

基于 Talbot 效应的可调位相差二维六角位相阵列器的理论研究和数值模拟*

周 波¹⁾²⁾ 陈云琳^{1)†} 黎远安¹⁾ 李海伟¹⁾

1) (北京交通大学理学院, 北京 100044)

2) (南开大学物理科学学院, 天津 300071)

(2009 年 3 月 9 日收到; 2009 年 6 月 22 日收到修改稿)

系统研究了基于 Talbot 效应的光栅阵列器, 利用数值模拟方法开展了阵列器的理论研究, 对二维振幅型与固定位相差型阵列器进行了分析, 通过外加电场调制位相差可以很好的解决二维振幅型与固定位相差型阵列器后 z 处光强分布不可调节和工作易受温度影响的问题. 推导了外加电场调制位相差型阵列器实现均匀光强分布的理论模型, 并验证了 Paturz 等人的实验结果, 为此种新型阵列器的研究提供了基础.

关键词: Talbot 效应, 振幅型阵列器, 六角位相阵列器

PACC: 4265, 4280F, 4225F

1. 引 言

将入射光束分割成阵列微弱光束的器件称为阵列器, 它可以高速并行完成光学信息的处理, 实现光功率分配、多通道互连和微图形传输等功能, 在光通信, 光计算和光电混合等领域有着广泛的应用价值. 目前人们研究较多的是基于 Talbot 效应的光栅阵列器, Talbot 效应是一种无透镜自成像现象: 当一束光照射到一个有着周期透射系数的物体时, 就会在物体的后面一定距离处出现物体的像, Rayleigh^[1] 在 1881 年首先解释了这一现象, 之后人们又利用 Fourier 等分析方法对点光源和 Gauss 光束照射下光栅的 Talbot 效应进行了研究^[2-5]. 目前一维 Talbot 光栅研究已经比较成熟^[6-8], 本文研究的是二维 Talbot 光栅阵列器. 20 世纪末科学家在实验中观察到二维振幅型与固定位相差型光栅 Talbot 阵列器的 Talbot 像和分数 Talbot 像^[9-11], 本文推导建立了二维振幅阵列器的理论模型, 发现其存在 Talbot 像光强分布不可调节的问题, 很难实现光强均匀分布, 固定位相差型阵列器由于位相差固定, 同样存在上述问题, 且工作易受温度影响. 本文利

用数值模拟的方法建立二维六角位相光栅阵列器的理论模型, 在模型中添加了一个可以调制位相差的外加电场. 随着外加电场的调节, 位相差的变化引起了光栅后 z 处的光强分布函数的变化, 从而实现了调节光栅后 z 处的光强分布. 温度对阵列器的影响主要体现在对位相差的改变, 通过外加电场的调节, 可以消除温度对阵列器工作的影响. Paturzo 等人^[12] 利用具有优良光电特性的铌酸锂材料设计出六角位相光栅, 在实验中观察到了这一现象, 我们建立的理论模型, 很好地验证了 Paturzo 等人的实验结果.

2. 二维四边形与六角形振幅 Talbot 阵列器

2.1. 二维四边形振幅 Talbot 阵列器

图 1 是一个二维周期透射光栅, 其透射单元是长度为 a_1 、宽度为 a_2 的四边形. 这个二维四边形振幅阵列器在 x 方向和 y 方向的透射系数可以表示为^[13,14]

$$t_1(x) = \frac{1}{d_1} \left[\text{rect} \left(\frac{x}{a_1} \times \text{comb} \frac{x}{d_1} \right) \right]$$

* 国家自然科学基金 (批准号: 60878033), 北京交通大学人才基金 (批准号: 2008RC058), 国家高技术研究发展计划 (863) 项目 (批准号: 2006AA03Z423) 资助的课题.

