第 59 卷 第 4 期 2010 年 4 月
1000-3290/2010/59(04)/2217-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 59, No. 4, April, 2010

Kerr-Newman-de Sitter 黑洞辐射谱和熵修正*

张丽春　赵　仁†

(山西大同大学物理系,理论物理研究所,大同　037009)

(2009 年 7 月 9 日收到;2009 年 7 月 29 日收到修改稿)

本文延拓 Damour-Ruffini 方法,研究 Kerr-Newman-de Sitter 黑洞的 Hawking 辐射. 在保持时空中总能量,总角动量和总电荷守恒的条件下,考虑辐射粒子对时空的反作用与黑洞事件视界和宇宙视界的相互关联后,得到了黑洞辐射谱. 此辐射不再是严格的纯热谱与黑洞事件视界和宇宙视界对应 Bekenstein-Hawking 熵变有关. 研究发现其结果仍然符合幺正性原理. 同时给出了黑洞 Bekenstein-Hawking 熵的修正项. 使人们对黑洞热辐射的研究有了进一步的认识.

关键词: Kerr-Newman-de Sitter 黑洞, 能量守恒, Bekenstein-Hawking 熵修正

PACC: 0420, 9760L

1. 引　　言

1974 年 Hawking 发现了黑洞的热辐射[1],这一效应的发现不仅解决了黑洞热力学中当时存在的矛盾,而且深入地揭示了量子力学、热力学与引力之间的内在联系,在黑洞物理学上建立了一个划时代的里程碑. 因此研究黑洞 Hawking 辐射的物理机理,是当前理论物理的热门课题之一. 至今为止,人们提出了许多种计算 Hawking 辐射的方法,其中有 Hawking 方法[1], Damour-Ruffini 方法[2,3], 2000 年 Parikh 和 Wilczek[4] 提出的隧穿法, 2005 年 Robinson 和 Wilczek 提出的协变反常法[5]等. 近几年,人们用各种方法对黑洞的热辐射进行了深入的探讨[6—22],得到黑洞辐射粒子的出射率为

$$\Gamma = \exp[\Delta S], \tag{1}$$

式中 ΔS 为黑洞辐射前后的 Bekenstein-Hawking(B-H)熵差. 所得结果满足幺正性原理,支持信息守恒的结论.

对黑洞 B-H 熵修正值的研究,是当前研究的热点之一,人们通过各种方法探讨黑洞 B-H 熵的修正值[7,13,22—33],大多数人相信 Schwarzschild 黑洞 B-H 熵修正表达式为

$$S = \frac{A}{4G} + \chi \ln \frac{A}{4G}, \tag{2}$$

其中 A 是黑洞视界面积, χ 是无量纲常数. 然而客观地讲黑洞 B-H 熵修正中,对数项的系数准确值尚不清楚. 而对非球对称时空背景下黑洞 B-H 熵修正目前尚未见报道.

本文将文献[13]研究黑洞辐射和熵修正的方法拓展到研究具有普适性的 Kerr-Newman-de Sitter (KNdS)时空的辐射谱与熵修正. 在保持时空总能量,总角动量和总电荷守恒的情况下,考虑辐射对时空的反作用与黑洞事件视界和宇宙视界的相互关联后,得到了一般情况下满足量子力学幺正性原理的 Hawking 辐射谱的结论. 此辐射谱不再是严格的纯热谱与黑洞事件视界和宇宙视界对应 B-H 熵变有关. 并且在计算中得到 KNdS 黑洞 B-H 熵的修正项. 使对黑洞的热辐射有了进一步的认识.

2. Kerr-Newman-de Sitter 黑洞

KNdS 时空线元[34—36]为

$$ds^2 = -\frac{1}{\rho^2}(\Delta_r - \Delta_\theta a^2 \sin^2\theta)dt^2$$

* 山西省自然科学基金(批准号:2006011012)和山西大同大学博士基金资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: zhao2969@sina.com

$$+\frac{\rho^2}{\Delta_r}\mathrm{d}r^2+\frac{\rho^2}{\Delta_\theta}\mathrm{d}\theta^2$$
$$+\frac{1}{\rho^2\Xi^2}[\Delta_\theta(r^2+a^2)-\Delta_r a^2\sin^2\theta]\sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2$$
$$-\frac{2a}{\rho^2\Xi}[\Delta_\theta(r^2+a^2)-\Delta_r]\sin^2\theta\mathrm{d}t\mathrm{d}\phi, \tag{3}$$

