

# 颗粒分层过程三维离散元法模拟研究\*

赵啦啦<sup>†</sup> 刘初升 闫俊霞 徐志鹏

(中国矿业大学机电工程学院, 徐州 221116)

(2009 年 6 月 12 日收到; 2009 年 6 月 29 日收到修改稿)

采用软球干接触模型对球形及非球形颗粒的分层过程进行了三维离散元法模拟研究, 从颗粒间作用力、转动力矩和能量变化的角度分析了颗粒分层机理, 讨论了颗粒的粒度比对分层速度的影响规律. 结果表明, 分层过程中, 大颗粒比小颗粒活跃, 非球颗粒由于具有较高的动能而比球颗粒活跃, 在一定程度上弥补了颗粒形状对分层过程的影响. 大颗粒间的平均法向、切向作用力、平均力矩及平均动能均大于小颗粒. 颗粒分层速度随着粒度比的增加而显著增大, 当粒度比大于临界粒度比 3 时, 分层速度的增幅减缓.

**关键词:** 离散元法, 非球颗粒, 分层, 数值模拟

**PACC:** 4610, 6120J

## 1. 引 言

颗粒物质(散体物质)是由大量离散固体颗粒构成的集合体, 是与流体、固体并存于自然界中的一种重要物质形态, 在外部周期力作用下可展现出颗粒的对流运动(convection motion)及尺寸分离(size segregation)等许多复杂的集体行为. 颗粒系统的研究也是当前国际上的一个研究热点, 具有重要的基础科学意义和工程应用价值<sup>[1,2]</sup>.

筛分是散体物料进行尺寸分级的主要技术手段, 而物料分层与筛分之间具有紧密的联系, 物料颗粒的分层行为在矿物加工领域是一个重要的研究内容. 在实际筛分过程中, 物料具有一定的厚度, 只有与筛面接触的颗粒才能与筛孔进行尺寸比较, 而混合于颗粒群中的细粒物料则必须通过分层后才能实现透筛. 物料的分层与筛分相共存, 并且分层是物料筛分的前提, 在筛分中起着重要的作用. 只有完善的分层, 细粒物料才能接触筛面, 才能取得好的筛分效果. 因此, 从理论上搞清物料分层的原因及分层规律具有重要的实际意义, 对揭示颗粒分层机理和丰富筛分理论都具有重要的意义<sup>[3-5]</sup>.

离散元法(discrete element method, DEM)是 20 世纪 70 年代发展起来的用于计算散体介质系统力

学行为的一种数值方法, 在岩土工程、采矿工程、矿物加工、物料分选等散体工程技术领域得到了成功的应用, 并迅速发展成为一门多学科的研究领域, 其核心是帮助人们理解离散颗粒物质的微观及宏观特性之间的关系<sup>[6-8]</sup>. 针对颗粒分层行为的研究多采用球形颗粒, 忽略了颗粒形状对分层过程的影响, 而 Cleary 及 Fraige 等学者的研究表明, 颗粒形状对其分选等行为有显著的影响<sup>[9-11]</sup>. 另外, 已有的研究多针对振幅、振动频率等外因对分层的影响<sup>[12-14]</sup>, 而粒度比等内在因素对物料分层过程影响的研究较少. 因此, 本文基于三维离散元法对球形及胶囊形颗粒在垂直振动作用下的分层过程进行了数值模拟, 对分层过程中的颗粒间的相互作用力及能量交换过程进行了分析, 并讨论了颗粒的粒径比对分层的影响, 为深入理解和进一步揭示物料颗粒的分层机理提供了参考依据.

## 2. DEM 颗粒接触模型

本文采用胶囊形颗粒分析非球形颗粒的分层行为, 该类颗粒是非球颗粒中的主轴型颗粒, 即轴向尺寸大于径向尺寸, 其模型如图 1 所示.

