第 59 卷 第 4 期 2010 年 4 月
1000-3290/2010/59(04)/2223-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 59, No. 4, April, 2010

高维 de Sitter 时空中宇宙视界处的 Fermi 子隧穿*

林 恺† 杨树政

(西华师范大学理论物理研究所,南充 637002)

(2009 年 3 月 12 日收到;2009 年 8 月 6 日收到修改稿)

运用半经典近似理论,本文研究了来自静态高维 de Sitter 时空和高维 Schwarzschild-de Sitter 时空宇宙视界处的 Fermi 子隧穿辐射.在文中,描述 1/2 自旋粒子行为的 Dirac 方程被简化为一个简单的形式,接着运用方程组有非平凡解的条件,可以得到了半经典的 Hamilton-Jacobi 方程,从而使得问题大大得以简化,最终得到了静态 de Sitter 时空中宇宙视界处的 Fermi 子隧穿率和 Hawking 温度.

关键词: de Sitter 时空, 宇宙视界, Dirac 方程, Hawking 辐射
PACC: 0470, 9760L

1. 引 言

基于 Hawking 于 1974 年对黑洞的研究[1],在考虑量子效应后,人们认为黑洞可能会产生一种热辐射.有关 Hawking 辐射的研究已经成为黑洞物理研究的前沿热点课题之一[2—17].近来,Kraus,Parikh 和 Wilczek 等[18,19]提出了一种半经典的隧穿理论去研究黑洞的 Hawking 辐射.在该理论中,Hawking 辐射被视为一种隧穿过程,运用 WKB 近似,人们可以得出隧穿粒子从黑洞视界内到视界外的隧穿率为 $\Gamma \propto \exp(-2ImS)$(这里 S 是经典作用量以 $\hbar$ 展开的第一项).运用这一理论研究者们对各类黑洞进行了研究[20—27].随后,Kerner 和 Mann 提出一种研究自旋为 1/2 的 Fermi 子的粒子的 Hawking 辐射的方法[28,29].在他们的研究中,研究者将 Fermi 子波函数分为自旋向上和自旋向下两种情况,接着对波函数的作用量进行分解,然后将其带入 Dirac 方程,在保留到 $\hbar$ 的一阶近似时,得到了一个较简单的方程组,然后研究径向的作用量方程,得到了入射和出射的作用量的解,并由这两个解得到了 Dirac 粒子的隧穿率,进而可以确定 Dirac 粒子的隧穿的 Hawking 温度.他们用这一方法成功的解决了静态黑洞和旋转带电黑洞的 Fermi 子隧穿问题.随后,陈德友等[30,31]用这一方法研究了来自带电黑洞和 de Sitter 视界处的隧穿辐射,李然等研究了来自 BTZ 黑洞和 Kerr 黑洞的隧穿行为[32,33],我们则对芬斯勒黑洞以及动态黑洞情形进行了深入的研究[34—36],蒋青权等[37,38]对来自五维黑洞的 Fermi 子隧穿行为进行了研究.

在现代宇宙学和引力理论中,对宇宙视界的研究越来越得到人们的关注.主要原因是近来宇宙学的观测结果显示宇宙学常数可能是正的,另外在 de Sitter 共形场论中宇宙视界有着很重要的地位.另一方面,随着理论物理的研究的深入,人们已经发现越来越多的理论上的困难,特别是在建立统一理论的过程中,各种困难暗示着对这些问题的解决需要一种物理概念上的突破.在弦论中四维时空是无法满足其理论要求的;在 Ads/CFT 理论中人们可以对高维黑洞进行研究.所以现代物理理论已经普遍的提出和研究了各种高维时空,高维时空理论的引入可能会对我们整个物理理论的进展起着至关重要的作用.所以对高维黑洞宇宙视界处的 Fermi 子隧穿行为的研究也具有重要的意义.