其中

$$\rho^2=r^2+a^2\cos^2\theta,$$
$$\Delta_\theta=1+\frac{1}{3}\Lambda a^2\cos^2\theta,$$
$$\Delta_r=(r^2+a^2)\left(1-\frac{1}{3}\Lambda r^2\right)-2Mr+q^2,$$
$$\Xi=1+\frac{1}{3}\Lambda a^2, \tag{4}$$

其中 M,a 和 q 分别是质量,角动量和电荷.

KNdS 时空的视界面方程为

$$\Delta_r=-\frac{1}{3}\Lambda(r-r_c)(r-r_+)(r-r_-)(r-r_{--})=0. \tag{5}$$

当 $\frac{1}{\Lambda}\gg M^2>a^2+Q^2$,方程 $\Delta_r=0$ 有四个实根 r_c,r_+,r_- 和 r_{--},其中 r_c,r_+,r_- 为正,r_{--} 为负. r_c,r_{--} 与 de Sitter 宇宙的视界对应,r_+,r_- 与 Kerr-Newman 黑洞的视界对应.

黑洞视界对应的 Abbott 和 Deser (AD) 能量[34,35,37]

$$E=\frac{M}{\Xi}=\frac{(r_+^2+a^2)(r_+^2-3/\Lambda)-q^2 3/\Lambda}{2\Xi r_+ 3/\Lambda}. \tag{6}$$

黑洞视界对应的 Hawking 辐射温度,B-H 熵和角速度分别为

$$T_+=\frac{1}{4\pi}\frac{\Delta_r'(r_+)}{r_+^2+a^2}$$
$$=-\frac{3r_+^4+r_+^2(a^2-3/\Lambda)+(a^2+q^2)3/\Lambda}{4\pi r_+(r_+^2+a^2)3/\Lambda}, \tag{7}$$
$$S_+=\frac{\pi(r_+^2+a^2)}{\Xi},$$
$$\Omega_+=\frac{a\Xi}{r_+^2+a^2}. \tag{8}$$

黑洞视界对应的热力学量满足热力学第一定律

$$\mathrm{d}E=T_+\mathrm{d}S_++\Omega_+\mathrm{d}J+\phi_+\mathrm{d}Q, \tag{9}$$

式中 J,Q 和 ϕ_+ 分别是角动量、电荷和电势.

$$J=\frac{Ma}{\Xi^2},$$
$$Q=\frac{q}{\Xi}, \tag{10}$$
$$\phi_+=\frac{qr_+}{r_+^2+a^2}.$$

宇宙视界对应的热力学量也满足热力学第一定律

$$\mathrm{d}\tilde{E}=T_c\mathrm{d}S_c+\Omega_c\mathrm{d}J+\phi_c\mathrm{d}Q, \tag{11}$$

式中

$$T_c=\frac{-1}{4\pi}\frac{\Delta_r'(r_c)}{r_c^2+a^2}$$
$$=\frac{3r_c^4+r_c^2(a^2-3/\Lambda)+(a^2+q^2)3/\Lambda}{4\pi r_c(r_c^2+a^2)3/\Lambda}, \tag{12}$$
$$S_c=\frac{\pi(r_c^2+a^2)}{\Xi},$$
$$\Omega_c=\frac{-a\Xi}{r_c^2+a^2},$$
$$J=\frac{Ma}{\Xi^2},$$
$$Q=\frac{q}{\Xi},$$
$$\phi_c=\frac{-qr_c}{r_c^2+a^2}. \tag{13}$$

宇宙视界对应的 Balasubranmanian, de Boer 和 Minic (BBM) 能量

$$\tilde{E}=\frac{-M}{\Xi}=\frac{(r_c^2+a^2)(r_c^2-3/\Lambda)-q^2 3/\Lambda}{2\Xi r_c 3/\Lambda}. \tag{14}$$

