

广义同步延迟混沌系统的实验研究*

陈菊芳¹⁾²⁾ 田小建^{1)†} 单江东¹⁾

1) (吉林大学电子科学与工程学院, 长春 130012)

2) (东北师范大学物理学院, 长春 130024)

(2009 年 7 月 11 日收到; 2009 年 8 月 21 日收到修改稿)

利用电子线路实验设计并实现了一个二阶延迟混沌电路. 在此基础上, 利用线性变换方法, 设计出广义同步混沌系统, 用数学方法进行分析, 理论上给出实现同步的解析条件, 并在电路上加以实现. 结合理论分析和实验结果, 用数值方法进行了对照分析, 进一步验证理论分析和实验电路设计的正确性和有效性.

关键词: 延迟混沌系统, 广义同步, LC 滤波器, 电路实验

PACC: 0545

1. 引 言

利用混沌同步来实现保密通讯是混沌研究的一个重要方向. 混沌同步的方法有多种, 如精确同步^[1,2]、广义同步^[3,4]、相位同步^[5]等. 精确同步是指两个系统相应的状态变量完全相等, 同步时它们的轨迹完全相同. 广义同步是指两个不同的混沌系统按照某种同步方式实现广义上的同步, 即在广义同步时存在一定的函数关系. 精确同步是广义同步的特例, 显然广义同步可使信息的保密程度大大加强.

研究表明: 利用低维混沌系统实现保密通讯存在被破译的可能性^[6], 嵌入技术使人们很容易重构出低维混沌系统并将被加密的信息分离出来^[7]. 鉴于此, 人们提出可以利用高维混沌系统来加密信息, 如多旋混沌系统^[8,9]、耦合映像格子^[10]及延迟混沌系统^[11]等. 延迟系统的特点之一是具有无穷维数, 利用这类系统产生的混沌信号加密信息, 其抗破译能力会得到很大提高.

自从 Mackey 和 Glass 提出了一个用于描述生理学系统的一阶延迟微分方程以来^[12], 有关延迟混沌系统的研究已有很多报道^[13-15], 但大多集中于理论分析和数值计算方面的研究. 由于混沌信号具有宽频带和伪随机噪声信号的特征, 不同混沌信号特性差异大, 所以硬件实验方面的报道很少. 本文以

二阶延迟混沌系统为例, 根据其动力学特性, 给出延迟混沌电路的设计方法, 利用电感和电容构成的低通滤波器在通带内具有良好群时延特性来实现对混沌信号的延时, 克服了混沌电路中混沌信号延时难以实现的缺点. 其次, 利用线性变换的方法, 研究了延迟混沌系统的广义同步, 从理论上进行解析分析, 并在电路上加以实现. 结合理论分析和实验结果用数值方法进行了对照分析, 进一步验证我们理论分析和实验电路设计的正确性和有效性.

2. 延迟系统的主要动力学特征

考虑一个二阶延迟系统^[16]

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= -au_2, \\ \dot{u}_2 &= bu_1 + u_2^2 - cu_2(t - \tau). \end{aligned} \quad (1)$$

取 $a = 1.8$, $b = 1.8$, $c = 0.43$, $\tau = 1$, 数值计算系统(1)的最大 Lyapunov 指数为 0.168, 此时系统(1)处于混沌状态^[16].

在此基础上, 选取 τ 为可调参数, 其他参数保持不变, 我们绘制出系统(1)的分岔图如图 1 所示. 可见, 随着 τ 由小至大变化, 系统(1)经历不动点, 在 $\tau = 0.77$ 处产生 Hopf 分支, 进入一周周期运动及生成一个倍周期分岔序列, 进而由这个倍周期分岔序列进入混沌状态.