然而,由于 Dirac 方程本身的复杂性,用传统的 Fermi 子隧穿理论对任意维时空的视界处的 Fermi 子隧穿辐射行为进行研究却存在着很大的困难,这主要是因为在任意维时空中,γ 矩阵的阶数可能十分大,这样我们将面临一个 N 元方程组的 Dirac 方程,解这样一个 Dirac 方程是很麻烦的.为了研究高维黑洞事件视界处的 Fermi 子隧穿行为,我们对传

* 国家自然科学基金(批准号:10773008)资助的课题.

† E-mail: lk314159@126.com

统的半经典 Fermi 子隧穿理论进行改进并提出了 Hamilton-Jacobi 方法解 Fermi 子隧穿的方法[39—41]. 本文将研究静态高维时空宇宙视界处的 Fermi 子隧穿辐射. 首先,我们将作用量带入高维 Dirac 方程,并运用半经典理论将 Dirac 方程化简,然后用方程组有非平凡解这一条件得到高维时空中的 Hamilton-Jacobi 方程. 接着,对这一个方程在宇宙视界处积分,最终得到高维黑洞宇宙视界处的隧穿率和温度,并就高维 de Sitter 和 Schwarzschild-de Sitter 时空宇宙视界处的 Fermi 子隧穿辐射特性进行研究.

2. 高维 de Sitter 时空宇宙视界处的 Fermi 子遂穿

$(n+2)$维的纯 de Sitter 时空的度规可以表示为[42,43]

$$\mathrm{d}s^2 = -f(r)\mathrm{d}t^2 + f^{-1}(r)\mathrm{d}r^2 + r^2\mathrm{d}\Omega_n^2, \tag{1}$$

其中

$$f(r) = 1 - \frac{r^2}{l^2}. \tag{2}$$

这里的 V_n 是线元为 $\mathrm{d}\Omega_n^2$ 的 n 维超球面的体积,l 是 de Sitter 空间的曲率半径. 其宇宙视界面的位置是 $r_c = l$,显然,宇宙视界位置满足方程 $f(r_c) = 0$. 我们现在研究这一黑洞视界处的 Hawking 隧穿辐射,从(1)和(2)式,可以发现,所研究的这一个时空并不是很复杂的,然而由于高维 Dirac 方程本身的复杂性,在这一时空中解 Dirac 方程却是很麻烦的. 在这个弯曲时空中,高维的 Dirac 方程是

$$\gamma^\mu D_\mu \boldsymbol{\Psi} + \frac{m}{\hbar}\boldsymbol{\Psi} = 0 \qquad (\mu = 1,2,3,\cdots,n+2), \tag{3}$$

其中

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{\mathrm{i}}{2}\boldsymbol{\Gamma}^{\alpha\beta}{}_{\mu}\boldsymbol{\Pi}_{\alpha\beta}, \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\Pi}_{\alpha\beta} = \frac{\mathrm{i}}{4}[\boldsymbol{\gamma}^\alpha, \boldsymbol{\gamma}^\beta]. \tag{5}$$

这里的弯曲时空中的 $\boldsymbol{\gamma}$ 矩阵需要满足

$$\{\boldsymbol{\gamma}^\mu, \boldsymbol{\gamma}^\nu\} = 2g^{\mu\nu}\boldsymbol{I}. \tag{6}$$

为了满足 $n+2$ 个维度的需要,我们首先可以把 $n+2$ 维的平直时空的 $\boldsymbol{\gamma}$ 矩阵选择为

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}^1_{m\times m} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{I}_{\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}} & 0 \\ 0 & -\boldsymbol{I}_{\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}} \end{pmatrix}, \tag{7}$$

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}^2_{m\times m} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{I}_{\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}} \\ \boldsymbol{I}_{\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}} & 0 \end{pmatrix}, \tag{8}$$

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}^l_{m\times m} = \begin{pmatrix} 0 & \mathrm{i}\hat{\boldsymbol{\gamma}}^{l-2}_{\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}} \\ -\mathrm{i}\hat{\boldsymbol{\gamma}}^{l-2}_{\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}} & 0 \end{pmatrix}, 3 \leqslant l \leqslant n+2, \tag{9}$$