† E-mail: ylchen@bjtu.edu.cn

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{x - nd_1}{a_1}\right), \\
 t_2(x) &= \frac{1}{d_2} \left[\text{rect}\left(\frac{y}{a_2}\right) \times \text{comb}\left(\frac{y}{d_2}\right) \right] \quad (1) \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{y - nd_2}{a_2}\right),
 \end{aligned}$$

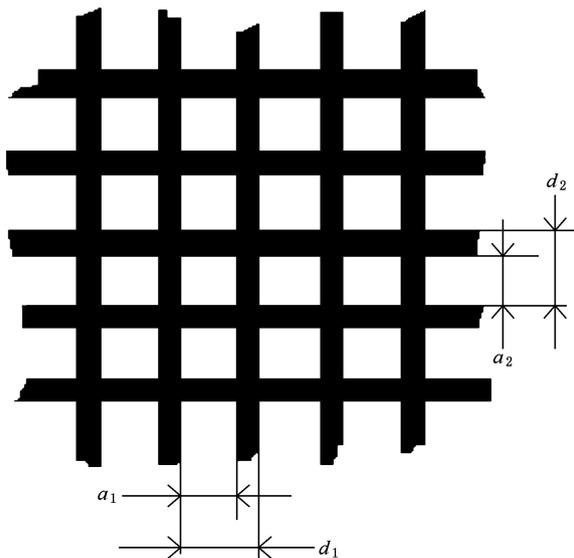


图1 二维四边形振幅型阵列器

其中 a_1, d_1 和 a_2, d_2 分别为 x 方向和 y 方向光栅的缝宽和光栅常数. 那么这个二维光栅的透射系数为

$$\begin{aligned}
 t(x, y) &= t_1(x)t_2(x) \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{x - nd_1}{a_1}\right) \\
 &\quad \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{y - nd_2}{a_2}\right). \quad (2)
 \end{aligned}$$

为了研究方便, 我们假设照射光源为单位平面光源, 那么紧贴物后的光振幅分布为

$$u(x, y) \Big|_{z=0} = t(x, y). \quad (3)$$

当选取 $a_1 = a_2 = 0.8, d_1 = d_2 = 1$ 时, 对(3)式数值模拟, 得到图2所示的光栅透射系数分布, 这里选取的透射单元数目为 10×10 .

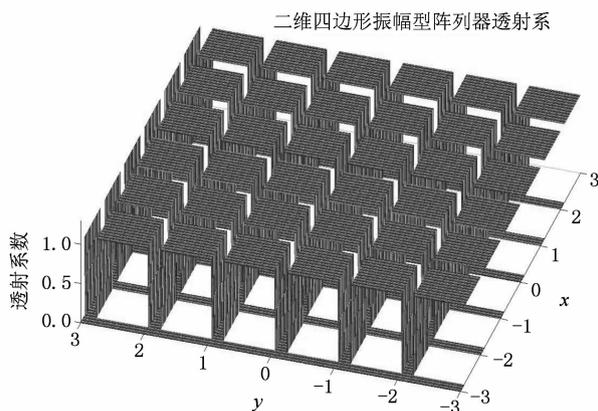
为了讨论光栅后 z 处的光强分布, (2)式还可以用另一种方式表达为

$$t(x, y) = t_c(x, y) \times \varphi(x, y), \quad (2')$$

其中

$$t_c(x, y) = \begin{cases} 1, & -a_1 < 2x < a_1, -a_2 < 2y < a_2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

是光栅的单元透射率,

图2 数值模拟 $z=0$ 处二维四边形振幅型阵列器光振幅分布

$$\varphi(x, y) = \text{comb}\left(\frac{x}{d_1}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{d_2}\right)$$

是二维正交周期的生成函数. 由这两个表达式, 可以得到光栅后的光强分布 $f(x, y, z)$ 在 z 处的数学表达式^[3]

$$f(x, y, z) = \frac{\exp(jkz)}{j\lambda z} t_c(x, y) \times \Delta(x, y), \quad (4)$$

其中 $\Delta(x, y) = \varphi(x, y) \times h(x, y)$, λ 为入射光波长, $h(x, y) = \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda z}(x^2 + y^2)\right]$ 为 Fresnel 近似下的光学传递系数. 选取 $a_1 = a_2 = 0.8, d_1 = d_2 = 1, \lambda = 500$ nm, 透射单元数目为 10×10 , 模拟得到在 $z = z_1 = 2d_1^2/\lambda$ 处的光强分布如图3所示, z_1 是这个二维光栅的 Talbot 距离.