由图 1(a)可以看出, 胶囊颗粒是由一段圆柱体与两个半球体组成的复合几何体, 因此能够利用传

\* 国家自然科学基金(批准号:50574091, 50774084), 江苏省“333 工程”科研基金和煤炭加工与高效洁净利用教育部重点实验室开放基金(批准号:CPEUKF 08-02)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: lalazhao@163.com

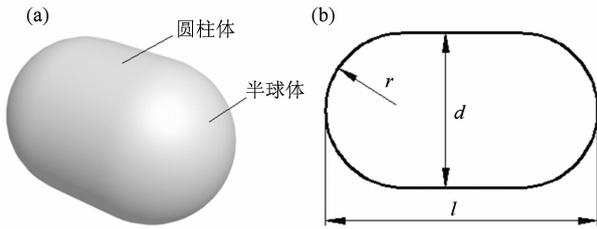


图1 胶囊颗粒模型 (a) 三维模型; (b) 几何定义

统的分析方法进行碰撞检测和计算模型接触力<sup>[15]</sup>, 其几何参数的定义如图1(b)所示. 其中,  $d$  为胶囊体直径, 数值上等于圆柱体直径和半球体直径,  $l$  为胶囊体长度, 数值上等于圆柱体长度与两半球半径之和,  $r$  为两端半球的半径, 颗粒的细长程度可由纵横比  $l/d$  表示.

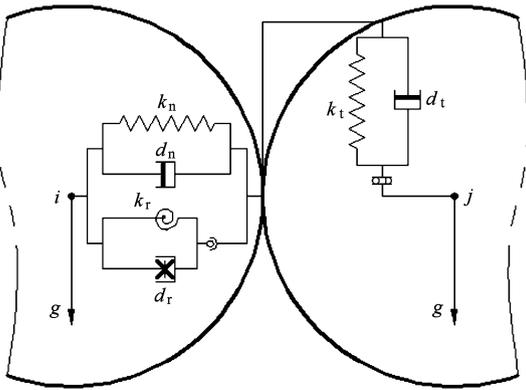


图2 颗粒接触模型

由于胶囊形颗粒是简单球体及圆柱体的组合, 因此本文对球形及胶囊形两种颗粒的分层过程进行离散元法的模拟均采用 Oda 等<sup>[16]</sup> 改进离散元法 (modified distinct element method, MDEM) 的软球干接触模型, 如图2所示. 其中,  $k_n$  和  $d_n$  分别为法向刚度和阻尼,  $k_t$  和  $d_t$  为切向刚度和阻尼,  $k_r$  和  $d_r$  为滚动刚度和阻尼. 由颗粒接触模型可知, 颗粒在运动过程中主要受两种力作用, 即自身重力和颗粒间的法向及切向碰撞接触力. 此外, 颗粒还受到两种力矩的作用, 即切向力造成的力矩和滚动摩擦力矩, 则第  $i$  个颗粒的运动方程<sup>[17]</sup> 可由以下两式表示:

$$m_i \frac{d\mathbf{V}_i}{dt} = m_i \mathbf{g} + \sum_{j=1}^{n_i} (\mathbf{F}_{n,ij} + \mathbf{F}_{t,ij}), \quad (1)$$

$$I_i \frac{d\boldsymbol{\omega}_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n_i} (\mathbf{T}_{t,ij} + \mathbf{T}_{r,ij}), \quad (2)$$

式中,  $m$  和  $I$  分别为小球的质量和转动惯量,  $n_i$  为与小球  $i$  接触的颗粒总数,  $\mathbf{V}$  为移动速度,  $\boldsymbol{\omega}$  为角速度,  $t$  为时间,  $\mathbf{g}$  为重力加速度, 法向作用力  $\mathbf{F}_{n,ij}$  和切向作用力  $\mathbf{F}_{t,ij}$  及切向力矩  $\mathbf{T}_{t,ij}$  和滚动摩擦力矩  $\mathbf{T}_{r,ij}$  均可由颗粒离散元法基本原理求得<sup>[18]</sup>. 在上述力和力矩的综合作用下, 颗粒不断发生移动和滚动.

### 3. 数值模拟及分析

以煤炭物料颗粒为例, 对其在垂直振动盒中的分层过程进行离散元法模拟, 各模拟参数如表1所示. 选取 5 mm 和 15 mm 两种粒径的球形和胶囊形颗粒, 并填充相同体积空间. 矩形振动盒尺寸为 100 mm × 50 mm × 90 mm, 振动频率为 16 Hz, 振幅为 3 mm.

表1 颗粒模型的物理参数

物理参数	密度/ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	弹性恢复系数	静摩擦系数	滚动摩擦系数	泊松比	剪切模量/ Pa
煤颗粒	1300	0.5	0.6	0.05	0.3	$1 \times 10^9$

#### 3.1. 分层过程模拟

为了方便比较球形与胶囊形颗粒在相同时刻的分层情况, 分别选取了分层前、分层中和分层结束 3 个时间点进行比较, 两种颗粒的分层情况分别如图3(a), (b)所示.