它们满足反对易关系 $\{\hat{\boldsymbol{\gamma}}^\mu, \hat{\boldsymbol{\gamma}}^\nu\} = 2\delta_{\mu\nu}\boldsymbol{I}$. 其中,$\boldsymbol{I}_{\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}}$ 是 $\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}$ 阶单位矩阵,而 0 是 $\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}$ 阶零矩阵,$\hat{\boldsymbol{\gamma}}^{v}_{\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}}$ 表示 $\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}$ 阶的第 $\boldsymbol{v}$ 个 $\boldsymbol{\gamma}$ 矩阵,这里 $m = 2^{(n+2)/2}$ ($m = 2^{(n+1)/2}$) 是偶数维(奇数维)时空的 $\boldsymbol{\gamma}$ 矩阵的阶数. 基于如上我们选择的平直时空的 $\boldsymbol{\gamma}$ 矩阵,我们可以把$(n+2)$维的 de Sitter 时空中的 $\boldsymbol{\gamma}$ 矩阵选为

$$\boldsymbol{\gamma}^t_{m\times m} = \frac{\mathrm{i}}{\sqrt{f}}\hat{\boldsymbol{\gamma}}^1_{m\times m}, \tag{10}$$

$$\boldsymbol{\gamma}^r_{m\times m} = \sqrt{f}\hat{\boldsymbol{\gamma}}^2_{m\times m}, \tag{11}$$

$$\boldsymbol{\gamma}^\eta_{m\times m} = \sqrt{g^{\eta\eta}}\hat{\boldsymbol{\gamma}}^l_{m\times m}. \tag{12}$$

这里的 $g^{\eta\eta}$ 表示这一时空中角度项和额外维项的逆变度规. 考虑方程(3)的旋量解可以写为

$$\boldsymbol{\Psi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{\frac{m}{2}\times 1}(t, r\cdots x^\eta\cdots) \\ \boldsymbol{B}_{\frac{m}{2}\times 1}(t, r\cdots x^\eta\cdots) \end{bmatrix} \mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}}{\hbar}S(t,r,\cdots,x^\eta,\cdots)}, \tag{13}$$

其中 $\boldsymbol{A}_{\frac{m}{2}\times 1}(t,r,\cdots,x^\eta,\cdots)$ 和 $\boldsymbol{B}_{\frac{m}{2}\times 1}(t,r,\cdots,x^\eta,\cdots)$ 是 $\frac{m}{2}\times 1$ 个函数的列矩阵. 这样把(13)式代入(3)式,在视界附近,精确到 $\hbar$ 的第一阶,可得

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{C} & \boldsymbol{D} \\ \boldsymbol{E} & \boldsymbol{F} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{A}_{\frac{m}{2}\times 1} \\ \boldsymbol{B}_{\frac{m}{2}\times 1} \end{pmatrix} = 0, \tag{14}$$

其中

$$\boldsymbol{C} = -\frac{1}{\sqrt{f}}\frac{\partial S}{\partial t}\boldsymbol{I}_{\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}} + m\boldsymbol{I}_{\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}}, \tag{15}$$

$$\boldsymbol{D} = \mathrm{i}\sqrt{f}\frac{\partial S}{\partial r}\boldsymbol{I}_{\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}} - \sum_\eta \sqrt{g^{\eta\eta}}\frac{\partial S}{\partial x^\eta}\hat{\boldsymbol{\gamma}}^{l-2}_{\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}}, \tag{16}$$

$$\boldsymbol{E} = \mathrm{i}\sqrt{f}\frac{\partial S}{\partial r}\boldsymbol{I}_{\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}} + \sum_\eta \sqrt{g^{\eta\eta}}\frac{\partial S}{\partial x^\eta}\hat{\boldsymbol{\gamma}}^{l-2}_{\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}}, \tag{17}$$

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{\sqrt{f}}\frac{\partial S}{\partial t}\boldsymbol{I}_{\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}} + m\boldsymbol{I}_{\frac{m}{2}\times\frac{m}{2}}, \tag{18}$$

利用代入法求解线性方程组(14),我们可以得到

$$(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{F}\boldsymbol{D}^{-1}\boldsymbol{C})\boldsymbol{A}_{\frac{m}{2}\times 1} = 0, \tag{19}$$

$$(\boldsymbol{F} - \boldsymbol{E}\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{D})\boldsymbol{B}_{\frac{m}{2}\times 1} = 0. \tag{20}$$