应用建立的数值模拟模型, 我们在光栅后 z_1 处模拟得到的光强分布(图3)是规则的二维四边形周期分布, 光强分布不仅和图1的光栅结构一致, 而且和图2的光栅透射系数分布也一致, 这些和前人实验中得到的结果是相符的, 说明我们的模型对于分析实验结果是有意义的. 如果改变模型中 z 的数值, 我们可以得到光栅后不同位置处的光强分布, 修改光栅的缝宽和光栅常数就可以对不同尺寸的二维四边形振幅光栅 Talbot 效应进行分析.

2.2. 二维六角形振幅 Talbot 阵列器

我们对二维六角形振幅 Talbot 阵列器建立数值模拟模型, 如图4所示, t_x 和 t_y 分别是 x_0 方向和 y_0 方向光栅常数, 设透光部分六角形边长为 l . 借鉴二维四边形振幅阵列器的计算模拟方法, 取二维六角形振幅阵列器的透射系数 $t(x, y) = t_c(x, y) \times \varphi(x, y)$, 其中

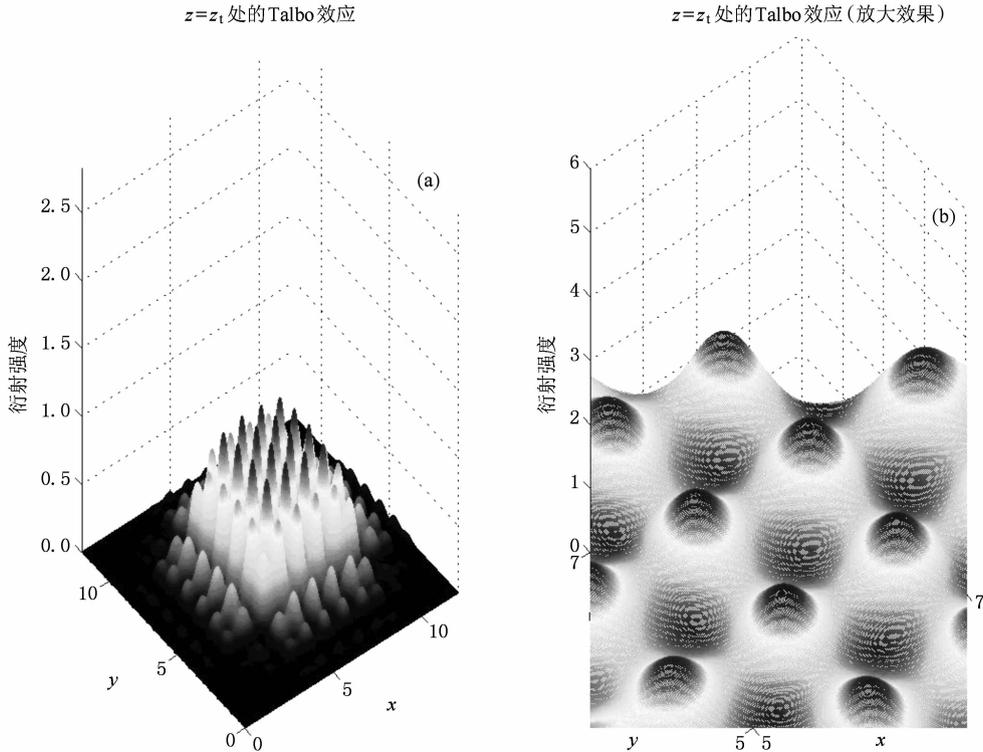


图3 Talbot 距离 z_1 处二维四边形振幅型阵列器的光强分布

$$t_c(x, y) = \begin{cases} 1, & -\sqrt{3}(x+l) < y < \sqrt{3}(x+l), -2l < 2x < -l, \\ 1, & -l < 2x < l, -\sqrt{3}l < 2y < \sqrt{3}l, \\ 1, & \sqrt{3}(x-l) < y < -\sqrt{3}(x-l), l < 2x < 2l, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) &= \text{comb}\left(\frac{x}{t_x}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{t_y}\right) \\ &+ \text{comb}\left(\frac{x}{t_x} - \frac{1}{2}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{t_y} - \frac{1}{2}\right). \end{aligned} \quad (6)$$