从分层过程整体看, 在相同的振动条件下, 大颗粒在分层过程中要比小颗粒活跃, 球与胶囊形颗粒具有相似的分层过程, 但胶囊形颗粒在分层过程中要比球颗粒活跃. 当  $t = 0$  s 时, 球形及胶囊形颗粒均处于静止和混淆状态, 大小颗粒互相掺杂; 当  $t = 2.2$  s 时, 两种颗粒均发生初步的分层, 部分大球颗粒开始向料层上部转移, 而部分大胶囊形颗粒已到达料层顶层, 同时部分小颗粒下沉并占据振动盒底层; 当  $t = 10$  s 时, 两种颗粒均达到完全分层状态, 所有大颗粒到达料层上层, 小颗粒则完全占据振动盒底层. 根据上述模拟, 颗粒的分层过程可描述为: 在简谐垂直振动力的作用下, 振动盒中的颗粒群不断被抛掷使得颗粒之间互相脱离, 为不同粒度的颗粒间更换位置创造了条件, 振动盒将能量传递给底部颗粒, 然后通过颗粒之间的相互碰撞传递给上层颗粒. 振动过程中, 大颗粒之间不断形成空隙供小颗粒“侵入”, 而填充到空隙中的小颗粒则阻止大颗粒回到之前占据的位置, 不同粒径颗粒间发生对流和

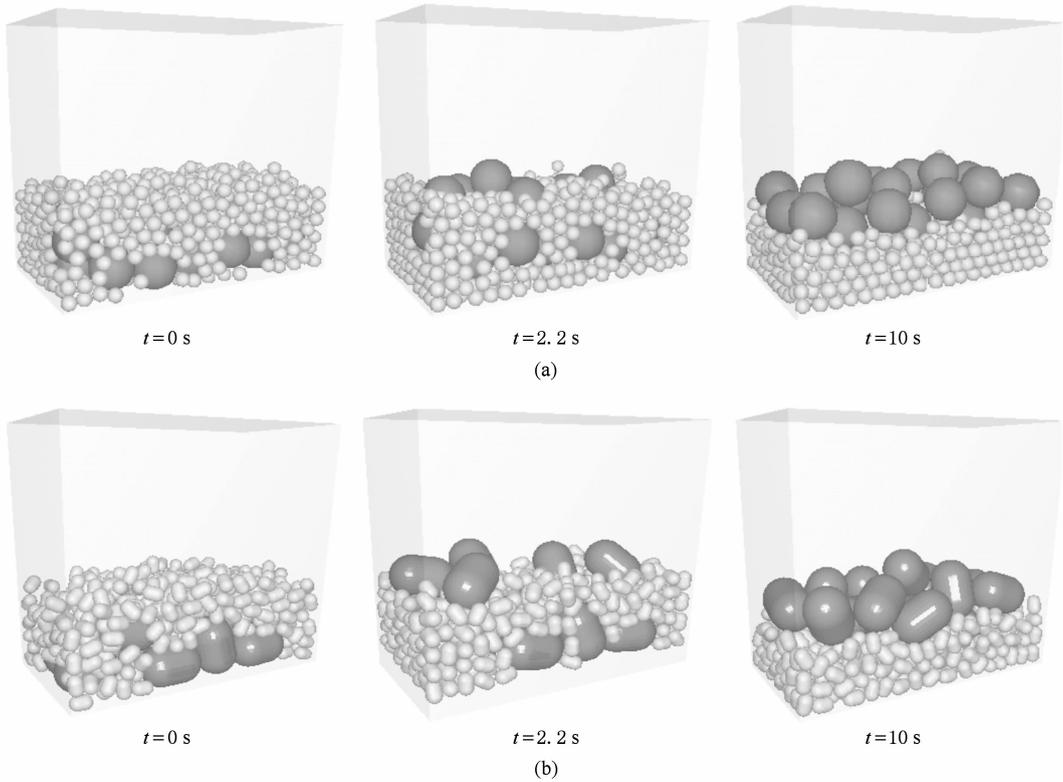


图3 颗粒分层过程 (a) 球形颗粒; (b) 胶囊形颗粒

渗透作用. 最终, 大颗粒不断受到排挤而转移至料层上部, 小颗粒则占据大颗粒的初始位置并与振动盒底面接触.

