

单量子点在连续外场激发下发射 光子性质的理论研究*

彭勇刚¹⁾ 张西忠²⁾ 张兆玉³⁾ 郑雨军^{1)†}

1) (山东大学物理学院, 济南 250100)

2) (济宁职业技术学院计算机系, 济宁 272000)

3) (青岛农业大学建筑工程学院, 青岛 266109)

(2009 年 5 月 15 日收到; 2009 年 6 月 19 日收到修改稿)

用最近所发展的产生函数 (generating function) 理论方法研究了单量子点在连续外场作用下光子发射的性质: 光子发射强度, Mandel Q 参数以及 X 与 Y 偏振光子之间的关联 $\langle N_x N_y \rangle$ 在不同激发场强下随激发光场偏振方向的变化性质: 在弱场激发下, 激发场的强度决定了发射光子的特性; 在强光场激发下, 发射光子, Mandel Q 参数和 X 偏振以及 Y 偏振光子的关联 $\langle N_x N_y \rangle$ 都表现出比较复杂的非线性现象.

关键词: 量子点, 三能级体系, 产生函数

PACC: 4250, 3280

1. 引 言

量子点是一种其载流子在三维空间上都受到限制的纳米结构, 它具有和原子相似的分立的能级结构, 并且可以通过控制其大小、形状等调节其能级结构^[1]. 因此, 量子点也被称为“人造原子”. 分立的能级结构有助于通过选取几个量子态进行量子编码, 从而形成量子比特. 并且, 可以通过施加光场对量子态或量子比特进行操纵, 如, 可以用一个 π 脉冲实现量子点从基态到激发态的转化^[2-4]. Li 等人用 π 脉冲操纵 $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}/\text{GaAs}$ 量子点中的基态、单激子态和双激子态构成的纠缠态, 实现了可控制旋转门 (controlled rotation gate)^[5]; 也可以通过脉冲位相的裁剪实现对量子态的操控^[6,7]. 由于单光子源和纠缠双光子源在量子计算和量子通信中占有重要的地位, 所以作为少光子发射源的量子点也备受关注. 最近的研究表明量子点可以作为一个高效的少光子发射源^[8-11], 利用外加激光场调控可以实现单光子的发射.

在本文的研究中, 用最近发展的产生函数

(generating function) 理论方法^[12-20] 研究单量子点系统发射 X 和 Y 偏振光子的性质: 外加激光场的偏振方向对系统发射 X 和 Y 偏振光子的影响; 发射 X 和 Y 偏振光子零光子, 单光子以及双光子的概率以及光子发射等待时间分布等.

2. 基本理论

近来对量子点的研究表明: 由于量子点中第一激发态存在微小能量劈裂形成一个近简并的二能级 $|X\rangle$ 和 $|Y\rangle$, 它们和基态 $|G\rangle$ 一起构成一个 V 形的三能级体系 (如, $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}/\text{GaAs}$, InAs)^[6,7,21], 并且该系统具有两个垂直的电偶极矩 μ_x 和 μ_y . 在下面的研究中假设 $\mu_x = \mu_y = \mu$; 激发态 $|X\rangle$ 和 $|Y\rangle$ 之间的直接电偶极矩跃迁是禁止的.

在没有外场的情况下, 量子点三能级体系的哈密顿量可以表示为

$$H = \sum_{n=1}^3 \hbar\omega_n |n\rangle\langle n|, \quad (1)$$

其中 $n = G, X, Y$ 分别表示量子点系统的基态 $|G\rangle$, 和两个近简并激发态 $|X\rangle$ 和 $|Y\rangle$. 在本文中, 我们用

* 国家自然科学基金 (批准号: 10674083, 10874102), 国家重点基础研究发展计划项目 (批准号: 2009CB929404), 高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 200804220004) 资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: yzheng@sdu.edu.cn

经典的连续激光场

$$E(t) = E_0 \cos(\omega_L t). \quad (2)$$

在偶极近似下,激光场和系统的相互作用可以表示为

$$V = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}(t) \equiv \hbar \Omega \cos(\omega_L t), \quad (3)$$

