

斜磁场中碰撞等离子体鞘层的玻姆判据*

邹 秀[†] 籍延坤 邹滨雁

(大连交通大学理学院, 大连 116028)

(2009 年 2 月 5 日收到; 2009 年 5 月 18 日收到修改稿)

采用双流体模型研究了斜磁场作用下的碰撞等离子体鞘层的玻姆判据, 讨论了磁场对鞘层玻姆判据的影响. 结果表明: 玻姆判据存在上限和下限, 磁场强度、角度以及离子进入鞘层的状态都对离子马赫数的取值范围有影响.

关键词: 等离子体, 鞘层, 玻姆判据, 磁场

PACC: 5240K, 5225, 5265

1. 引 言

目前广泛应用的等离子体材料表面改性、合成薄膜及等离子体刻蚀等工艺过程, 都是通过等离子体鞘层实现的. 鞘层中的离子在鞘层电场的加速下入射到工件表面, 并与工件中的原子发生一系列的弹性或非弹性碰撞. 在很多情况下, 等离子体鞘层特性由边界条件决定. 因此, 玻姆判据作为等离子体的“边界条件”备受关注^[1-19].

对于无外加磁场的无碰撞和碰撞鞘层模型的玻姆判据, Riemann 和 Franklin 等人已经做了很多研究工作^[1-14], 大部分研究工作^[1-10]认为鞘边电场是由玻姆判据决定的, 并且仅仅给出了玻姆判据的下限, 也就是离子进入鞘层时的速度必须大于等于离子声速. 2003 年 Liu 等^[11]使用双流体模型研究了碰撞等离子体鞘层的玻姆判据, 结果认为玻姆判据是由鞘边电场决定的, 玻姆判据除了具有下限外还应具有上限.

到目前为止, 对外加磁场作用下的鞘层玻姆判据的研究^[15-19]尚不够系统. 1982 年 Chodura^[15]首先使用动力学方法研究了斜磁场作用下的鞘层特性, 给出结论: 平行于磁场方向的离子流在进入磁鞘时的速度必须是大于等于离子声速. 1994 年 Riemann^[16]使用流体方法研究了几乎平行于基板方向的磁场作用下的等离子体碰撞鞘层结构和玻姆

判据. 1995 年 Stangeby^[17]使用新的理论模型研究离子流进入鞘层的速度条件, 得出与 Chodura, Riemann 相同的结论: 进入鞘层时离子速度平行磁场分量必须等于或大于离子声速. 2001 年 Valsaque 等人^[18]以 Chodura 的工作为基础, 研究了无磁场的碰撞鞘层模型以及斜磁场中的无碰撞鞘层模型, 分析了离子获得超声速的机理. 同年, Szikora^[19]通过实验使用 Langmuir 探针测量证明了鞘层玻姆判据理论的正确性, 实验中磁电管的磁场很弱, 离子没有被磁化.

本文建立一个外加斜磁场作用下的碰撞等离子体鞘层模型, 经过理论推导, 得到鞘层的玻姆判据. 然后对所得到的玻姆判据进行分析讨论, 得到玻姆判据的上限和下限. 此外还数值研究了磁场强度、角度以及离子进入鞘层的状态对离子马赫数取值范围的影响. 所得到的结果对理论和实验工作都有一定的参考价值.

2. 鞘层模型和基本方程

首先建立碰撞等离子体鞘层模型, 结构如图 1 所示. 恒定的外加斜磁场位于 $x-z$ 平面内, 与 x 轴的夹角为 θ . 考虑到鞘层的厚度远远小于基板的尺度, 鞘层中的各物理量在 x 轴方向上的变化梯度远大于其他方向上的变化, 可以将等离子体鞘层模型看成是沿 x 轴方向的一维模型. 在鞘边 $x=0$ 处, 取静电

* 国家自然科学基金(批准号:10605008)资助的课题.

[†] E-mail: zouxu@djtu.edu.cn

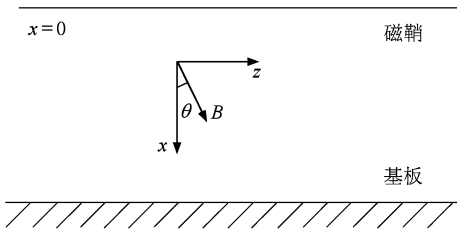


图1 等离子体磁鞘模型示意图

势为零, $\phi = 0$.