3. Klein-Gordon 方程与 Tortoise 坐标变换

弯曲时空中带电粒子的 Klein-Gordon 方程为

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\left[\left(\frac{\partial}{\partial x^\mu}-\mathrm{i}eA_\mu\right)\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\times\left(\frac{\partial}{\partial x^\nu}-\mathrm{i}eA_\nu\right)\Phi\right]-\mu_0^2\Phi=0, \tag{15}$$

其中 μ_0 为标量粒子的质量,e 为粒子的电荷. 对时空线元(3),方程(15)化为

$$\frac{1}{\Delta_r\Delta_\theta}[\Delta_\theta(r^2+a^2)^2-\Delta_r a^2\sin^2\theta]\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}$$
$$+2\mathrm{i}\frac{eqr}{\Delta_r}\left[a\Xi\frac{\partial}{\partial\phi}+(r^2+a^2)\frac{\partial}{\partial t}\right]\Phi$$
$$-\frac{\Xi^2}{\Delta_r\Delta_\theta\sin^2\theta}(\Delta_r-\Delta_\theta a^2\sin^2\theta)\frac{\partial^2\Phi}{\partial\phi^2}$$
$$+\frac{2\Xi a}{\Delta_r\Delta_\theta}[\Delta_\theta(r^2+a^2)-\Delta_r]\frac{\partial^2\Phi}{\partial t\partial\phi}$$
$$-\frac{\partial}{\partial r}\Delta_r\frac{\partial\Phi}{\partial r}-\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\Delta_\theta)\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}$$

$$= \left[-\mu_0^2\rho^2 + e^2q^2r^2 \frac{1}{\Delta_r} \right] \Phi. \tag{16}$$

此方程可分离变量 t 和 (r,θ)，令

$$\Phi(t,r,\theta,\phi) = e^{-i\omega t} e^{im\phi} \psi(r,\theta), \tag{17}$$

则方程(16)化为

$$\begin{aligned}
& -\omega^2 \frac{1}{\Delta_r\Delta_\theta}[\Delta_\theta(r^2+a^2)^2 - \Delta_r a^2\sin^2\theta]\psi \\
& + 2\frac{eqr}{\Delta_r}[(r^2+a^2)\omega - a\Xi m]\psi \\
& + m^2 \frac{\Xi^2}{\Delta_r\Delta_\theta \sin^2\theta}(\Delta_r - \Delta_\theta a^2\sin^2\theta)\psi \\
& + m\omega \frac{2\Xi a}{\Delta_r\Delta_\theta}[\Delta_\theta(r^2+a^2) - \Delta_r]\psi \\
& - \frac{\partial}{\partial r}\Delta_r \frac{\partial\psi}{\partial r} - \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\Delta_\theta)\frac{\partial\psi}{\partial\theta} \\
= & \left[-\mu_0^2\Sigma + e^2q^2r^2\frac{1}{\Delta_r} \right]\psi.
\end{aligned} \tag{18}$$

为使分离变量后的径向方程化为适合 Wentzel-Kramers-Brillouin(WKB)求解的 $\frac{dy}{dx} + f(x)y = 0$ 形式. 令

$$\psi = \frac{\chi(\theta)R(r)}{(r^2+a^2)^{1/2}}. \tag{19}$$

则(18)式可化为

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\Delta_\theta)\frac{\partial}{\partial\theta}\chi(\theta) \\
= & \left[\frac{1}{\Delta_\theta}\left(\omega a\sin\theta - \frac{m\Xi}{\sin\theta}\right)^2 \right. \\
& \left. + \mu_0 a^2\cos^2\theta - \lambda \right]\chi(\theta),
\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dr}\Delta_r \frac{d}{dr}\left(\frac{R(r)}{(r^2+a^2)^{1/2}}\right) \\
= & \left[\lambda + \mu_0^2 r^2 - \frac{1}{\Delta_r}[\omega(r^2+a^2) \right. \\
& \left. - am\Xi - eqr]^2 \right] \frac{R(r)}{(r^2+a^2)^{1/2}}.
\end{aligned} \tag{21}$$