其中 $\Omega = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}_0 / \hbar$ 是系统(总)的 Rabi 频率, $\Omega_x = \Omega \sin\theta$, $\Omega_y = \Omega \cos\theta$ 分别是外场激发 $|X\rangle$, $|Y\rangle$ 态的 Rabi 频率, θ 是外加激光场偏振方向与电偶极矩 $\boldsymbol{\mu}$ 的夹角. 系统的密度矩阵方程满足刘维尼曼方程^[22,23],

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H, \rho], \quad (4)$$

因此我们可以直接计算密度矩阵随时间的演化. 但是,为了获得量子点系统光子发射的有关信息,我们定义产生函数

$$G = \sum_{n,m} \rho^{(n+m)}(XY) s_x^n s_y^m, \quad (5)$$

这里参数 s_x 和 s_y 称为计数参数,用来标记不同偏振的光子, $\rho^{(n+m)}(XY)$ 表示系统发射 n 个 X 偏振光子和 m 个 Y 偏振光子所对应的密度矩阵. 应用文献[12,16,17]中的方法,可以得到量子点三能级体系的产生函数满足如下方程^[17]:

$$\begin{aligned} \dot{G}_{gg} &= -\frac{i}{2} \{ \Omega_x G_{xg} + \Omega_y G_{yg} \} \\ &\quad + \frac{i}{2} \{ \Omega_x G_{gx} + \Omega_y G_{gy} \} \\ &\quad + 2\gamma_x s_x G_{xx} + 2\gamma_y s_y G_{yy}, \\ \dot{G}_{xx} &= -\frac{i}{2} \Omega_x G_{gx} + \frac{i}{2} \Omega_x G_{xg} - 2\gamma_x G_{xx}, \\ \dot{G}_{yy} &= -\frac{i}{2} \Omega_y G_{gy} + \frac{i}{2} \Omega_y G_{yg} - 2\gamma_y G_{yy}, \\ \dot{G}_{gx} &= -i(\omega_{gx} + \omega_L) G_{gx} \\ &\quad - \frac{i}{2} \{ \Omega_x G_{xx} + \Omega_y G_{yx} \} \\ &\quad + \frac{i}{2} \Omega_x G_{gg} - \gamma_x G_{gx}, \\ \dot{G}_{gy} &= -i(\omega_{gy} + \omega_L) G_{gy} \\ &\quad - \frac{i}{2} \{ \Omega_x G_{xg} + \Omega_y G_{yy} \} \\ &\quad + \frac{i}{2} \Omega_y G_{gg} - \gamma_y G_{gy}, \\ \dot{G}_{xy} &= -i\omega_{xy} - \frac{i}{2} \Omega_x G_{gy} \\ &\quad + \frac{i}{2} \Omega_y G_{xg} - \gamma_x G_{xy} - \gamma_y G_{xy}, \end{aligned} \quad (6)$$

这里我们已经考虑了辐射场导致的系统的自发辐射. 其中 γ_x 是 $|X\rangle$ 态的自发辐射速率, γ_y 是 $|Y\rangle$ 态的自发辐射速率.

可以引入函数

$$Y(s_x, s_y, t) = \sum_i^3 G_{ii}(s_x, s_y, t), \quad (7)$$

则,我们可以通过函数 $Y(s_x, s_y, t)$ 抽取系统发射 X 和 Y 偏振光子平均数以及高阶量, Mandel Q 参数, 发射光子的概率等有关物理量. 如,

量子点体系发射光子平均数为

$$\begin{aligned} \langle N_x^{(n)} \rangle &= \left\langle \prod_{i=1}^n (N_x - i + 1) \right\rangle \\ &= \frac{\partial^n Y(s_x, s_y, t)}{\partial s_x^n} \Big|_{s_x=1, s_y=1}, \\ \langle N_y^{(n)} \rangle &= \left\langle \prod_{i=1}^n (N_y - i + 1) \right\rangle \\ &= \frac{\partial^n Y(s_x, s_y, t)}{\partial s_y^n} \Big|_{s_x=1, s_y=1}. \end{aligned} \quad (8)$$