假设系统由热平衡的电子和冷的离子组成. 同时假设鞘层中电子遵从玻尔兹曼分布^[16-18]

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right), \quad (1)$$

式中 n_e 是电子的数密度, ϕ 是空间静电势, T_e 是电子温度, 单位为 eV. 冷离子的运动遵从流体的连续性方程和运动方程

$$\nabla \cdot (n_i \mathbf{v}_i) = 0, \quad (2)$$

$$m_i (\mathbf{v}_i \cdot \nabla) \mathbf{v}_i = -e \nabla \phi \hat{x} + e \frac{\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}}{c} - m_i (n_n \sigma v_i) \mathbf{v}_i, \quad (3)$$

式中 n_i , m_i 和 v_i 分别是离子的数密度、质量和速度. n_n 是中性气体密度. σ 是离子与中性粒子间碰撞时传递的动量, $\sigma = \sigma_s (v_i/c_{is})^\beta$ ^[11]. σ_s 是碰撞截面. c_{is} 是离子声速, $c_{is} = (T_e/m_i)^{1/2}$. β 是无量纲化参数, 取值范围为 $-1 \sim 0$. 这个取值范围包含了两种特殊情况: $\beta = 0$ 对应恒定的离子自由程; $\beta = -1$ 对应恒定的离子迁移率.

鞘层中电势满足泊松方程

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi e (n_i - n_e). \quad (4)$$

为了简化, 引入下列无量纲量: $\Phi = -e\phi/T_e$, $\xi = x/\lambda_D$, $\mathbf{u}_i = \mathbf{v}_i/c_{is}$, $N_e = n_e/n_{e0}$, $N_i = n_i/n_{i0}$, $\alpha = \lambda_D n_n \sigma_s$. 这里 ω_{ic} 和 λ_D 分别是离子回旋频率和电子德拜长度, $\omega_{ic} = eB/m_i c$, $\lambda_D = (T_e/4\pi n_{e0} e^2)^{1/2}$. 在鞘边 $x = 0$ 处, 由准中性条件有, $n_{e0} = n_{i0}$. 令 $\hat{B}_0 = -\cos\theta \hat{x} + \sin\theta \hat{z}$, 由(1)~(4)式, 我们可以得到

$$N_e = \exp(-\Phi), \quad (5)$$

$$N_i = \frac{M_i}{u_{ix}}, \quad (6)$$

$$u_{ix} \frac{\partial u_{ix}}{\partial \xi} = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \gamma_i u_{iy} \sin\theta - \alpha u_{ix}^{2+\beta}, \quad (7)$$

$$u_{ix} \frac{\partial u_{iy}}{\partial \xi} = \gamma_i (u_{iz} \cos\theta - u_{ix} \sin\theta) - \alpha u_{iy}^{2+\beta}, \quad (8)$$

$$u_{ix} \frac{\partial u_{iz}}{\partial \xi} = \gamma_i (-u_{iy} \cos\theta) - \alpha u_{iz}^{2+\beta}, \quad (9)$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\xi^2} = N_i - N_e. \quad (10)$$

(6)式中 M_i 为离子马赫数, $M_i = v_{ix0}/c_{is}$. (7)式中 γ_i 为离子回旋频率 ω_{ic} 与离子等离子体频率 ω_{pi} 之比, $\gamma_i = \omega_{ic}/\omega_{pi}$, $\omega_{pi} = (4\pi n_{i0} z^2 e^2/m_i)^{1/2}$.

将(6)式代入(7)式, 并且考虑在鞘边 $x = 0$ 处, $\Phi \rightarrow 0$, $N_i \rightarrow 1$, $d\Phi/d\xi = E_0 \neq 0$, 可得

$$\left. \frac{dN_i}{d\Phi} \right|_{\Phi=0} = -\frac{\gamma_i u_{iy0} \sin\theta - \alpha M_i^{2+\beta}}{M_i^2 E_0} - \frac{1}{M_i^2}. \quad (11)$$

由(5), (10)式可以得到

$$\frac{d^2 \Phi}{d\xi^2} = N_i - \exp(-\Phi) = -\frac{dV(\Phi)}{d\Phi}, \quad (12)$$