很显然,如果我们希望 $\mathrm{A}_{\frac{m}{2}\times 1}$ 和 $\mathrm{B}_{\frac{m}{2}\times 1}$ 存在非平凡解,就需要以上两式的系数分别为零. 从(19)和(20)式

不难看出，其系数为零的两个方程是等价的．这里要注意 $\boldsymbol{D},\boldsymbol{C},\boldsymbol{E},\boldsymbol{F}$ 都是矩阵，因此其乘法交换率并不是必然成立的，但由我们选取的 $\boldsymbol{\gamma}$ 矩阵组成的 $\boldsymbol{D}$,，$\boldsymbol{C}$ 却满足对易关系 $[\boldsymbol{D},\boldsymbol{C}]=0$，所以我们可以把方程组（14）式存在非平凡解的条件写为

$$\boldsymbol{ED}-\boldsymbol{FC}=0. \tag{21}$$

运用平直时空中 $\boldsymbol{\gamma}$ 矩阵的反对易关系，我们可以把上式具体写为

$$-\frac{1}{f}\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2+f\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2+\cdots+g^{\eta\eta}\left(\frac{\partial S}{\partial x^\eta}\right)^2+\cdots+m^2=0. \tag{22}$$

显然，这是质量为 m 的 Fermi 子在（1）式表示的高维弯曲时空中的半经典的运动方程，此即这一高维时空中的 Hamilton-Jacobi 方程，从以上计算我们发现，在半经典理论中从 Fermi 子方程也可以推出 Hamilton-Jacobi 方程，这充分说明 Hamilton-Jacobi 方程是半经典理论中的一个描述粒子运动的基本方程．接着，考虑到（1）和（22）式，我们把作用量分解为

$$S=-\omega t+R(r)+Y(\cdots,x^\eta,\cdots). \tag{23}$$

这样（22）式可以分解为

$$-\frac{1}{f}\omega^2+f\left(\frac{\partial R}{\partial r}\right)^2+m^2=\frac{\lambda}{r^2}, \tag{24}$$

$$\sum_\eta r^2g^{\eta\eta}\left(\frac{\partial Y}{\partial x^\eta}\right)^2+\lambda=0, \tag{25}$$

其中（24）式是径向方程，而（25）式是关于角度项和额外维度项的方程，其中 λ 是常数．然而，在（25）式必须为真的前提下，我们并不关心（25）式以及 λ 的具体形式．因为黑洞的 Hawking 辐射是黑洞的径向行为，所以根据（24）式可以得到

$$\frac{\mathrm{d}R(r)}{\mathrm{d}r}=\pm\frac{\sqrt{\omega^2r^2+f(-m^2r^2+\lambda)}}{fr}. \tag{26}$$

在黑洞视界附近，（26）式可以写为

$$R_\pm(r)=\pm\int\frac{\sqrt{\omega^2+f'(r_0)(r-r_0)(-m^2+\lambda/r^2)}}{f'(r_0)(r-r_0)}\mathrm{d}r=\pm\frac{\mathrm{i}\pi\omega}{f'(r_0)}. \tag{27}$$

其中，R_+ 是关于出射解，而 R_- 是入射解．由于观测者处于宇宙视界内部，这样观察者只能看到从宇宙视界入射的 Hawking 辐射，所以总的作用量的虚部为

$$\mathrm{Im}S=\mathrm{Im}R=\mathrm{Im}R_-(r)-\mathrm{Im}R_+(r). \tag{28}$$

这样的隧穿率就可以写为

$$\Gamma=\exp(-2\mathrm{Im}S)=\exp\left(\frac{4\pi\omega}{f'(r_c)}\right), \tag{29}$$

这里的 Im 是作用量的虚部．所以，这一黑洞的温度为

$$T_c=-\frac{f'(r_c)}{4\pi}=\frac{r_c}{2\pi l^2}. \tag{30}$$

这样就得到了正确的高维 de Sitter 黑洞宇宙视界的温度和 Fermi 子隧穿率．我们将就高维 Schwarzschild de Sitter 时空中的宇宙视界处的 Fermi 子隧穿行为进行研究．