因而, Mandel Q 参数可以表示为

$$\begin{aligned} Q_x &= \frac{\langle N_x^{(2)} \rangle - \langle N_x \rangle^2}{\langle N_x \rangle}, \\ Q_y &= \frac{\langle N_y^{(2)} \rangle - \langle N_y \rangle^2}{\langle N_y \rangle}. \end{aligned} \quad (9)$$

不同偏振光子之间的关联为

$$\langle N_x^{(n)} N_y^{(m)} \rangle = \frac{\partial^{n+m} Y(s_x, s_y, t)}{\partial s_x^n \partial s_y^m} \Big|_{s_x=1, s_y=1}. \quad (10)$$

另外,系统发射光子的联合概率分布为

$$P_{nm}(XY) = \frac{1}{n!m!} \frac{\partial^{n+m} Y(s_x, s_y, t)}{\partial s_x^n \partial s_y^m} \Big|_{s_x=0, s_y=0}, \quad (11)$$

以及边缘概率分布可以表示为

$$\begin{aligned} P_n(X) &= \frac{1}{n!} \frac{\partial^n Y(s_x, s_y, t)}{\partial s_x^n} \Big|_{s_x=0, s_y=1}, \\ P_n(Y) &= \frac{1}{n!} \frac{\partial^n Y(s_x, s_y, t)}{\partial s_y^n} \Big|_{s_x=1, s_y=0}. \end{aligned} \quad (12)$$

量子点体系发射光子(总的)等待时间和发射 X, Y 偏振光子的等待时间分布可以分别表示为

$$\begin{aligned} f(t) &= -\frac{dP_{00}(XY)(t)}{dt}, \\ f_x(t) &= -\frac{dP_0(X)(t)}{dt}, \\ f_y(t) &= -\frac{dP_0(Y)(t)}{dt}. \end{aligned} \quad (13)$$

3. 结果及讨论

我们考虑最近受到关注的自组织量子点 InAs^[21] 体系, 研究在连续激光场作用下量子点体系发射光子概率及等待时间分布等. 在我们的具体数值计算中, 我们取自发辐射速率 $\gamma_x = 4, \gamma_y = 1$ 及激发态之间的能量劈裂 $\delta\omega = 25$, 即我们取 γ_y 为单位. 这些参数大体上描述了量子点 InAs 体系的特点^[21].

图 1 给出了系统发射 X 和 Y 偏振光的强度和相应的 Mandel Q 参数以及 X 和 Y 偏振光子之间的相关函数 $\langle N_x N_y \rangle$ 随入射光场电场偏振方向与 μ_y 夹角 θ 的变化关系. 第一行是发射 X 和 Y 偏振光子的强度, 其中实线表示 X 偏振光子的强度, 虚线表示的是 Y 偏振光子的强度. 第二行是相应的 Mandel Q 参数, 实线和虚线分别表示 X 和 Y 偏振光子对应的

Mandel Q 参数, 第三行表示 X 和 Y 偏振光子之间的关联 $\langle N_x N_y \rangle$ 随 θ 的变化关系. 第一列表示入射光强为弱场 $\Omega = 1$ 的情况, 第二列表示入射光强为 $\Omega = 20$ 的情况, 第三列表示入射光强为 $\Omega = 40$ 的情况. 从图 1 第一列, 我们可以看到发射光子强度随入射光场偏振方向与 μ_y 的夹角 θ 成正弦或余弦变化关系, 这是因为在 $\Omega = 1$ 时, 系统发射 X (Y) 偏振光子的数目和入射光场强度 Ω_x (Ω_y) 成正比关系, 即 $\langle N_x \rangle \propto \Omega_x = \Omega \sin\theta, \langle N_y \rangle \propto \Omega_y = \Omega \cos\theta$. Mandel Q 参数在这种情况下也表现出了规则的正弦或余弦行为, 并且在整个范围内都大于零, 即在整个过程中系统发射的光子都呈现出聚束效应. $\langle N_x N_y \rangle$ 在稳态情况下和 $\langle N_x \rangle \langle N_y \rangle$ 表现出一致的行为特征: 随激光场偏振方向成正弦或余弦变化, 即在这种情况下 Ω_x 和 Ω_y 决定了 X 和 Y 偏振光子随入射光场偏振方向的行为. 随着入射场强的增加, $\langle N_x \rangle$ 和 $\langle N_y \rangle$ 不再随 Ω_x 和 Ω_y 线性增加, 而是出现了饱和效应. 从图中我