### 3.2. 颗粒作用力、力矩及动能变化规律

为了深入理解颗粒的分层机理, 文中对颗粒分层过程中的相互作用力、力矩及动能的变化情况进行了讨论, 基于前述接触模型的离散元法数值计算部分结果如图4、图5所示.

由图4可知, 颗粒群受周期简谐振动力的作用而被上抛, 在大小颗粒发生分层的过程中, 颗粒间的平均法向作用力、平均切向力及平均力矩均表现出周期性的变化规律. 当颗粒群在上抛过程中各值均为最小, 当颗粒群下落并与底面发生碰撞时, 各值发生跳跃并达到最大. 另外, 在振动分层过程中, 胶囊形颗粒间的作用力及力矩的变化幅值均明显大于球颗粒. 由图4(a)至(d)可求得颗粒间各作用力和力矩值并列于表2中.

由表2可知, 球及胶囊颗粒间的法向作用力均为切向作用力的两倍多, 同时胶囊颗粒间的作用力大于球颗粒. 相同粒径的胶囊颗粒之间的力矩均大

于球颗粒, 并且大粒径颗粒之间的平均力矩远大于小粒径颗粒, 因此在分层过程中大颗粒的转动和滚动运动更加活跃, 有利于形成间隙供小颗粒填充, 从而实现分层. 另外, 大胶囊颗粒受到的平均转动力矩最大, 并且为小胶囊颗粒的41倍, 因此在分层过程中的转动和滚动运动非常活跃, 为大小胶囊颗粒间的分层提供了有利条件, 减小了颗粒形状对分成过程的不利影响.

从图5可以看出, 颗粒之间的动能变换也随着振动盒的振动而呈现周期性的变化, 球形及胶囊形颗粒在分层过程中的平均总动能、平均平动动能及平均转动动能的值列于表3中. 由表3可知, 颗粒的平均平动动能均大于平均转动动能, 并且大颗粒的平均动能均远大于小颗粒, 这也从能量的角度解释了大颗粒在分层过程中比小颗粒活跃的原因. 其中, 大的胶囊形颗粒的平均平动动能值最大, 达到了小胶囊颗粒的24.8倍, 同时是大球颗粒的1.7倍. 因此, 非球颗粒在分层过程中具有更高的能量, 从而在一定程度上弥补了颗粒形状对分层过程的影响.