其中 λ 为分离变量常数，ω 为辐射粒子能量，m 为辐射粒子角动量在转动轴上的投影，e 为辐射粒子所带电荷. 令 $K = (r^2+a^2)\omega - am\Xi - eqr$，(21)式可化为

$$\begin{aligned}
& \Delta_r \frac{d^2}{dr^2}\left(\frac{R(r)}{(r^2+a^2)^{1/2}}\right) \\
& + 2\left(r - \frac{2}{3}\Delta r^3 - \frac{1}{3}\Delta ra^2 - M\right) \\
& \times \frac{d}{dr}\left(\frac{R(r)}{(r^2+a^2)^{1/2}}\right) \\
= & \left[\lambda + \mu_0^2 r^2 - \frac{K^2}{\Delta_r} \right] \frac{R(r)}{(r^2+a^2)^{1/2}}.
\end{aligned} \tag{22}$$

当黑洞辐射能量 ω，电荷为 e，角动量为 m 的粒子后，时空线元(3)中的 M 用 $M-\omega$ 替代，q 用 $q-e$ 替代，J 用 $J-m$ 替代，Δ_r 用 $\Delta_{r,\omega}$ 替代. 由此，当考虑辐射对时空的反作用后，我们定义 Tortoise 坐标变换为[38]

$$dr_* = \frac{r^2+a_\omega^2}{\Delta_{r,\omega}(r, M-\omega, J-m, q-e)}dr, \tag{23}$$

其中 $a_\omega = \frac{J-m}{M-\omega}$. 方程(22)化为

$$\frac{d^2R(r)}{dr_*^2} + \left(\frac{K^2}{(r^2+a_\omega^2)^2} - \frac{\Delta_{r,\omega}}{(r^2+a_\omega^2)^2}U(r) \right) R(r) = 0, \tag{24}$$

其中

$$\begin{aligned}
U(r) = & \lambda + \mu_0^2 r^2 + \frac{\Delta'_{r,\omega} r}{r^2+a_\omega^2} \\
& + \Delta_{r,\omega}(r^2+a_\omega^2)\frac{d}{dr}\left(\frac{r}{(r^2+a_\omega^2)^{1/2}}\right).
\end{aligned}$$

4. 辐射谱与 B-H 熵修正

设 r_ω 满足 $\Delta_{r,\omega}(r_\omega) = 0$. 由此(24)式在 $r = r_\omega$ 附近化为

$$\frac{d^2R(r)}{dr_*^2} + (\omega - \omega_0)^2 R(r) = 0, \tag{25}$$

其中 $\omega_0 = m\Omega_\omega + e\phi_\omega$，$\Omega_\omega = \frac{a_*\Xi_\omega}{r_\omega^2 + a_*^2}$，$\phi_\omega = \frac{qr_\omega}{r_\omega^2+a_*^2}$.

方程(25)的解为

$$R(r) = e^{\pm i(\omega-\omega_0)r_*}, \tag{26}$$

所以，径向波解为

$$\Psi = e^{-i\omega t \pm i(\omega-\omega_0)r_*}. \tag{27}$$

令 $\hat{r} = \frac{\omega-\omega_0}{\omega}r_*$，得到 $r = r_\omega$ 表面处的入射波解

$$\Psi_{in} = e^{-i\omega(t+\hat{r})} = e^{-i\omega v}, \tag{28}$$

和出射波解

$$\begin{aligned}
\Psi_{out}(r > r_{\omega m}) &= e^{-i\omega(t-\hat{r})} = e^{-i\omega v}e^{2i\omega\hat{r}} \\
&= e^{-i\omega v}e^{2i(\omega-\omega_0)r_*}.
\end{aligned} \tag{29}$$

式中 $v = t + \hat{r}$ 为 Eddington-Finkelstein 坐标，由(23)式知，在 $r = r_\omega$ 附近

$$\ln(r - r_\omega) = \frac{\Delta'_{r,\omega}(r_\omega)}{r_\omega^2 + a_*^2}r_* = \kappa_\omega r_*. \tag{30}$$

$$r - r_\omega = \exp(\kappa_\omega r_*), \tag{31}$$

于是出射波解可改写为

$$\Psi_{\text{out}}(r>r_\omega)=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega v}(r-r_\omega)^{\mathrm{i}2(\omega-\omega_0)/\kappa_\omega}. \quad (32)$$