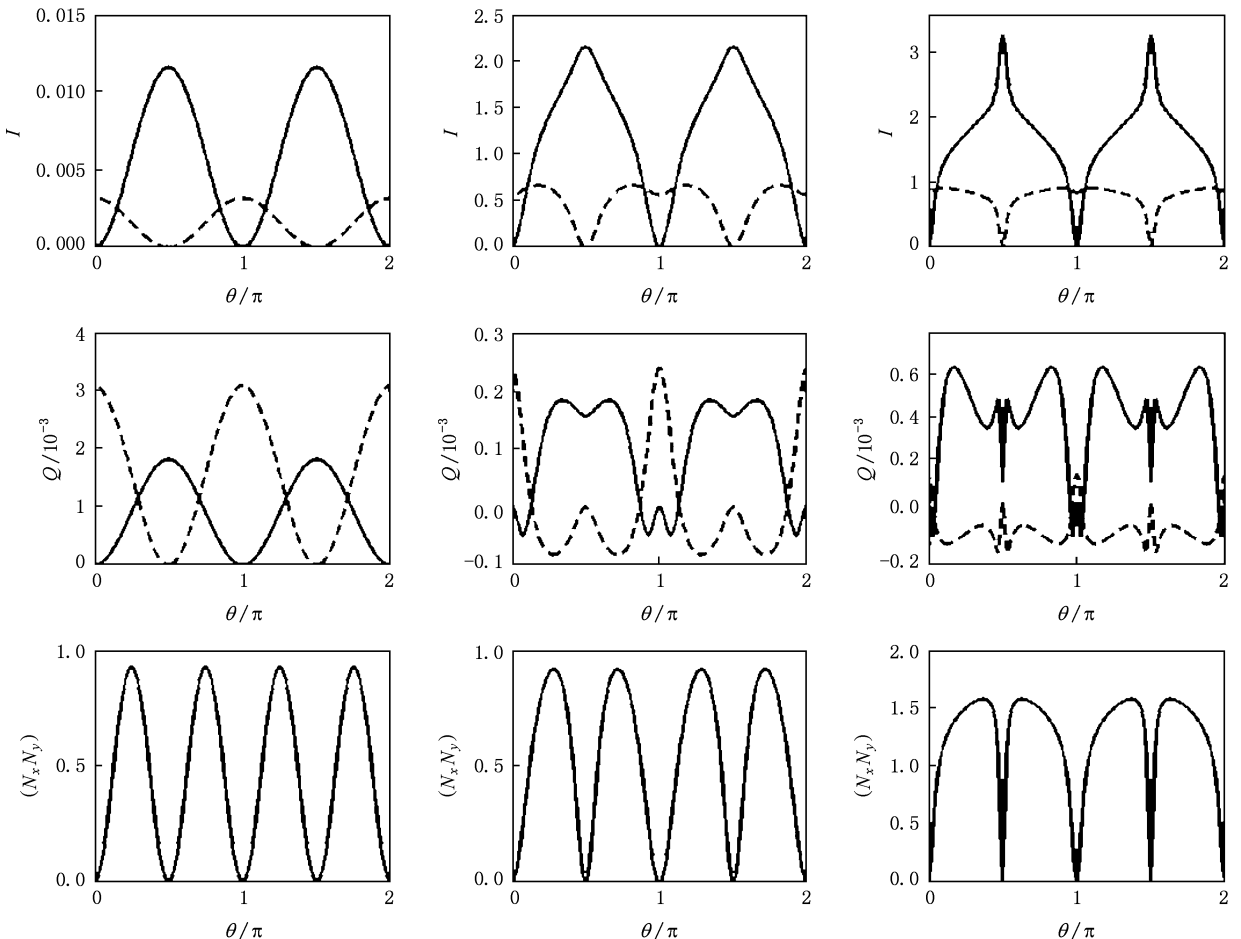


图 1 不同偏振光子发射光强及对应的 Mandel Q 参数以及不同光子之间的相关函数 $\langle N_x N_y \rangle$ 随入射光场电场偏振方向与 μ_y 夹角 (θ) 的变化关系 (体系发自发辐射速率 $\gamma_y = 1, \gamma_x = 4$, 能量劈裂 $\delta\omega = 25$, 失谐频率 $\Delta = \omega_L - \omega_{sg} = \delta\omega/2$, 第一, 二, 三列对应的 Rabi 频率分别是 $\Omega = 1, \Omega = 20, \Omega = 40$)

们可以看到(第二列,第三列)量子点发射光子强度已经不再是正弦或余弦的变化关系,而是在入射光场的偏振方向和 X 偏振平行的时候 X 偏振光子发射光强比较强.但是,当入射光场的偏振方向和 Y 偏振平行的时候 Y 偏振光子并没有表现出比较强烈的发射现象,而是表现出相对较弱的发射现象.这是由于 $|Y\rangle$ 态的自发辐射速率比 $|X\rangle$ 态的自发辐射速率弱,在弱的自发辐射态更容易形成 Rabi 振荡,从而导致自发辐射的光子强度相对变弱. Mandel Q 参数表现出了 $Q < 0$ 的现象,并且在整个范围内基

本上满足 $Q_x Q_y < 0$,即在整个范围内,当 X 偏振光子表现为聚束效应的时候,Y 偏振光子就表现出反聚束效应,当 Y 偏振光子表现出聚束效应的时候,X 偏振光子就表现出反聚束效应.这就是说,我们可以通过调节入射激光场的偏振方向来控制系统发射 X 偏振和 Y 偏振光子的特性.在场强增大后,关联 $\langle N_x N_y \rangle$ 出现最大值的位置也发生了偏移,不再是在 $\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}$ 的位置.