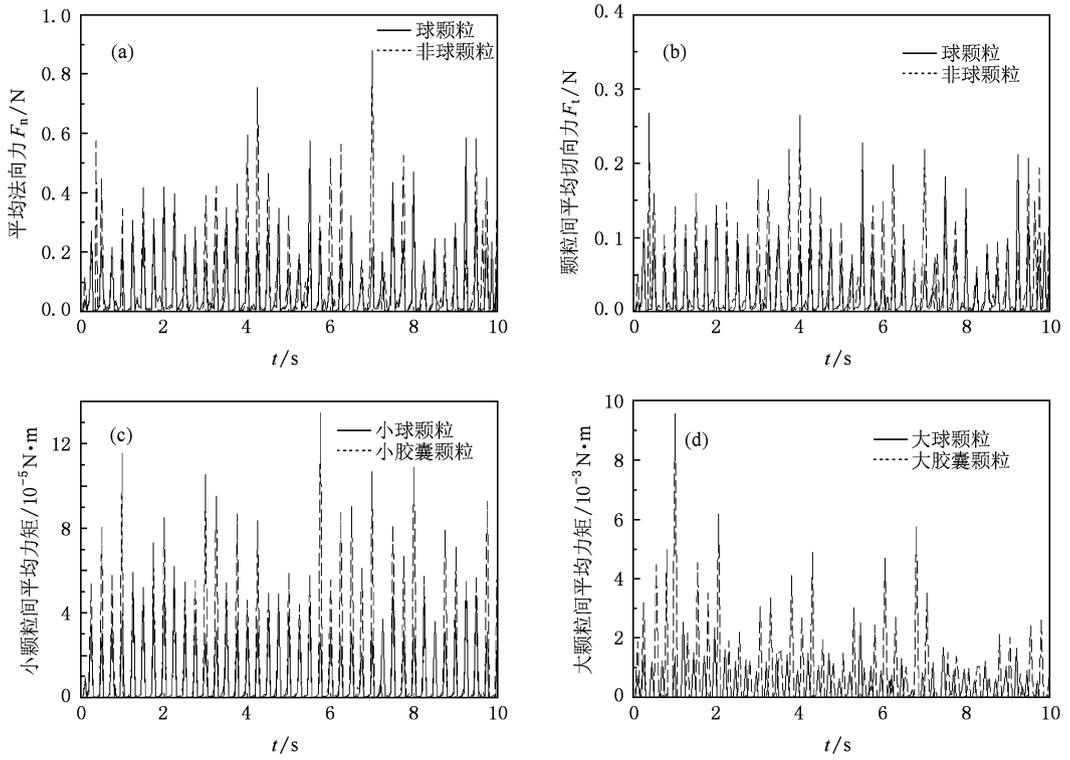


图4 分层过程中颗粒间平均作用力及力矩的变化 (a),(b) 颗粒间平均法向力和平均切向力；(c),(d) 小颗粒及大颗粒间的平均力矩

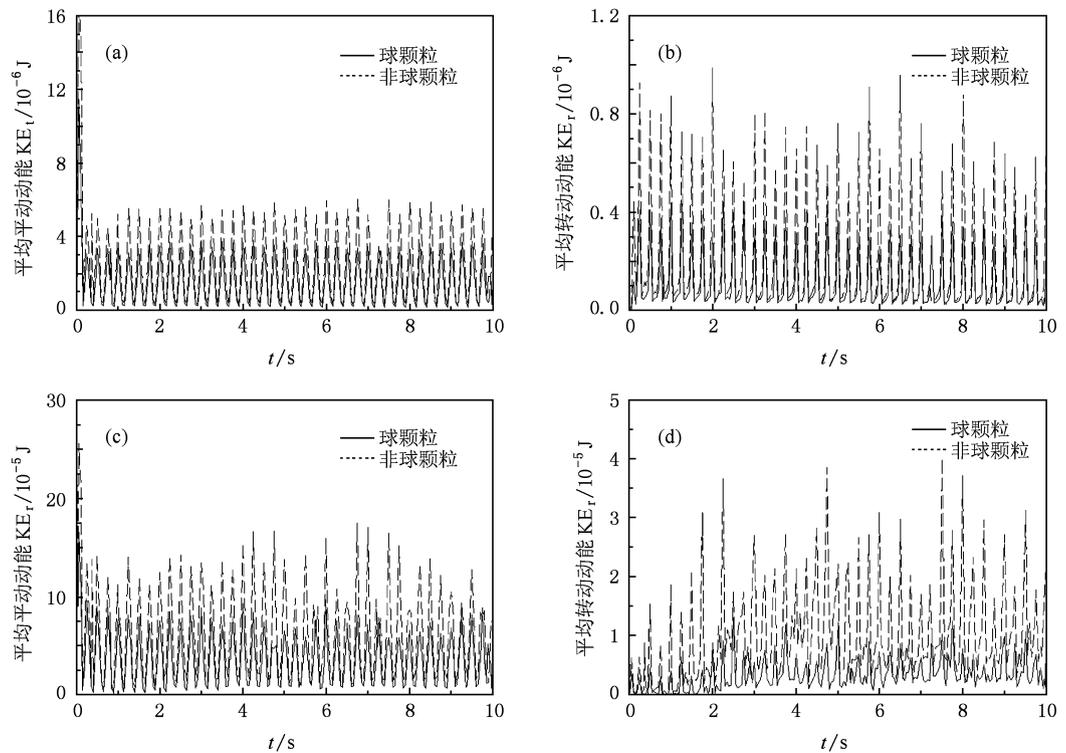


图5 分层过程中颗粒动能的变化 (a),(b) 小颗粒平均平动动能及转动动能；(c),(d) 大颗粒平均平动动能及转动动能

表2 分层过程中颗粒间平均作用力和力矩均值

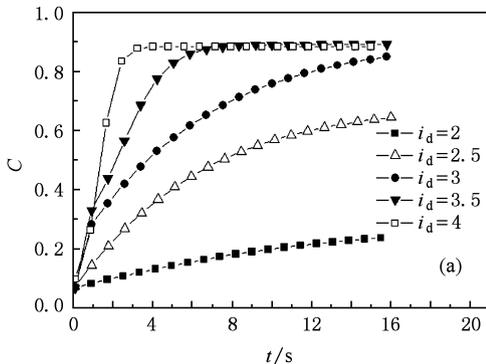
	小球 颗粒	大球 颗粒	小胶囊 颗粒	大胶囊 颗粒
法向力均值 $F_n/N$	0.066		0.087	
切向力均值 $F_t/N$	0.024		0.035	
力矩均值 $T/10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}$	0.802	24.179	1.501	61.892