按照文献[11—13,18,19]的方法,对(32)式解析延拓后,可得黑洞辐射能量为 ω,所带电荷为 e,角动量为 m 粒子的出射波,在 $r=r_\omega$ 面上的出射率为

$$\Gamma_{+\omega}=\left|\frac{\Psi_{\text{out}}(r>r_\omega)}{\Psi_{\text{out}}(r<r_\omega)}\right|^2=\mathrm{e}^{-4\pi(\omega-\omega_0)/\kappa_\omega}. \quad (33)$$

由于黑洞辐射能量为 ω,所带电荷为 e,角动量为 m 的过程是一积分过程[11,13,18],即 $\omega=\int_0^\omega \mathrm{d}\omega'$,$e=\int_0^e \mathrm{d}e'$,$m=\int_0^m \mathrm{d}m'$. 所以黑洞辐射能量为 ω,所带电荷为 e,角动量为 m 粒子的出射率为

$$\begin{aligned}&\Gamma_+(i\to f)\\&=\prod_i \Gamma_{\omega_i}\\&=\exp\left[-\int_0^\omega\frac{4\pi\mathrm{d}\omega'}{\kappa_{\omega'}}+\int_0^m\frac{\Omega_{\omega'}dm'}{\kappa_{\omega'}}+\int_0^e\frac{\varphi_{\omega'}\mathrm{d}e'}{\kappa_{\omega'}}\right]\\&=\mathrm{e}^{\Delta S_+}.\end{aligned} \quad (34)$$

其中 ΔS_+ 为黑洞视界对应的 B-H 熵差.

同理,在宇宙视界 r_c 附近求解方程(24). 然后用相似的方法经过类似的计算过程,可得能量为 ω,所带电荷为 e,角动量为 m 粒子的出射波,在宇宙视界面上的出射率为

$$\Gamma_{\mathrm{c}\omega}=\left|\frac{\Psi_{\text{out}}(r<r_{\mathrm{c}\omega})}{\Psi_{\text{out}}(r>r_{\mathrm{c}\omega})}\right|^2=\mathrm{e}^{2\pi(\omega+\omega_\mathrm{c})/\kappa_{\mathrm{c}\omega}}. \quad (35)$$

其中

$$\omega_\mathrm{c}=m\Omega_{\mathrm{c}\omega}+e\phi_{\mathrm{c}\omega},$$

$$\Omega_{\mathrm{c}\omega}=\frac{a_*\Xi_{\mathrm{c}\omega}}{r_{\mathrm{c}\omega}^2+a_\omega^2},$$

$$\varphi_{\mathrm{c}\omega}=\frac{qr_{\mathrm{c}\omega}}{r_{\mathrm{c}\omega}^2+a_\omega^2},$$

$$\begin{aligned}&\Gamma_\mathrm{c}(i\to f)\\&=\prod_i \Gamma_{\mathrm{c}\omega_i}\\&=\exp\left[\int_0^\omega\frac{4\pi\mathrm{d}\omega'}{\kappa_{\mathrm{c}\omega'}}+\int_0^m\frac{\Omega_{\mathrm{c}\omega'}\mathrm{d}m'}{\kappa_{\mathrm{c}\omega'}}+\int_0^e\frac{\phi_{\mathrm{c}\omega'}\mathrm{d}e'}{\kappa_{\mathrm{c}\omega'}}\right]\\&=\mathrm{e}^{\Delta S_\mathrm{c}}.\end{aligned} \quad (36)$$

式中 ΔS_c 为宇宙视界对应的 B-H 熵差.

由于 KNdS 黑洞具有事件视界和宇宙视界, 对于 de Sitter 时空,不仅黑洞事件视界具有辐射,而且宇宙视界也有粒子的辐射,并且描述两视界的态参量相同,所以两视界的辐射是互相关联的. 对此类黑洞辐射谱的讨论不能单独考虑某一视界的辐射,必须考虑两视界的关联性[19]. 当考虑到两视界的关联性后, 将 KNdS 黑洞看作一热力学系统,此系统辐射能量为 ω,所带电荷为 e,角动量为 m 粒子的出射率为

$$\Gamma=\Gamma_+\Gamma_\mathrm{c}=\mathrm{e}^{\Delta S_++\Delta S_\mathrm{c}}. \quad (37)$$