(12)式两边积分一次可得塞格捷夫势 $V(\Phi) = -\exp(-\Phi) - \int N_i d\Phi$. (12)式两边微分一次, 在 $\Phi = 0$ 处

$$\left. \frac{d^2 V(\Phi)}{d\Phi^2} \right|_{\Phi=0} = \left[\frac{dN_i}{d\Phi} + \exp(-\Phi) \right] \Big|_{\Phi=0} \geq 0. \quad (13)$$

将(11)式代入(13)式, 得

$$-\frac{\gamma_i u_{iy0} \sin\theta - \alpha M_i^{2+\beta}}{M_i^2 E_0} - \frac{1}{M_i^2} + 1 \geq 0, \quad (14)$$

$$M_i^2 \geq 1 + \frac{\gamma_i u_{iy0} \sin\theta - \alpha M_i^{2+\beta}}{E_0}.$$

在外加斜磁场作用下, 碰撞等离子体的鞘层玻姆判据应由(14)式决定.

3. 分析和讨论

1) 对于无外加磁场的无碰撞鞘层 ($\gamma_i = 0$, $\sin\theta = 0$, $\alpha = 0$), (14)式简化为

$$M_i^2 \geq 1. \quad (15)$$

这就是我们熟悉的无外加磁场的无碰撞等离子体鞘层的玻姆判据, 离子马赫数大于等于1, 说明离子进入鞘层时速度必须大于等于离子声速 c_{is} . 同时说明鞘边必须存在一个加速电场, 使离子获得足够的能量.

2) 对于无外加磁场的碰撞鞘层 ($\gamma_i = 0$, $\sin\theta = 0$, $\alpha \neq 0$), (14)式简化为

$$M_i^2 \geq 1 - \frac{\alpha M_i^{2+\beta}}{E_0}. \quad (16)$$

考虑离子受到的中性拖拽力以及在鞘边 $x = 0$ 处的

边界条件: $\partial u_{ix}/\partial \xi \geq 0, d\Phi/d\xi = E_0 > 0$, 由(7)式可得

$$E_0 - \alpha M_i^{2+\beta} \geq 0. \quad (17)$$

再由(16),(17)式可以得到

当 $\beta = 0$ 时,

$$\left(\frac{E_0}{\alpha + E_0}\right)^{1/2} \leq M_i \leq \left(\frac{E_0}{\alpha}\right)^{1/2};$$

当 $\beta = -1$ 时,

$$\left[\left(1 + \frac{\alpha^2}{4E_0^2}\right)^{1/2} - \frac{\alpha}{2E_0}\right] \leq M_i \leq \frac{E_0}{\alpha}. \quad (18)$$

(18)式即是无外加磁场情况下的碰撞鞘层等离子体鞘层的玻姆判据,Liu^[11]也曾得到过同样的结果.

3)对于有外加磁场情况下的碰撞鞘层($\gamma_i \neq 0, \sin\theta \neq 0, \alpha \neq 0$),分两种情况:如果离子进入鞘层时 y 轴方向的初始速度为零 ($u_{iy0} = 0$), 仍可得到(18)式的结果;如果离子进入鞘层时 y 轴方向的初始速度不为零 ($u_{iy0} \neq 0$), 此时离子是以一定的角度斜入射进入鞘层,同2),经过推导可得

当 $\beta = 0$ 时,

$$\left(\frac{E_0 + \gamma_i u_{iy0} \sin\theta}{\alpha + E_0}\right)^{1/2} \leq M_i \leq \left(\frac{E_0 + \gamma_i u_{iy0} \sin\theta}{\alpha}\right)^{1/2};$$

当 $\beta = -1$ 时,

$$\left[\left(1 + \frac{\alpha^2}{4E_0^2} + \frac{\gamma_i u_{iy0} \sin\theta}{E_0}\right)^{1/2} - \frac{\alpha}{2E_0}\right] \leq M_i \leq \frac{E_0 + \gamma_i u_{iy0} \sin\theta}{\alpha}. \quad (19)$$

对比(18),(19)式可以看出两式的不同取决于三个因数: γ_i, θ 和 u_{iy0} . γ_i 反映了外加斜磁场的强度,其数值主要取决于 B 的大小.