为了研究方便,假设照射光源为单位平面光源,那么紧贴物后的光振幅分布同样表示为

$$u(x, y) |_{z=0} = t(x, y). \quad (7)$$

根据(2'),(5),(6)和(7)式用数值模拟的方法建立模型,取 $t_y = \sqrt{3}t_x$,透射单元的数目选为 15×15 ,得到图5所示的二维六角形振幅阵列器的透射系数分布.

取 Fresnel 近似下的光学传递系数 $h(x, y) = \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda z}(x^2 + y^2)\right]$,将 $h(x, y)$ 和(2'),(5),(6)式代入(4)式,选取透射单元数目为 15×15 , $t_y = \sqrt{3}t_x$,建

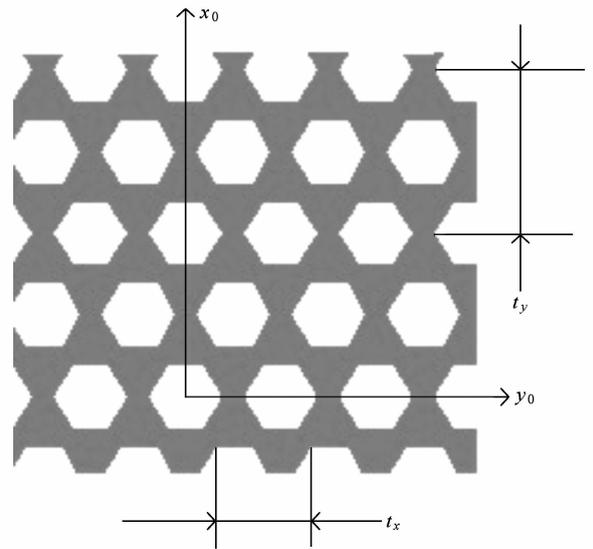


图4 二维六角振幅型阵列器

立数值模拟模型,得到阵列器后 $z = z_1 = \frac{6t_x^2}{\lambda} = \frac{2t_y^2}{\lambda}$ 处光振幅分布图6.