表3 分层过程中颗粒的平均动能均值

	小球 颗粒	大球 颗粒	小胶囊 颗粒	大胶囊 颗粒
平均平动动能 $KE_t/10^{-6} \text{ J}$	1.60	36.3	2.54	63.0
平均转动动能 $KE_r/10^{-6} \text{ J}$	0.11	3.3	0.19	9.9
平均总动能 $KE/10^{-3} \text{ J}$	0.66	10.0	0.39	18.0

### 3.3. 粒度比对分层速度的影响

对于相同材质的物料,颗粒的粒度比  $i_d$  (不同颗粒间的粒径比,即颗粒之间的大小差异)是影响分层过程的主要内在因素.为揭示颗粒的粒度比对分层过程影响规律,本文采用颗粒体积浓度作为衡量



分层速度的指标<sup>[19,20]</sup>,考察粒度比不同时球形和胶囊形颗粒的分层速度变化规律.若粒群由  $N$  个粒级组成,令  $C_j(x, t)$  为空间  $x$  处  $t$  时刻某一粒级颗粒的体积浓度,则有

$$C_j(x, t) = \frac{V_j(x, t)}{\sum_{k=1}^N V_k(x, t)}, \quad (3)$$

式中,  $V_j(x, t)$ ,  $V_k(x, t)$  分别为第  $j$  个及第  $k$  个粒级颗粒的体积.

不同粒度比的球颗粒和胶囊颗粒的分层速度变化情况,如图6所示.可以看出,颗粒的分层速度随着粒度比的增大而显著增大,颗粒达到稳定的分层状态所需时间也明显缩短.当粒度比小于3时,分层速度随着粒度比的增大迅速增加;当粒度比大于3时,分层速度的增幅减缓.可见,粒度比约为3时,颗粒分层速度即可快速达到最佳.另外,球形颗粒与胶囊形颗粒在相同振动条件下的分层速度接近,但由于胶囊形颗粒在振动分层过程中具有较高的能量,因此其分层速度比球形颗粒稍快.

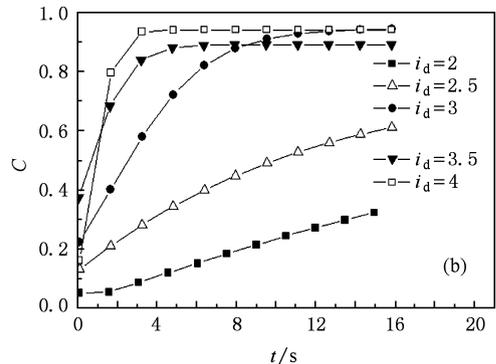


图6 粒度比对分层速度的影响 (a) 球颗粒; (b) 胶囊颗粒

## 4. 结 论

本文利用三维离散元法对球及非球颗粒在垂直振动盒中的分层过程进行了数值模拟,分析了分层过程中颗粒间的作用力、力矩及动能的变化规律,讨论了颗粒粒径比对分层过程的影响规律,较深入地探索了颗粒分层过程机理,得出以下结论:

1. 相同振动条件下,球和非球颗粒具有相似的分层过程,非球颗粒在分层过程中较球颗粒更活跃,一定程度上弥补了形状对分层的影响.
2. 分层过程中颗粒间作用力、力矩和动能的变

化均具有较明显的周期性,大颗粒间和非球颗粒间的作用力及力矩分别大于小颗粒和球形颗粒,并且大颗粒和非球颗粒的平均动能分别大于小颗粒和球形颗粒,从力和能量的角度解释了大颗粒和非球颗粒运动活跃的原因.

3. 颗粒分层速度随着粒度比的增大而增加,并存在一个最佳粒度比,当粒度比约为3时,颗粒分层速度即可快速实现分层,粒度比大于3时,分层速度的增幅将减缓.

4. 离散元法可以用于分析和预测散体物料在简谐振动力作用下的分层行为.