图 2 给出了在不同激发光场强度下系统发射光

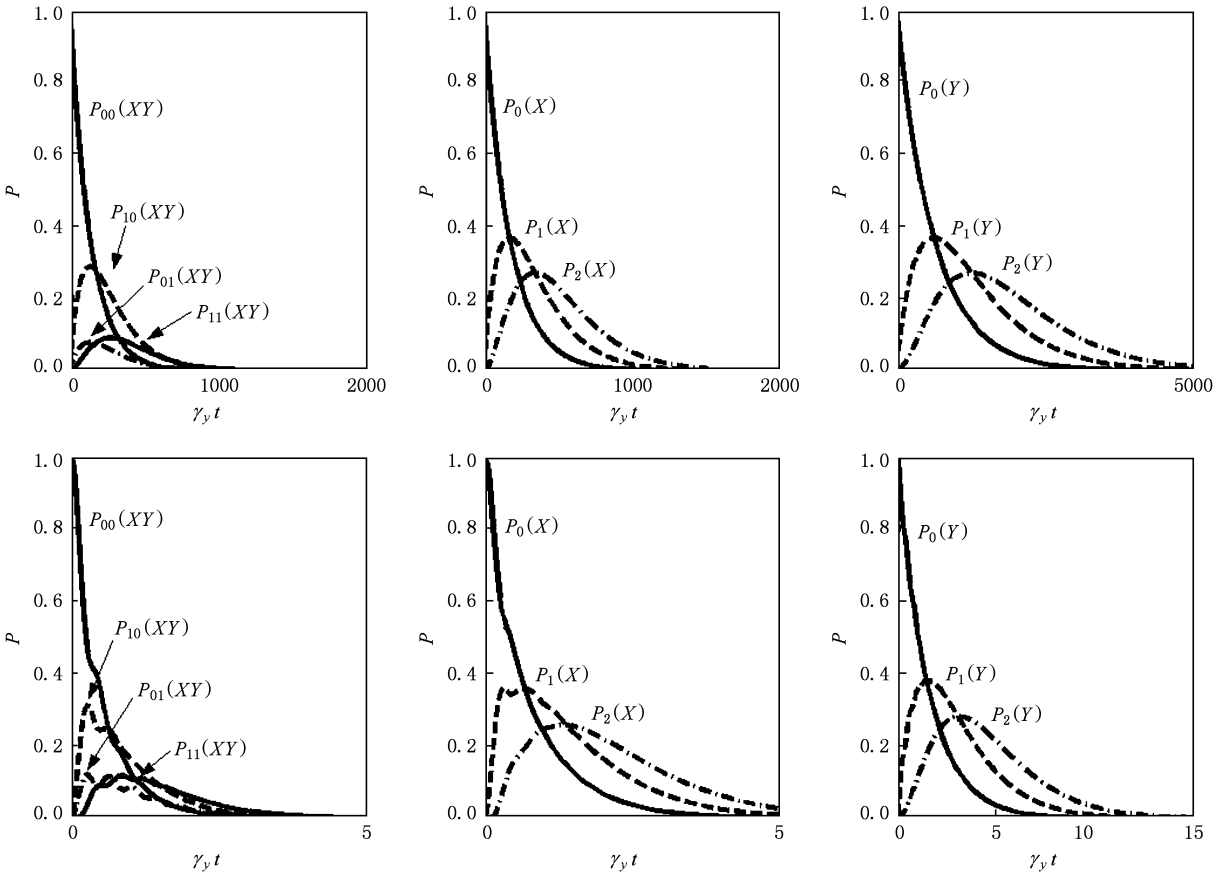


图 2 在不同激发场强度下系统发射光子的概率随时间的变化关系(第一,二行对应系统的 Rabi 频率为 $\Omega = 1, \Omega = 20$,其他参数同图 1)

子概率随时间的变化关系,其中第一行表示入射激光场强度为 $\Omega = 1$,第二行表示入射激光场强度为 $\Omega = 20$,第一列表示 X 偏振和 Y 偏振的联合概率分布,第二列表示 X 偏振光子的边缘概率分布,第三列表示 Y 偏振光子的边缘概率分布.从图中可以看出,在弱场情况下 $\Omega = 1$,X 和 Y 偏振光子的边缘概率分布和联合概率分布在到达最大值后,都表现出指数衰减的行为.随着外加场强度增加,X 和 Y 偏振光子的边缘概率分布和联合概率分布的衰减速

度变快,并且出现了振荡现象,这是由于在强场 $\Omega = 20$ 时,系统的 Rabi 振荡在边缘概率分布和联合概率分布中的反映.

图 3 给出了在不同光强下的等待时间分布情况,其中第一行表示入射激光场强度为 $\Omega = 1$,第二行表示入射激光场强度为 $\Omega = 20$,第三行表示入射激光场强度为 $\Omega = 40$,第一列表示系统发射光子总的等待时间分布,第二列表示系统发射 X 偏振光子的等待时间分布,第三列表示系统发射 Y 光子的等

待时间分布. 在入射激光场强度很弱 $\Omega = 1$ 时, 系统发射光子的等待时间分布随等待时间表现出缓慢衰减的振荡现象, 因为在弱场情况下, 系统有很长一段时间处于等待光子发射状态. 随着入射光场

的增强, 等待时间分布衰减速度变快, 表明系统在很短的时间内就开始发出光子. 随着入射光场的进一步增加, 等待时间分布表现出比较复杂的振荡现象.