在下面的数值研究中,我们取 $\alpha = 0.134$, 相应的气体压强为 100 mTorr (1 Torr = 1.33322×10^2 Pa), 温度为 290 K.

图2显示了 $\beta = 0$ 时无外加磁场情况下碰撞鞘层的离子马赫数 M_i 的取值范围随鞘边电场强度 E_0 变化的关系曲线. M_i 的下限和上限由(18)式决定, 分别对应图2中实线和短划线. 可见鞘边电场加速离子,对鞘层玻姆判据具有决定性作用.

图3和图4分别显示了 $\beta = 0$ 时外加磁场强度和角度对鞘层玻姆判据的影响. 有外加磁场情况下离子马赫数取值范围由(19)式决定,随着磁场强度增强和磁场角度增大,离子马赫数下限和上限均相应增大,离子马赫数取值范围整体向上移动. 这是由于洛伦兹力的存在影响了离子速度在 x 轴方向上的分量. 如前期工作^[20,21]所述,在洛伦兹力和电场力的共同作

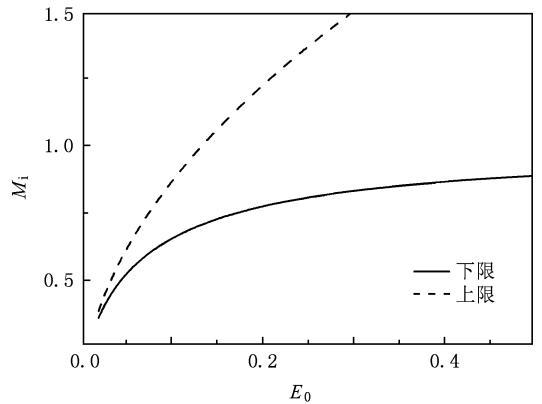


图2 离子马赫数的取值范围随鞘边电场变化的关系曲线

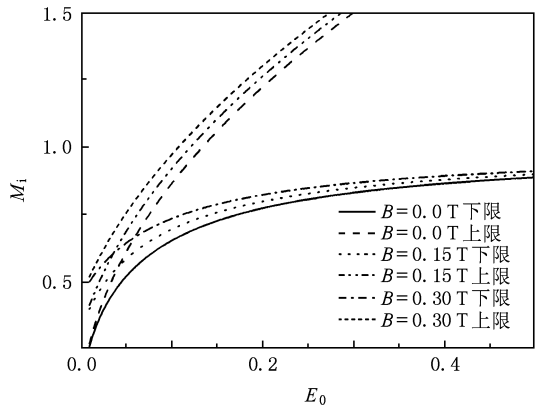


图3 磁场强度对鞘层玻姆判据的影响($\theta = 20^\circ, u_{iy0} = 0.5$)

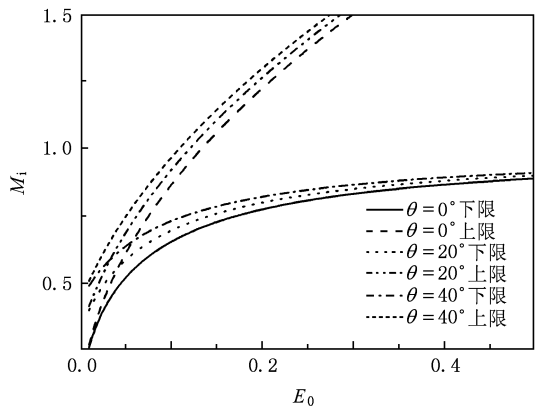


图4 磁场角度对鞘层玻姆判据的影响($B = 0.15 T, u_{iy0} = 0.5$)

用下,离子做螺旋进动.当离子斜入射进入鞘层时,在 x 轴方向上洛伦兹力对离子有加速作用.

