \quad (13)$$

将其与推得的琼斯矩阵 U 相乘, 并求模平方, 得到此时的出射光强 $I_3(90^\circ, \theta_2, \varepsilon)$ 表达式

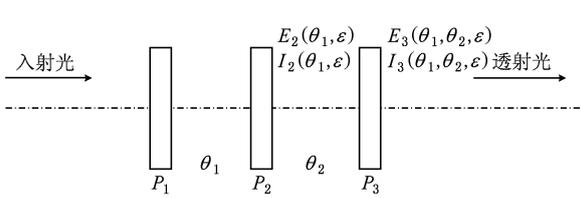


图 7 三偏振片组合图示(透过 P_2, P_3 的光波电矢量分别为 $E_2(\theta_1, \epsilon), E_3(\theta_1, \theta_2, \epsilon)$, 光强分别为 $I_2(\theta_1, \epsilon), I_3(\theta_1, \theta_2, \epsilon)$)

$$I_3(90^\circ, \theta_2, \epsilon) = |E_3(90^\circ, \theta_2, \epsilon)|^2 = [(\epsilon \cos^2 \theta_2 + \epsilon^2 \sin^2 \theta_2) + (\epsilon \cos \theta_2 \sin \theta_2 - \epsilon^2 \cos \theta_2 \sin \theta_2)]^2 + [(\epsilon \cos \theta_2 \sin \theta_2 - \epsilon^2 \cos \theta_2 \sin \theta_2) + (\epsilon \sin^2 \theta_2 + \epsilon^2 \cos^2 \theta_2)]^2. \quad (14)$$

取 $\epsilon = \sqrt{10^{-5}}$, 作出此时光强关于 θ_2 的曲线, 如图 8 所示.

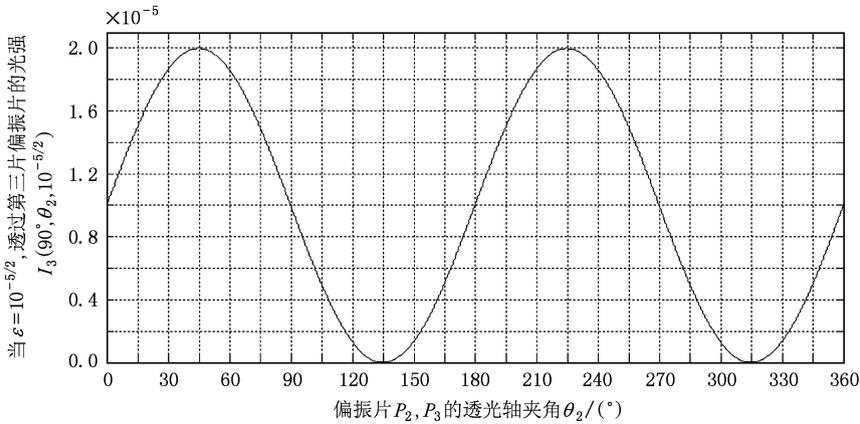


图 8 $\epsilon = \sqrt{10^{-5}}, \theta_1 = 90^\circ$, 三偏振片的光强随 θ_2 的变化关系

P_2 出射的光线是正交方向上电矢量振幅相等的部分偏振光, 由图 8 可看到, 当 $\theta_2 \in [0, 90^\circ]$ 内, 光强在 1×10^{-5} 至 2×10^{-5} 之间变化, 衰减量级并没有改变, $\theta_2 = 45^\circ$ 时光强最大. 当 $\theta_2 = 135^\circ$, 光强可以下降至 10^{-10} 量级. 最大与最小值相差了 5 个量级. 在 $[0^\circ, 360^\circ]$ 范围内, 光强有两个峰值和两个谷值, 其中峰值为 $2\epsilon^2$, 谷值为 $2\epsilon^4$.

三偏振片的最大透射光强是在三透光轴平行时, 此时的光强为

$$I_3(0^\circ, 0^\circ, \epsilon) = 1 + \epsilon^6. \quad (15)$$

三偏振片组的衰光系数最小值为

$$p_{3\min} = \frac{2\epsilon^4}{1 + \epsilon^6} \approx 2\epsilon^4. \quad (16)$$

5. 偏振片组合衰减器实验

5.1. 实际偏振片衰光系数表达式验证

我们进行实验验证实际偏振片的衰光系数表达式(8). 选择 $\epsilon = \sqrt{10^{-5}}$ 的线偏振片, 厚度为 2 mm, 口径为 $\Phi 20$ mm, 透光轴透过率达到 99%.