- [1] Jiang Z H, Wang Y Y, Wu J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4748 (in Chinese)[姜泽辉、王运鹰、吴 晶 2006 物理学报 **55** 4748]
- [2] Liang X W, Li L S, Hou Z G, Lü Z, Yang L, Sun G, Shi Q F 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2300 (in Chinese) [梁宣文、李粮生、侯兆国、吕 震、杨 雷、孙 刚、史庆藩 2008 物理学报 **57** 2300]
- [3] Zhao Y M, Zhang S G, Jiao H G, Tie Z X 2006 *J. China Univ. of Mining & Tech.* **35** 586 (in Chinese)[赵跃民、张曙光、焦红光、铁占续 2006 中国矿业大学学报 **35** 586]
- [4] Jiao H G, Zhao Y M, Wang Q Q 2006 *J. China Univ. of Mining & Tech.* (English Edition) **16** 137
- [5] Yin S R 1999 *Ph. D. Dissertation* (Xuzhou: China University of Mining & Technology) (in Chinese)[尹守仁 1999 博士学位论文(徐州:中国矿业大学)]
- [6] Xu Y, Shun Q C, Zhang L, Huang W B 2003 *Advances in Mechanics* **33** 251 (in Chinese)[徐 泳、孙其诚、张 凌、黄文彬 2003 力学进展 **33** 251]
- [7] Zhu H P, Zhou Z Y, Yang R Y, Yu A B 2007 *Chemical Engineering Science* **62** 3378
- [8] Zhu H P, Zhou Z Y, Yang R Y, Yu A B 2008 *Chemical Engineering Science* **63** 5728
- [9] Cleary P W 2008 *Powder Technology* **179** 144
- [10] Fraige F Y, Langston P A, Chen G Z 2008 *Powder Technology* **186** 224
- [11] Cleary P W, Sawley M L 2002 *Applied Mathematical Modelling* **26** 89
- [12] Liffman K, Metcalfe G, Cleary P W 1997 *Physical Review Letters* **79** 4574
- [13] Cleary P W 1998 *TASK Quarterly Journal* **2** 385
- [14] Zhao Y Z, Jiang M Q, Zheng J 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1812 (in Chinese)[赵永志、江茂强、郑 津 2009 物理学报 **58** 1812]
- [15] Langston P A, Awamleh M A, Fraige F Y, Asmar B N 2004 *Chemical Engineering Science* **59** 425
- [16] Oda M, Iwashita K, Kakiuchi T 1997 *Importance of particle rotation in the mechanics of granular materials* (Rotterdam: Balkema) p207
- [17] Zhao Y Z, Jiang M Q, Xu P, Zheng J Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1819 (in Chinese)[赵永志、江茂强、徐 平、郑津洋 2009 物理学报 **58** 1819]
- [18] Zhao Y Z, Cheng Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 322 (in Chinese)[赵永志、程 易 2008 物理学报 **57** 322]
- [19] Rosato A, Prinz F, Monte Carlo 1986 *Powder Technology* **49** 59
- [20] Rosato A D, Lan Y, wang D T 1991 *Powder Technology* **66** 149

# Numerical simulation on segregation process of particles using 3D discrete element method<sup>\*</sup>

Zhao La-La<sup>†</sup> Liu Chu-Sheng Yan Jun-Xia Xu Zhi-Peng

(College of Mechanical and Electrical Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

(Received 12 June 2009; revised manuscript received 29 June 2009)

## Abstract

Basing on dry contact model of soft spheres the segregation processes of spherical and non-spherical particles were simulated using three-dimensional discrete element methods (DEM). Particle segregation mechanism was analyzed in view of force, torque and energy conversion between particles. Influence of segregation speed affected by particle size ratio was also discussed. The result shows that large particles are more active than small ones in segregation process, and non-spherical particles have higher energy, which makes up the influence of particle shape to segregation process to some extent, are more active than spherical particles. Average normal force, tangential force between large particles, their torque and kinetic energy are all greater than those of small particles. Particle segregation speed increases significantly with the increasing of size ratio. When the size ratio is greater than the critical value 3, the amplitude of increase in segregation speed will be slowed down.

**Keywords:** discrete element method, non-spherical particle, segregation, numerical simulation

**PACC:** 4610, 6120J

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 50574091, 50774084), Jiangsu Province "333 Project" Research Foundation and Open Foundation of the Key Laboratory of Coal Processing & Efficient Utilization, Ministry of Education (Grant No. CPEUKF 08-02).

<sup>†</sup> E-mail: lalazhao@163.com