3．高维 Schwarzschild de Sitter 时空宇宙视界处的 Fermi 子遂穿

我们研究高维 Schwarzschild de Sitter 时空宇宙视界处的 Fermi 子隧穿行为，这是一个 $(n+2)$ 维的质量为 M 的静态黑洞，其度规可以写为[42,44,45]

$$\mathrm{d}s^2=-F(r)\mathrm{d}t^2+F^{-1}(r)\mathrm{d}r^2+r^2\mathrm{d}\Omega_n^2, \tag{31}$$

其中

$$F(r)=1-\frac{16\pi G_{n+2}M}{nV_nr^{n-1}}-\frac{r^2}{l^2}. \tag{32}$$

这里的 V_n 是线元为 $\mathrm{d}\Omega_n^2$ 的 n 维超球面的体积，G_{n+2} 则是 Newton 常数．我们现在研究这一时空宇宙视界处的 Fermi 子隧穿行为．显然其视界面的位置是 r_0 同样满足方程 $F(r_0)=0$．类似地，我们可以把 $(n+2)$ 维的 Schwarzschild-de Sitter 时空中的 $\boldsymbol{\gamma}$ 矩阵选为

$$\boldsymbol{\gamma}^t_{m\times m}=\frac{\mathrm{i}}{\sqrt{F}}\hat{\boldsymbol{\gamma}}^0_{m\times m}, \tag{33}$$

$$\boldsymbol{\gamma}^r_{m\times m}=\sqrt{F}\hat{\boldsymbol{\gamma}}^1_{m\times m} \tag{34}$$

$$\boldsymbol{\gamma}^\eta_{m\times m}=r^{-1}\sqrt{h^{\eta\eta}}\hat{\boldsymbol{\gamma}}^l_{m\times m}. \tag{35}$$

这里的 $h^{\eta\eta}$ 表示这一时空中角度项和额外维项的逆变度规的非径向部分．同样地，Dirac 方程的旋量场函数可以写为（16）式的形式，进而在宇宙视界处求得半经典的 Hamilton-Jacobi 方程

$$-\frac{1}{F}\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2+F\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2+\cdots+\frac{h^{\eta\eta}}{r^2}\left(\frac{\partial S}{\partial x^\eta}\right)^2+\cdots+m^2=0. \tag{36}$$

接着，我们把作用量分解为

$$S=-\omega t+R(r)+Y(\cdots,x^\eta,\cdots). \tag{37}$$

这样（23）式可以分解为

$$-\frac{1}{F}\omega^2+F\left(\frac{\partial R}{\partial r}\right)^2+m^2=\frac{\lambda}{r^2}, \tag{38}$$

$$\sum_{\eta} h^{\eta\eta}\left(\frac{\partial Y}{\partial x^{\eta}}\right)^2 + \lambda = 0. \tag{39}$$

解径向方程(36)式我们可以得到

$$\frac{\mathrm{d}R(r)}{\mathrm{d}r} = \pm\frac{\sqrt{\omega^2 r^2 + F(-m^2 r^2 + \lambda)}}{Fr}. \tag{40}$$

在宇宙视界附近,(38)式可以写为

$$R_{\pm}(r) = \pm\int\frac{\sqrt{\omega^2 + F'(r_0)(r-r_0)(-m^2+\lambda/r^2)}}{F'(r_0)(r-r_0)}\mathrm{d}r$$

$$= \pm\frac{\mathrm{i}\pi\omega}{F'(r_0)}. \tag{41}$$

类似地,可以得到高维 Schwarschild-de Sitter 时空宇宙视界处这样的隧穿率

$$\Gamma = \frac{\exp(-2\mathrm{Im}R_-)}{\exp(-2\mathrm{Im}R_+)} = \exp\left(\frac{4\pi\omega}{F'(r_0)}\right). \tag{42}$$

这里的 Im 是作用量的虚部. 所以,这一宇宙视界处的温度为

$$T_0 = -\frac{F'(r_0)}{4\pi}. \tag{43}$$

这样,得到了正确的来自高维 Schwarzschild-de Sitter 黑洞视界的温度和 Fermi 子隧穿率. 再一次证明我们方法的正确性. 其他高维时空视界处的 Dirac 隧穿辐射行为的研究方法也完全类似.