实验装置采用电机带动齿轮控制偏振片的旋转, 在旋转 90° 范围内, 电机旋转的步数可划分为

4375 步.

实验使用波长 1064 nm 的红外激光光源, 以及辐照度测量仪. 测量仪的测量动态范围为 6 个数量级, 测量不确定度 $\leq 1\%$. 使光源出射的光通过衰减器, 电机控制两片偏振片相对旋转, 测定最大透射光强和不同 θ 值对应的透射光强. 通过计算可得到衰减器的衰光系数值. 测量结果与理论曲线如图 9 所示. 实测值与理论值的偏差在 1% 以内, 与理论计

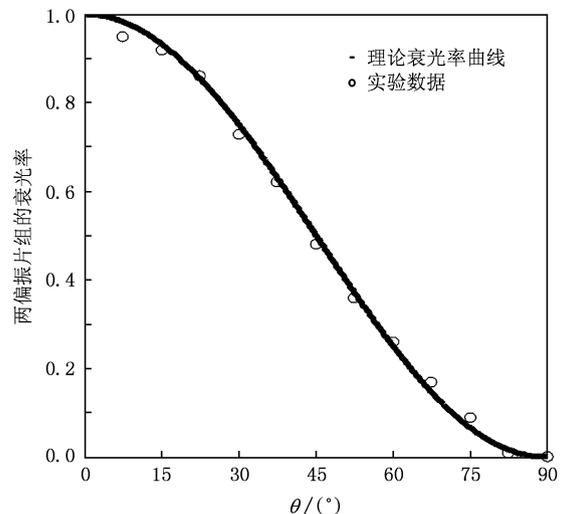


图 9 衰减装置衰光率的理论曲线与实验数据

算式(8)符合较好.

偏振片的透光轴透过率是影响实验精确度的主要因素,在低光强时表现得比较明显,实验值略小于理论值.由于该偏振片透光轴透过率达到99%,所引起的整体光强偏差并不大,在0.5%内.极低光强时实验值与理论值差异不大.实验数据显示,当 $\theta = 90^\circ$,衰光率值 2.067×10^{-5} .与(8)式计算所得的理论值基本一致.

5.2. 三偏振片的组合衰减实验

根据上节分析,采用三偏振片可以达到 ε^4 量级

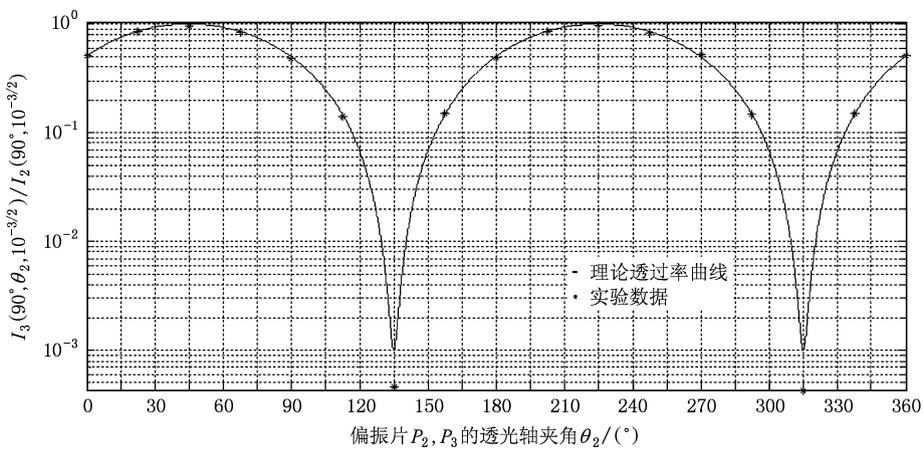


图10 $\theta_1 = 90^\circ$,三偏振片组合衰减器的透过率实验数据与理论曲线比较

三偏振片的衰减装置可在 $[\theta_1, \theta_2] = [90^\circ, 135^\circ]$ 和 $[90^\circ, 315^\circ]$ 时达到 ε^4 量级衰减,各关键值的透过率与理论分析一致. $\theta_2 \in [45^\circ, 135^\circ]$ 时,可实现衰光率从 10^{-3} — 10^{-6} 连续单调地变化.

偏振片衰减装置在实际的应用中,应考虑到极低透过率的光吸收问题.虽然在实验中采用 $\varepsilon = \sqrt{10^{-3}}$ 的偏振片组达到 1 — 10^{-6} 连续衰减,在透过率很低的情况下即 $\theta_2 = 135^\circ$ 附近,光强变化的精确度很难控制.所以当需要实现的衰减量级为 10^{-6} 时,应尽量选择 $\varepsilon < \sqrt{10^{-3}}$ 的三片偏振片组合,使其在 $\theta_2 = 135^\circ$ 之前达到衰减要求.