通过应用数值模拟方法建立模型,我们得到了二维六角形振幅阵列器的透射系数分布(图5)和阵列器后 z_1 位置的光强分布(图6),图6光强分布和

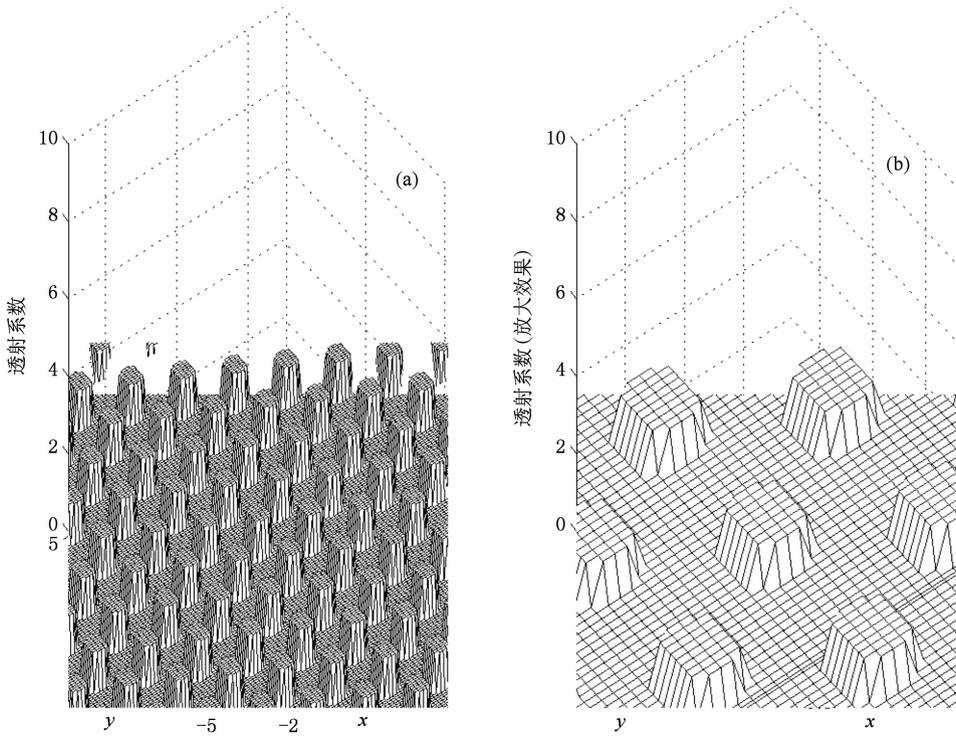


图5 $z=0$ 处二维六角振幅型阵列器光振幅分布

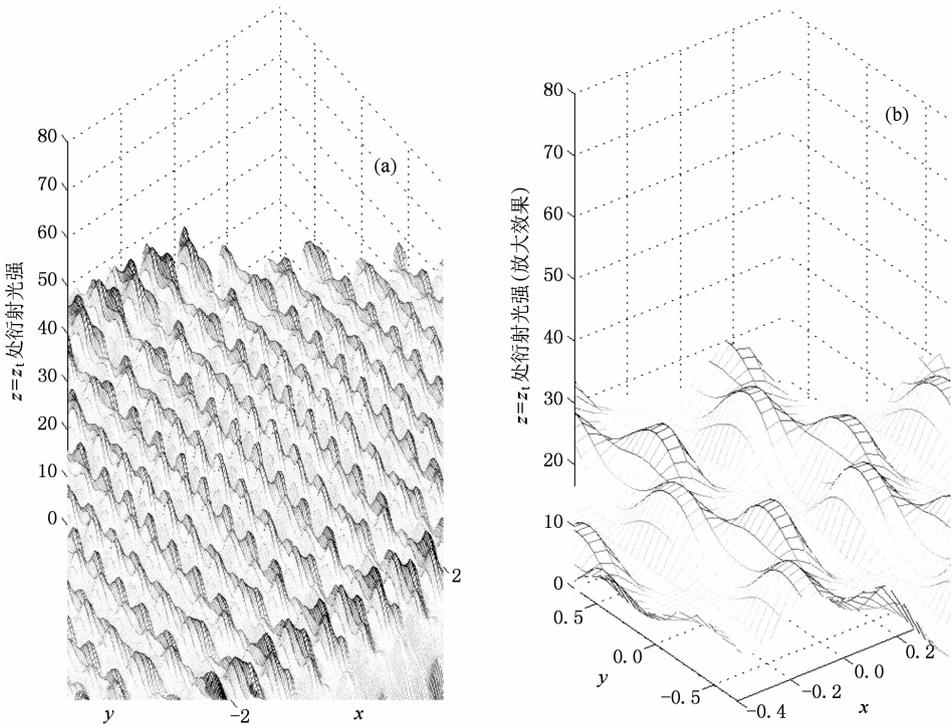


图6 Talbot 距离 z_1 处二维六角振幅型阵列器的光强分布

阵列器(图4)有着同样的周期结构,图6为阵列器的 Talbot 像. 同样,如果修改模型中 z 的数值,我们

可以得到光栅后不同位置处的光强分布图,修改光栅的缝宽和光栅常数就可以对不同尺寸的二维六

角形振幅光栅 Talbot 效应进行分析.