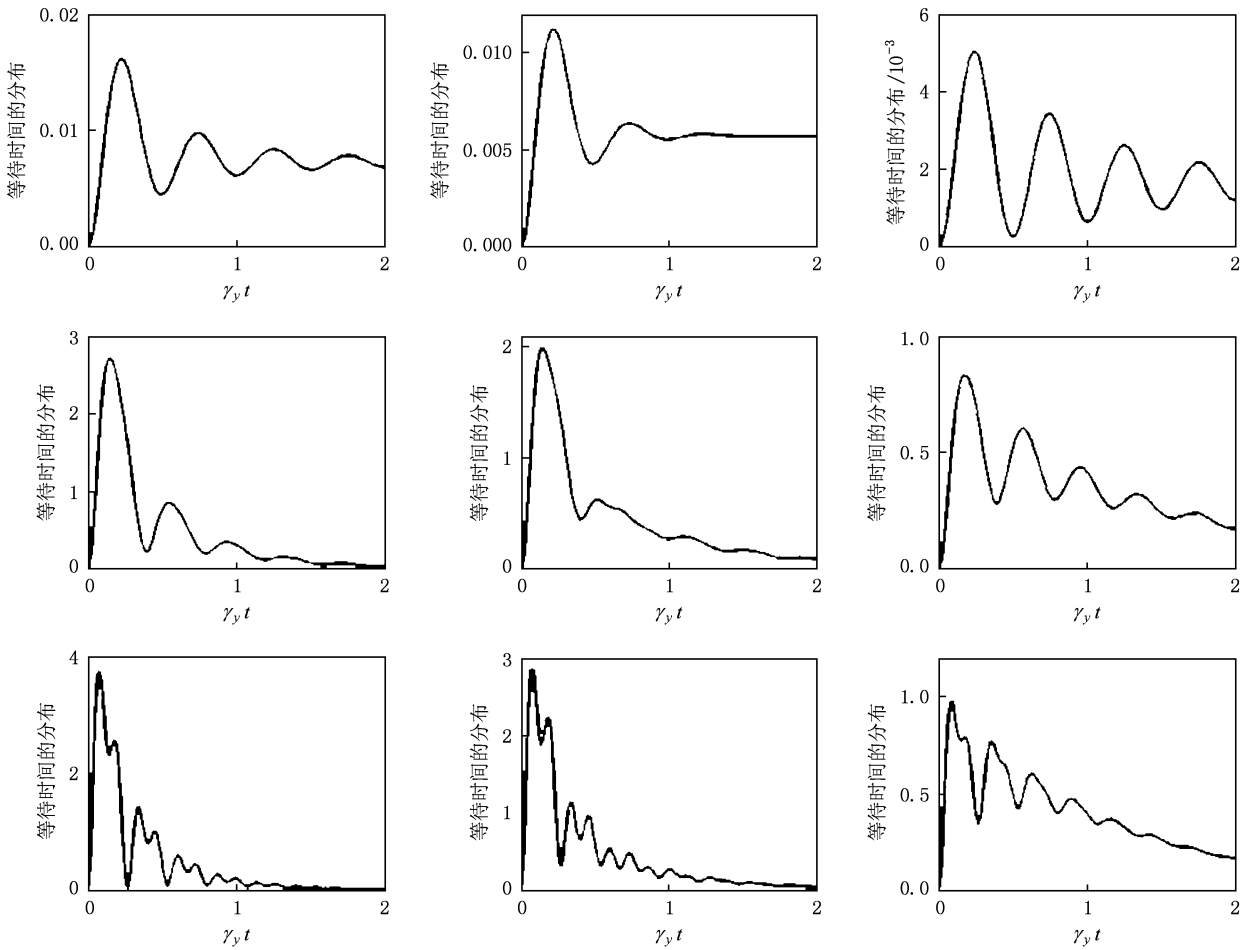


图3 在不同光强下的等待时间的分布(第一,二,三行对应的 Rabi 频率为 $\Omega = 1, \Omega = 20, \Omega = 40$, 其他的参数同图 1)

4. 结 论

通过研究发现, 外加光场的强度和偏振方向对

体系发射光子的偏振及强度有很大的影响, 我们可以通过调节外加光场的偏振方向和强度来控制系统发射光子的偏振方向和强度, 从而实现对量子体系发射光子的一种控制.