在以上计算辐射率的(33)和(35)式中,我们没有考虑(19)式中的因子 $1/(r^2+a^2)^{1/2}$. 考虑这一因子后,黑洞辐射能量为 ω,电荷为 e,角动量为 m 的粒子的出射率关系式(34)和(36)应修改为

$$\begin{aligned}\Gamma_+(\mathrm{i}\to\mathrm{f})&=\frac{r_\mathrm{i}^2+a_\mathrm{i}^2}{r_\mathrm{f}^2+a_\mathrm{f}^2}\mathrm{e}^{\Delta S_+}\\&=\exp\left[\left(\frac{A_{+\mathrm{f}}}{4}-\ln\frac{A_{+\mathrm{f}}}{4}\right)\right.\\&\quad\left.-\left(\frac{A_{+\mathrm{i}}}{4}-\ln\frac{A_{+\mathrm{i}}}{4}\right)\right],\end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned}\Gamma_\mathrm{c}(\mathrm{i}\to\mathrm{f})&=\frac{r_\mathrm{i}^2+a_\mathrm{i}^2}{r_\mathrm{f}^2+a_\mathrm{f}^2}\mathrm{e}^{\Delta S_\mathrm{c}}\\&=\exp\left[\left(\frac{A_{\mathrm{cf}}}{4}-\ln\frac{A_{\mathrm{cf}}}{4}\right)\right.\\&\quad\left.-\left(\frac{A_{\mathrm{ci}}}{4}-\ln\frac{A_{\mathrm{ci}}}{4}\right)\right],\end{aligned} \quad (39)$$

这样得到 B-H 熵的一阶修正表达式为

$$S_\mathrm{B}=\frac{A_+}{4}-\ln\frac{A_+}{4}, \quad (40)$$

式中 A_+ 和 A_c 分别对应黑洞的视界面积和宇宙视界面积.

将(40)与(2)式对比,可知(2)式中的 $\chi=-1$. 由此我们给出了具有普适意义的带电轴对称黑洞 B-H 熵修正项.

5. 结 论

在考虑能量守恒和自引力相互作用的前提下,本文拓展证明 Hawking 辐射经典的 Damour-Ruffini 方法,研究了 KNdS 黑洞的辐射谱. 在考虑辐射对时空反作用的基础上,用新定义的 tortoise 坐标探讨黑洞视界与宇宙视界的辐射,给出考虑两视界相互关联性的辐射谱. 结果与 Parikh 和 Wilczek 等及其他人后来的工作完全一致,满足量子力学的幺正性原理. 由于在我们的计算中,考虑到使分离变量后的径向方程化为适合 WKB 求解的 $\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}+f(x)y=0$ 形式,从而在分离变量(19)式中引入因子 $(r^2+a^2)^{-1/2}$,这一因子的引入使我们自然得到黑洞 B-H

熵的修正项.而人们对黑洞辐射谱的研究大多应用 WKB 求解,但在计算中恰恰忽略了考虑 $(r^2+a^2)^{-1/2}$ 这一因子,故所得到结论有待进一步深入的研究.

[1] Hawking S W 1975 *Commun. Math. Phys.* **43** 199

[2] Damour T, Ruffini R 1976 *Phys. Rev.* D **14** 332

[3] Sannan S 1988 *Gen. Rel. Grav.* **20** 239

[4] Parikh M K, Wilczek F 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 5042

[5] Robison S P, Wilczek F 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 011313

[6] Jiang Q Q, Wu S Q, Cai X 2007 *Phys. Rev.* D **75** 064029

[7] Zhang J Y 2008 *Phys. Lett.* B **668** 353

[8] Li R, Ren J R 2008 *Phys. Lett.* B **661** 370

[9] Lin K, Yang S Z 2009 *Phys. Lett.* B **674** 127

[10] Lin K, Yang S Z 2009 *Phys. Rev.* D **79** 064035

[11] Zhou S W, Liu W B 2008 *Phys. Rev.* D **77** 104021

[12] Zhao R, Wu Y Q, Zhang L C, Li H F 2009 *Eur. Phys. J.* C **60** 685

[13] Zhang L C, Wu Y Q, Li H F, Zhao R 2009 *Europhys. Lett.* **86** 59002

[14] Chen D Y, Jiang Q Q, Z X T 2008 *Phys. Lett.* B **665** 106

[15] Li H L, Jiang Q Q, Yang S Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 539 (in Chinese)[李慧玲、蒋青权、杨树政 2006 物理学报 **55** 539]