在模拟的过程中,当光栅常数和入射波长 λ 确定后,(4)式右边不存在可变量,光栅后 z 处的光强分布 $f(x, y, z)$ 是一个固定的函数(如图 3 和图 6 所示),即 z 处的光强分布是固定的. 固定位相差型阵列器同样存在这个问题,虽然可以通过设计得到不同位相差的阵列器,但是不方便集成应用,同时由于热光效应,温度改变会影响固定位相差型阵列器的使用. 阵列器的许多应用要求光栅后 z 处的光强分布根据需要可以调节的,同时阵列器要在一定的温度范围内正常工作,为了实现阵列器应用的这两个要求,我们选用具有良好光电特性的铌酸锂作阵列器的基片材料^[12],通过外加电场调节阵列器的位相差,进而调节 z 处的光强分布,同时消除热光效应的影响.

3. 外加电场调节位相差的二维六角位相 Talbot 阵列器

我们对加电场调节位相差的二维六角位相 Talbot 阵列器建立数值模拟的理论模型,光栅周期分布可以参照图 4,与图 4 不同之处在于黑色部分和白色部分都是透光的,由于非线性效应的存在,

在外加电场作用下,使得两部分之间存在位相差 $2\Delta\varphi$,形成了一个位相阵列器,可以通过改变外加电场的大小来适当调控阵列器的折射率参数^[15]. 其中 $\Delta\varphi$ 可以由 $\lambda\Delta\varphi 2\pi = \pm [d\Delta n + (n_0 - 1)d_{33}V]$ 得到,式中 V 为外加电场, λ 为使用的光波长, d 是晶片的厚度, d_{33} 为铌酸锂压电系数, n_0 是晶片未加电场时 λ 入射光的折射率, $\Delta n = -(1/2d)r_{13}n_0^3V$ 是外加电场 V 时的折射率改变值, r_{13} 是铌酸锂的线性光电系数. 这个位相阵列器的透射系数可以表达为

$$t(x, y) = u(x, y) \times \frac{1}{t_x \cdot t_y} \times \left[\text{comb}\left(\frac{x}{t_x}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{t_y}\right) + \text{comb}\left(\frac{x}{t_x} - \frac{1}{2}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{t_y} - \frac{1}{2}\right) \right], \quad (8)$$

其中 $u(x, y) = \exp(\pm j\Delta\varphi)$. 通过傅里叶分析得到阵列器后 z 处的光强分布为

$$u_z(\Delta\varphi; x, y) = \sum_{n, m} c_{nm}(\Delta\varphi) \exp\left[j2\pi\left(\frac{nx}{t_x} + \frac{ny}{t_y}\right)\right] \times \exp\left[j\pi\lambda z\left(\frac{n^2}{t_x^2} + \frac{m^2}{t_y^2}\right)\right], \quad (9)$$