[1] Dong Q R, Niu Z C 2005 *Acta. Phys. Sin.* **54** 1794 (in Chinese) [董庆瑞、牛智川 2005 物理学报 **54** 1794]
 [2] Stievater T H, Li X, Steel D G, Gammon D, Park D, Piermarocchi C, Sham L J 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 133602
 [3] Htoon H, Takagahara T, Kulik D, Baklenor D, Holmes A L Jr, Shih C K 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 087401
 [4] Zrenner A, Beham E, Stuffer S, Findeis F, Bichler M, Abstreiter G 2002 *Nature* **418** 612

[5] Li X, Wu Y, Steel D, Gammon D, Stievater T H, Katzer D S, Park D, Piermarocchi C, Sham L J 2003 *Science* **301** 809
 [6] Bonadeo N H, Erland J, Gammon D, Park D, Katzer D S, Steel D G 1998 *Science* **282** 1473
 [7] Gammon D, Bonadeo N H, Chen G, Erland J, Steel G 2001 *Physica E* **9** 99
 [8] Ma H Q, Wang S M, Wu L A 2009 *Acta. Phys. Sin.* **58** 717 (in Chinese) [马海强、王素梅、吴令安 2009 物理学报]

- 58717]
- [9] Kim J, Benson D, Kan H, Yamamoto Y 1999 *Nature* **397** 500
- [10] Santori C, Fattal D, Vuckovic J, Solomon G S, Yamamoto Y 2002 *Nature* **419** 594
- [11] Santori C, Fattal D, Vuckovic J, Solomon G S, Yamamoto Y 2004 *New J. Phys.* **6** 89
- [12] Zheng Y, Brown F L H 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 238305
- [13] Zheng Y, Brown F L H 2003 *J. Chem. Phys.* **119** 11814
- [14] Zheng Y, Brown F L H 2004 *J. Chem. Phys.* **121** 3238
- [15] Zheng Y, Brown F L H 2004 *J. Chem. Phys.* **121** 7914
- [16] Peng Y, Zheng Y 2007 *J. Chem. Phys.* **126** 104303
- [17] Peng Y, Zheng Y 2008 *Appl. Phys. Lett.* **92** 092120
- [18] Brown F L H 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 028302
- [19] Brown F L H 2007 *Acc. Chem. Res.* **39** 363
- [20] Zheng Y J, Zhang Z Y, Zhang X Z 2009 *Acta. Phys. Sin.* **58** 8194 (in Chinese) [郑雨军、张兆玉、张西忠 2009 物理学报 **58** 8194]
- [21] Xu X, Sun B, Berman P R, Steel D G, Bracker A S, Gammon D, Sham L J 2008 *Science* **317** 929
- [22] Coher-Tannoudji C, Dupont-Roc J, Grynberg G 1992 *Atom-Photon Interactions* (New York: Wiley-Interscience)
- [23] Blum K 1981 *Density Matrix Theory and Applications* (New York: Plenum).

Photon emission of single quantum dot driven by continuous external field studied by using the generating function *

Peng Yong-Gang¹⁾ Zhang Xi-Zhong²⁾ Zhang Zhao-Yu³⁾ Zheng Yu-Jun^{1)†}

1) (School of Physics, Shandong University, Jinan 250100, China)

2) (Department of Computer Science, Jining Vocational Technology College, Jining 272000, China)

3) (College of Architectural Engineering, Qingdao Agricultural University, Qingdao 266109, China)

(Received 15 May 2009; revised manuscript received 19 June 2009)

Abstract

We studied the properties of the X - and Y - polarized photon emission from the single quantum dot system driven by external cw laser using the generating function approach developed recently. The results demonstrate that the X - and Y - polarized photon show sine or cosine behavior with the field direction in the weak field region. They show, however, stronger nonlinear behavior in the strong field region.

Keywords: quantum dot, three level system, generating function

PACC: 4250, 3280

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10674083, 10874102), the National Basic Research Program of China (Grant No. 2009CB929404). Partial Financial Supports From the Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (Grant No. 200804220004).

† Corresponding author. E-mail: yzheng@sdu.edu.cn