[16] Zhang J Y,Zhao Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3796 (in Chinese)[张靖仪、赵 峥 2006 物理学报 **55** 3796]

[17] Jiang Q Q, Wu S Q, Cai X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3083 (in Chinese)[蒋青权、吴双清、蔡 勖 2007 物理学报 **56** 3083]

[18] Liu W B 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6164 (in Chinese)[刘文彪 2007 物理学报 **56** 6164]

[19] Zhao R, Zhang L C, Li H F 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7463 (in Chinese)[赵 仁、张丽春、李怀繁 2008 物理学报 **57** 7463]

[20] Hu Y P, Zhang J Y, Zhao Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 683 (in Chinese)[胡亚鹏、张靖仪、赵 峥 2007 物理学报 **56** 683]

[21] Hu S Q, Zhang L C, Zhao R 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6798 (in Chinese)[胡双启、张丽春、赵 仁 2009 物理学报 **58** 6798]

[22] Chatterjee B, Mitra P 2009 *Phys. Lett.* B **675**

[23] Medved A J M, Vagenas E C 2004 *Phys. Rev.* D **70** 124021

[24] Chatterjee A, Majumdar P 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 141301

[25] Kaul R K, Majumdar P 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 5255

[26] Camellia G A, Arzano M, Procaccini A 2004 *Phys. Rev.* D **70** 107501

[27] Chatterjee A, Majumdar P 2005 *Phys. Rev.* D **71** 024003

[28] Zhao R, Zhang S L 2006 *Phys. Lett.* B **641** 318

[29] Zhao R, Zhang S L 2006 *Phys. Lett.* B **641** 208

[30] Banerjee R, Majhi B R 2008 *J. High Energ. Phys.* **0806** 095

[31] Banerjee R, Majhi B. R 2008 *Phys. Lett.* B **662** 62

[32] Zhang L C, Wu Y Q, Zhao R 2008 *Sci. Chin. Ser.* G **51** 11214

[33] Modak S K 2009 *Phys. Lett.* B **671** 167

[34] Setare M R, Altaie M B 2003 *Eur. Phys. J.* C **30** 273

[35] Cai R G 2002 *Nucl. Phys.* B **628** 375

[36] Li H F, Zhang S L, Wu Y Q, Zhang L C, Zhao R 2009 *Eur. Phys. J.* C **63** 133

[37] Dehghani M H, Khajehazad H 2003 *Can. J. Phys.* **81** 1363

[38] Kodama H, Konoplya R A, Zhidenko A 2009 *Phys. Rev.* D **79** 044003

Radiation spectrum of Kerr-Newman-de Sitter black hole and correction to its entropy*

Zhang Li-Chun Zhao Ren†

(*Institute of Theoretical Physics*; *Department of Physics*, *Shanxi Datong University*, *Datong* 037009, *China*)

(Received 9 July 2009; revised manuscript received 29 July 2009)

Abstract

We extend the Damour-Ruffini method and discuss Hawking radiation of Kerr-Newman-de Sitter black hole. Under the condition that the total energy and angular momentum of spacetime are conserved, taking the reaction of the radiation of particles to the spacetime into consideration and considering the interrelation between the black hole event horizon and the cosmological horizon, we obtain the black hole radiation spectrum. This radiation is no longer a strictly pure thermal spectrum. It is related to the change in Bekenstein-Hawking(B-H) entropy corresponding to black hole event horizon and the cosmological horizon. It is shown that the result satisfies the unitary principle. We also derive the correction term of B-H entropy. It leads to a new understanding of thermal radiation of the black hole.

Keywords: Kerr-Newman-de Sitter black hole, energy conservation, correction to Bekenstein-Hawking entropy

PACC: 0420, 9760L

* Project supported by the Natural Science Foundation of Shanxi Province, China (Grant No. 2006011012) and the Doctoral Sustentation Fund of Shanxi Datong University, China.

† Corresponding author. E-mail: zhao2969@sina.com