式中

$$c_{00}(\Delta\varphi) = \exp[-j(\Delta\varphi)]$$

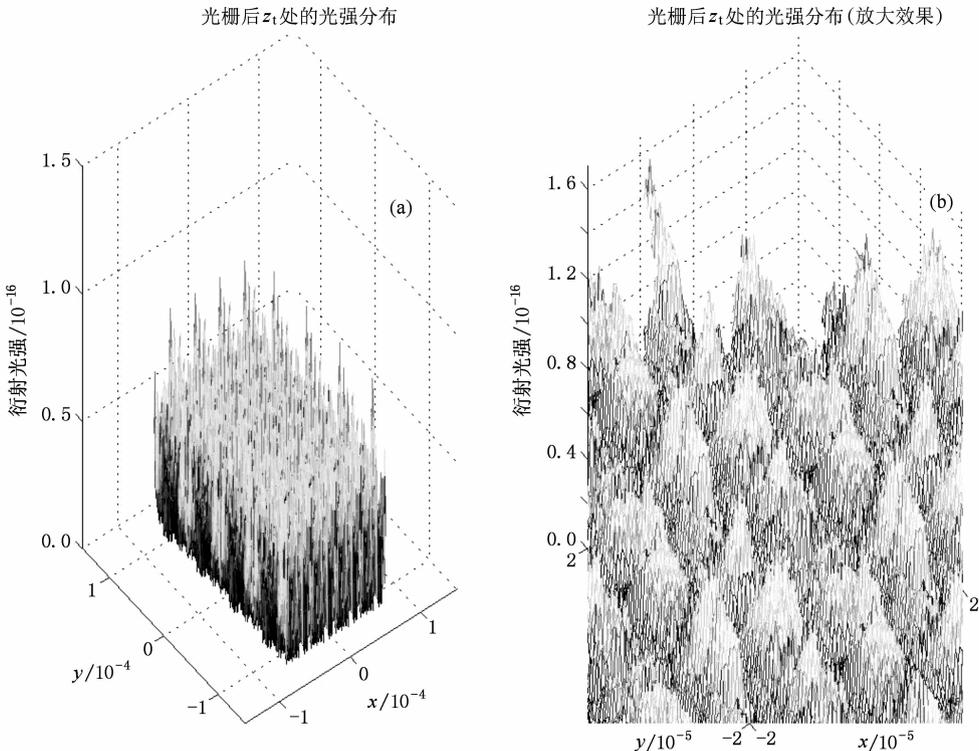


图 7 $z_l/2$ 处二维六角位相型阵列器的光强分布

$$\begin{aligned}
& + \alpha \{ \exp[j(\Delta\varphi)] - \exp[-j(\Delta\varphi)] \}, \\
c_{nm}(\Delta\varphi) = & j \{ 1 + \exp[j\pi(n+m)] \} \\
& \times \frac{(-1)^n \sin(\Delta\varphi)}{n(n^2 - m^2)\pi^2} \\
& \times \left[(n+m) \cos\left(\frac{2m-3n}{5}\pi\right) \right. \\
& - 2n \cos\left(\frac{n\pi}{5}\right) \\
& \left. + (n-m) \cos\left(\frac{2m+3n}{5}\pi\right) \right].
\end{aligned}$$

应用数值模拟的方法建立模型,我们选 $\alpha = 0.48$, $z = z_1/2$, $\Delta\varphi = \pi/2$, 透射单元同样选择 15×15 , 对(9)式模拟得到图 7. 图 8 是 Paturzo 等人^[12]得到的实验结果. 从图 7 和图 8, 可以看到用数值模拟方法建立的模型得到了实验类似的结果, 在光栅后 $z_1/2$ 处, 得到了二维六角位相阵列器的分数 Talbot 像, 只是由于我们选取的光栅常数不同, 分数 Talbot 像尺寸不一样. 由于模拟精度限制, 模型得到的结果和真实结果不是完全一致, 但是不会影响模型对实验结果的预测.

由于铌酸锂晶体光电效应的存在, 位相光栅阵列器的位相差 $2\Delta\varphi$ 可以随外加电场按照 $\lambda\Delta\varphi 2\pi = \pm [d\Delta n + (n_0 - 1)d_{33}V]$ 动态调节, 根据(9)式 $\Delta\varphi$ 的改变又可以改变光栅后 z 处的光强分布 $u_z(\Delta\varphi; x, y)$, 即外加电场间接调节光栅后 z 处的光强分布, 可以实现光强均匀分布. 同时, 温度改变产生热光效应, 最终改变的也是阵列器的 $2\Delta\varphi$, 改变外加电场调节 $2\Delta\varphi$, 就可以消除热光效应对阵列器工作的影响.

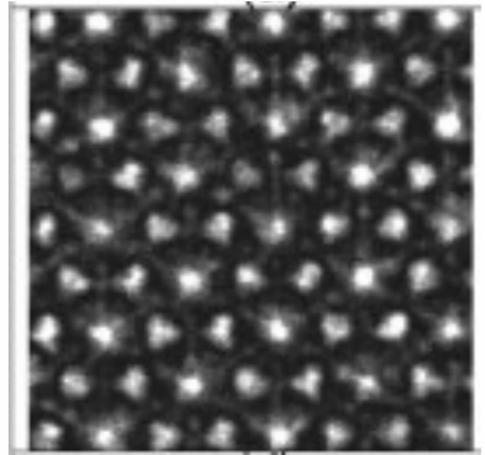


图 8 Paturzo 的实验结果^[12] ($z = z_1/2$, $\Delta\varphi = \pi/2$)