4. 结 论

本文研究了高维 de Sitter 时空和高维 Schwarzschild-de Sitter 时空宇宙视界处的 Fermi 子隧穿行为. 我们在研究过程中,运用了(21)式的条件得到了相应时空中的 Hamilton-Jacobi 方程. 在 Hamilton-Jacobi 方法研究黑洞隧穿的理论中,以前的 Hamilton-Jacobi 方程是有标量场方程推出的,所以其描述的性质只是标量场粒子的动力学行为. 然而 Hamilton-Jacobi 方程本身应该是能普遍半经典地描述各种粒子动力学行为的,在我们的方法中,我们首先用 Dirac 方程推出了这一方程,于是证明了弯曲时空中的 Hamilton-Jacobi 方程确实可以描述 Fermi 子的隧穿行为,并且得到了正确的 Fermi 子隧穿率和 Hawking 温度,这也说明用半经典理论中的隧穿方法研究 Fermi 子恰当的. 由于我们的方法并没有强调只有在高维时空中才适用,所以这一方法同样可以被运用于四维黑洞或低维黑洞 Dirac 粒子隧穿辐射的研究中. 我们以上研究的 Hawking 辐射的时空背景是固定不变的. 进一步的工作是考虑辐射粒子的自引力相互作用和粒子辐射前后背景时空的变化后,对的视界处隧穿特性进行研究. 这些研究可能有助于黑洞信息丢失疑难的解决. 最后,需要指出的是我们的工作是基于半经典的理论之上的,然而黑洞的隧穿辐射,就其本质上而言,应该建立在完全的量子引力理论之上的. 对于这一理论的研究也是理论家们进一步努力的方向.

[1] Hawking S W 1974 *Nature* **248** 30
[2] Zhao Z, Liu W B, Jiang Y L 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 586 (in Chinese) [赵 峥、刘文彪、蒋亚铃 2000 物理学报 **49** 586]
[3] Song T P, Yao G Z 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1144 (in Chinese) [宋太平、姚国政 2002 物理学报 **51** 1144]
[4] Zhang J Y, Zhao Z 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2096 (in Chinese) [张靖仪、赵 峥 2003 物理学报 **52** 2096]
[5] Sun M C, Zhao R, Zhao Z 1995 *Acta Phys. Sin.* **44** 1018 (in Chinese) [孙鸣超、赵 仁、赵 峥 1995 物理学报 **44** 1018]
[6] Lü J L, Wang Y J 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 389 (in Chinese) [吕君丽、王永久 1999 物理学报 **48** 389]
[7] Tian G H, Zhao Z 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1662 (in Chinese) [田贵花、赵 峥 2004 物理学报 **53** 1662]
[8] Wu S Q, Cai X 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 661 (in Chinese) [吴双清、蔡 勖 2002 物理学报 **51** 661]
[9] Li Z H, Zhao Z 1997 *Acta Phys. Sin.* **46** 1273 (in Chinese) [黎忠恒、赵 峥 1997 物理学报 **46** 1273]
[10] Han Y W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5018 (in Chinese) [韩亦文 2002 物理学报 **54** 5018]
[11] Liu W B, Zhu J Y, Zhao Z 1999 *Acta Phys. Sin.* **49** 581 (in Chinese) [刘文彪、朱建阳、赵 峥 2002 物理学报 **49** 581]
[12] Zhao Z, Dai X X 1991 *Chin. Phys. Lett.* **8** 548
[13] Zhao Z, Huang W H 1992 *Chin. Phys. Lett.* **9** 333
[14] Zhu J Y, Zhao Z 1993 *Chin. Phys. Lett.* **10** 510
[15] Zhu J Y, Zhang J H, Zhao Z 1995 *Sci. Chin.* A **38** 217
[16] He F, Zhao F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 740 (in Chinese) [贺 锋、赵 凡 2009 物理学报 **58** 740]
[17] Meng Q M, Jiang J J, Liu J L, Deng D L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 78 (in Chinese) [孟庆苗、蒋继建、刘景伦、邓德力 2009 物理学报 **58** 78]
[18] Kraus P, Wilczek F 1995 *Nucl. Phys.* B **433** 403
[19] Parikh M K, Wilczek F 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 5042
[20] Ren J, Zhao Z, Gao C J 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 2489