三偏振片的组合衰减装置的其余衰减变化形式的理论和实验分析工作将继续展开,结果日后撰

的衰减.考虑到辐射探测器的探测范围,我们选用 $\varepsilon = \sqrt{10^{-3}}$ 的偏振片组成衰减器进行实验.初始时令 $\theta_1 = 90^\circ$,测量此时透过 P_2 的光强 $I_2(90^\circ, 10^{-3/2})$.电机控制第三片偏振片的旋转,使 θ_2 在 0° — 360° 之间变化,每隔 22.5° 测量光强 $I_3(90^\circ, \theta_2, 10^{3/2})$,并计算相对于 $I_2(90^\circ, 10^{-3/2})$ 的透过率值,与理论曲线比较,如图10所示.

实验数据表明,当 θ_2 为 45° 和 225° 时,透过率取得峰值,当 θ_2 为 135° 和 315° 时,透过率取得谷值.峰值的透过率近于1,谷值与峰值的比约为 10^{-3} .从而衰减装置的衰光率达到 10^{-6} 量级,说明

文报道.

6. 结 论

本文在深入分析偏振片组合衰减装置的原理同时,通过琼斯矢量法推导实际偏振片的琼斯矩阵,并由此推导出两片偏振片衰减装置的衰光系数表达式.理论分析和实验数据表明,该式在高衰减量级的偏振片衰减装置中的衰光描述优于马吕斯定律,两片偏振片最高衰光系数为 $2\varepsilon^2$.三片偏振片可以达到高于该量级的衰减,实验证明,此时最高衰光系数达到 ε^4 的量级.本文中的理论和实验结果可推广到光衰减范围较高的光电仪器中.

- [3] Li Y T , Chen Y Y 2005 *Opt. Eng.* **44** 064602
- [4] Do-Hoon Kwon , Werner D H 2008 *Opt. Express* **16** 18731
- [5] Xu F Y , Jiang A M 1998 *Optics & Laser Technology* **30** 133
- [6] Zhou G Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4711 (in Chinese) [周国泉 2005 物理学报 **54** 4711]
- [7] Ma J , Zhang G Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 24 (in Chinese) [马晶、张光宇 2006 物理学报 **55** 24]
- [8] Cai X J , Xu F M 1999 *Chinese Laser* **26** 47 [蔡希洁、许发明 1999 中国激光 **26** 47]
- [9] Huang Z M , Chu J h 1989 *Appl. Opt.* **39** 6391
- [10] Mielenz K D , Eckerle K L 1972 *Appl. Opt.* **11** 594
- [11] Jian X H , Zhang L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2286 (in Chinese) [简小华、张淳民 2009 物理学报 **58** 2286]
- [12] Yu D Y , Tan H Y 2003 *Engineering Optics* (Beijing: China Machine Press) p342 (in Chinese) [郁道银、谈恒英 2003 工程光学 (北京:机械工业出版社) 第 342 页]
- [13] Chen Z Z , Jia C Y 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2603
- [14] Fu W Y , Ma S Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1271 (in Chinese) [付文羽、马书懿 2008 物理学报 **57** 1271]
- [15] Lv N G 2006 *Fourier Optics* (Beijing: China Machine Press) p66 (in Chinese) [吕乃光 2006 傅里叶光学 (北京:机械工业出版社) 第 66 页]

Light attenuation coefficient of polarization attenuator at high attenuation level*

Huang Chong Chen Hai-Qing[†] Liao Zhao-Shu Zhao Shuang

(College of Optoelectronic Science and Engineering , Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

(Received 9 April 2009; revised manuscript received 19 June 2009)

Abstract

By use of the Jones vector we deduced the Jones matrix of actual polarizer and light transmission expression, as well as the light attenuation coefficient (LAC) of two polarizers. According to computation, certain error exists when using Malus-Law to calculate polarizer's light attenuation ratio at high attenuation level. So the deduced LAC expression can be considered as a correction to Malus-Law. We get the maximum light attenuation ratio $2\varepsilon^2$ of two polarizers and light transmission expression about θ_2 of three polarizers. Both the expression and experimental data indicate that the maximum light attenuation ratio can reach $2\varepsilon^4$ when $[\theta_1, \theta_2] = [90^\circ, 135^\circ]$ or $[90^\circ, 315^\circ]$.

Keywords: polarizer, light attenuation, Malus-law, Jones matrix

PACC: 4225J, 4278F, 4280K

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10476010).

[†] E-mail: hqchen@mail.hust.edu.cn