4. 结 论

本文用数值模拟建立模型的方法研究了振幅型光栅阵列器的 Talbot 效应, 发现这种阵列器存在光栅后 z 处光强分布不可调节的问题, 很难实现光强均匀分布, 固定位相差型阵列器也存在这个问题, 同时固定位相差型阵列器的工作易受温度影响. 用数值模拟方法建立二维可调位相差的六角位相阵列器模型进行研究后发现, 通过外加电场调节位相差的位相阵列器, 可以很好解决振幅型与固定位相差型阵列器存在的上述两个问题, 且能实现光强均匀分布, 为新型基于 Talbot 效应的光栅阵列器的研究奠定了基础.

- [1] Rayleigh L 1881 *Phil. Mag.* **11** 196
- [2] Cowley J M, Moobe A F 1957 *Proc Phys. Soc.* B **70** 486
- [3] Wintherop J T, Worthington C R 1965 *J. O. S.* A **55** 373
- [4] Jogwicki R. 1983 *Optica. Acta* **30** 73
- [5] Sgapiel S, Patorski K 1979 *Optica. Acta* **26** 439
- [6] Abramski K M, Baker H J, Colley A D 1992 *Appl. Phys. Lett.* **60** 2469
- [7] Wang H S 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5688 (in Chinese) [王淮生 2005 物理学报 **54** 5688]
- [8] Chen B, Zhu P P, Liu Y J, Wang J Y, Yuan Q X, Huang W X, Ming H, Wu Z Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1576 (in Chinese) [陈 博、朱佩平、刘宜晋、王鹤越、袁清习、黄万霞、明 海、吴自玉 2008 物理学报 **57** 1576]
- [9] Lohmann A W, Thomas J A 1990 *App. Opt.* **29** 4337
- [10] Keller M G, Shaker J, Antar Y M M 2008 *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* **56** 87
- [11] Keller M G, Shaker J, Antar Y M M 2006 *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.* **5** 204
- [12] Paturzo M, Natale P D, Nicola S D 2006 *Opt. Lett.* **31** 3164
- [13] Yang G G, Song F J 1991 *Advanced Physical Optics* (Hefei: University Science and Technology of China Press) p127 (In Chinese) [羊国光、宋菲君 1991 高等物理光学 (合肥: 中国科学技术大学出版社) 第 127 页]
- [14] Zhong X H 1985 *Diffraction of Light Wave and Transforming Optics* (Beijing: Higher Education Press) p51 (in Chinese) [钟锡华 1985 光波衍射与变换光学 (北京: 高等教育出版社)]

第 51 页]

Phys. Sin. **53** 2583 (in Chinese) [赵建林、李碧丽、张 鹏、[15] Zhao J L, Li B L, Zhang P, Yang D X, Li Z W 2004 *Acta*杨德兴、李振伟 2004 物理学报 **53** 2583]

The theoretical study and numerical simulation of the tunable two-dimensional hexagonal phase array based on Talbot effect *

Zhou Bo¹⁾²⁾ Chen Yun-Lin^{1)†} Li Yuan-An¹⁾ Li Hai-Wei¹⁾

1) (School of Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

2) (Institute of Physical Science, Nankai University, Tianjin 300071, China)

(Received 9 March 2009; revised manuscript received 22 June 2009)

Abstract

In this paper, on the basis of Talbot effect and using numerical simulation, we analyzed the two-dimensional amplitude and fixed-phase-difference arrays and found that these arrays can easily be affected by temperature, and the intensity distribution at z position behind them can't be tuned. To solve the problem, an external electric field is used to tune the phase-difference of the phase array. We derived a theoretical model which realizes uniform distribution of light intensity via the application of an external electric field to tune the phase-difference, and the model agreed with Paturzo's experimental results. The result make a good foundation for the research of new kinds of arrays.

Keywords: Talbot effect, amplitude array, hexagonal phase array

PACC: 4265, 4280F, 4225F

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60878033), Foundation of Beijing Jiaotong University (Grant No. 2008RC058), and the "863" (Grant No. 2006AA03Z423).

† E-mail: ylchen@bjtu.edu.cn