图5显示了离子进入鞘层时 y 轴方向的初始速度的取值对鞘层玻姆判据的影响.可见当离子以不同的状态斜入射进入鞘层时,离子马赫数的取值范围也要整体发生移动.在同样的条件下,离子斜

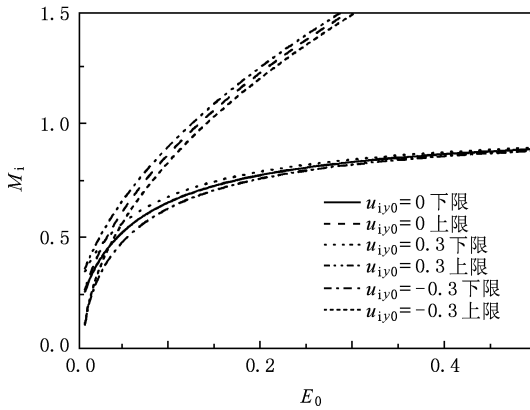


图5 离子 y 轴方向的初始速度对鞘层玻姆判据的影响
($B=0.15\text{ T}, \theta=20^\circ$)

入射进鞘层的方向不同,洛伦兹力对离子在 x 轴方向上可能有加速作用,也可能有减速作用.因此,离子马赫数的取值范围可能整体向上移动,也可能整体向下移动.

4. 结 论

本文建立一个外加斜磁场作用下的碰撞等离子体鞘层模型,研究了鞘层的玻姆判据以及磁场的影响.研究表明:鞘边电场加速离子,对鞘层玻姆判据有决定性作用.鞘层玻姆判据具有上限和下限.磁场强度、角度以及离子进入鞘层时的状态都对离子马赫数的取值范围有影响.

[1] Godyak A V, Sternberg N 1990 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **18** 159
 [2] Riemann K U 1991 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **24** 493
 [3] Riemann K U 1991 *Phys. Fluids B* **3** 3331
 [4] Riemann K U 1994 *Phys. Plasmas* **1** 552
 [5] Valentini H B 1996 *Phys. Plasmas* **3** 1459
 [6] Valentini H B 1996 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **29** 1175
 [7] Riemann K U, Meyer P 1996 *Phys. Plasmas* **3** 4751
 [8] Riemann K U 1997 *Phys. Plasmas* **4** 4158
 [9] Chen X P 1998 *Phys. Plasmas* **5** 804
 [10] Franklin N R, Snell J 2000 *Phys. Plasmas* **7** 3077
 [11] Liu J Y, Wang Z X, Wang X G 2003 *Phys. Plasmas* **10** 3032
 [12] Liu J Y, Wang Z X, Wang X G, Zhang Q, Zou X 2003 *Phys. Plasmas* **10** 3507
 [13] Gu Y P, Ma T C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1196 (in Chinese)

[谷云鹏、马腾才 2003 物理学报 **52** 1196]
 [14] Wang Z X, Liu J Y, Zou X, Liu Y, Wang X G 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 793 (in Chinese)[王正涵、刘金远、邹 秀、刘 悦、王晓钢 2004 物理学报 **53** 793]
 [15] Chodura R 1982 *Phys. Fluids* **25** 1628
 [16] Riemann K U 1994 *Phys. Plasmas* **1** 552
 [17] Stangeby P C 1995 *Phys. Plasmas* **2** 702
 [18] Valsaque F, Manfredi G 2001 *J. Nucl. Mater.* **290-293** 763
 [19] Szikora B 2001 *Vacuum* **61** 397
 [20] Zou X, Liu J Y, Wang Z X, Gong Y, Liu Y, Wang X G 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3409 (in Chinese)[邹 秀、刘金远、王正涵、宫 野、刘 悦、王晓钢 2004 物理学报 **53** 3409]
 [21] Zou X, Liu H P, Gu X E 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5111 (in Chinese)[邹 秀、刘惠平、谷秀娥 2008 物理学报 **57** 5111]

The Bohm criterion for a collisional plasma sheath in an oblique magnetic field^{*}

Zou Xiu[†] Ji Yan-Kun Zou Bin-Yan

(School of Science, Dalian Jiaotong University, Dalian 116028, China)

(Received 5 February 2009; revised manuscript received 18 May 2009)

Abstract

The Bohm criterion for a collisional plasma sheath in an oblique magnetic field is investigated with a two-fluid model. It is shown that the upper and lower limits for the sheath criterion exist. And the range of the ion Mach number depends on the magnetic field and the incidence status of the ions.

Keywords: plasma, sheath, Bohm criterion, magnetic field

PACC: 5240K, 5225, 5265

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10605008).

[†] E-mail: zouxIU@djtu.edu.cn