[21] Zhang J Y, Zhao Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3796 (in Chinese) [张靖仪、赵　峥 2006 物理学报 **55** 3796]

[22] Zhang J Y, Zhao Z 2006 *Phys. Lett.* B **638** 110

[23] Jiang Q Q, Wu S Q, Cai X 2006 *Phys. Rev.* D **73** 064003

[24] Chen D Y, Yang S Z 2006 *J. Chin. West Norm. Univ.* (*Nat. Sci.*) **27** 351 (in Chinese) [陈德友、杨树政 2006 西华师范大学学报(自然科学版) **27** 351]

[25] Ren J 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 1579

[26] Ren J, Zhang J Y, Zhao Z 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 2019

[27] Li H L, Jiang Q Q, Yang S Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 539 (in Chinese) [李慧玲、蒋青权、杨树政 2006 物理学报 **55** 539]

[28] Kerner R, Mann R B 2008 *Class. Quantum. Grav.* **25** 095014

[29] Kerner R, Mann R B 2008 *Phys. Lett.* B **665** 277

[30] Chen D Y, Jiang Q Q, Zu X T 2008 *Class. Quantum. Grav.* **25** 205022

[31] Chen D Y, Jiang Q Q, Zu X T 2008 *Phys. Lett.* B **665** 106

[32] Li R, Ren J R, Wei S W 2008 *Class. Quantum Grav.* **25** 125016

[33] Li R, Ren J R 2008 *Phys. Lett.* B **661** 370

[34] Lin K, Yang S Z 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 010401

[35] Lin K, Yang S Z 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 744 (in Chinese) [林　恺、杨树政 2009 物理学报 **58** 744]

[36] Li H L, Yang S Z, Zhou T J, Lin R 2008 *Europhys. Lett.* **84** 20003

[37] Jiang Q Q 2008 *Phys. Rev.* D **78** 044009

[38] Jiang Q Q 2008 *Phys. Lett.* B **666** 517

[39] Lin K, Yang S Z 2009 *Phys. Rev.* D **79** 064035

[40] Lin K, Yang S Z 2009 *Phys. Lett.* B **674** 127

[41] Lin K, Yang S Z 2009 arXiv:0903.1983v2 [gr-qc]

[42] Medved A J 2002 *Phys. Rev.* D **66** 124009

[43] Spradlin M, Strominger A, Volovich A 2001 arXiv:0110007v1 [hep-th]

[44] Balasubramanian V, de Boer J, Minic D 2002 *Phys. Rev.* D **65** 123508

[45] Jiang Q Q, Wu S Q, Cai X 2007 *Phys. Lett.* B **651** 65

Fermion tunnels at cosmological horizon of higher dimensional de Sitter space time*

Lin Kai† 　Yang Shu-Zheng

(*Institute of Theoretical Physics, China West Normal University, Nanchong* 637002, *China*)

(Received 12 March 2009; revised manuscript received 6 August 2009)

Abstract

Using semiclassical approximation method, the fermion tunnels at cosmological horizon of higher dimensional de Sitter and Schwarzschild de Sitter space-times are researched in this paper. In our work, the Dirac equation, which describes the property of 1/2 spin particles, is simplified, and then the semiclassical Hamilton-Jacobi equation is obtained via the condition that there are non-trivial solutions of Dirac equation. The research has been simplified greatly, and the Hawking temperature and tunneling rate at cosmological horizon of static higher dimensional de Sitter space time is gotten finally.

Keywords: de Sitter space time, cosmological horizon, Dirac equation, Hawking radiation

PACC: 0470, 9760L

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10773008).

† E-mail: lk314159@126.com