* 国家自然科学基金(批准号:60372061)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: chenji746@nenu.edu.cn

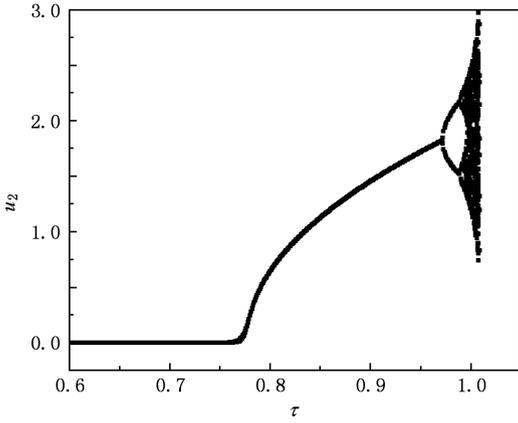


图 1 系统(1)的分岔图

图 2(a)和(b)所示的分别是当 $\tau = 1$ 时由数值计算得到的系统(1)的混沌吸引子和 u_2 的功率谱,从(b)图中可以看出:在频率小于 2.6 范围内,出现较大的噪声背景,当频率大于 2.6 以后,噪声背景消失,说明虽然混沌信号具有宽频带和伪随机噪声信号的特征,但我们可以把它的频带宽度当有界处理,在后面的分析中,我们取 u_2 的带宽为 2.6.

3. 二阶延迟混沌电路的设计

实现系统(1)的电路如图 3 中的虚线框内所示,其中运放 A1, A2 构成反向积分器, A3, A5 分别构成反向和同相放大器, A4 构成反向加法器, 模拟乘法器实现非线性函数的功能, 延时电路实现对 $u_2(t)$ 的延时, 设延时时间为 τ_d . 电路参数与系统(1)各系数的对应关系为: $a = 1 + R_5/R$, $b = R/R_1$, $c = R/R_3$, $t \rightarrow t/R_0 C_0$, $\tau = \tau_d/R_0 C_0$, R_4 的大小取决于延

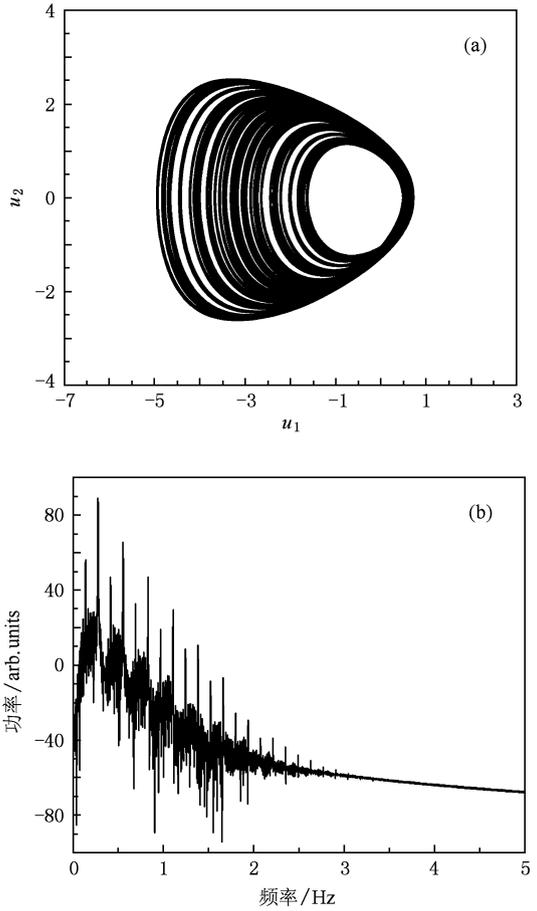


图 2 数值计算的结果 (a)混沌吸引子,(b) u_2 的功率谱

时电路的特性, 以保证运放 A_3 的输出电压 $u_{o3} = -u_2(t - \tau_d)$. 实验中取 $R = 10 \text{ k}\Omega$, $R_1 = 5.56 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1.0 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 23.3 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 8.0 \text{ k}\Omega$.

另外,我们选取 $R_0 = 62 \text{ k}\Omega$, $C_0 = 0.01 \text{ }\mu\text{F}$, 为满足系统(1)中 $\tau = 1$ 的要求, 则延时电路的延时时间应为 $\tau_d = 0.62 \text{ ms}$. 另外,由图 2(b)所示的功率谱可

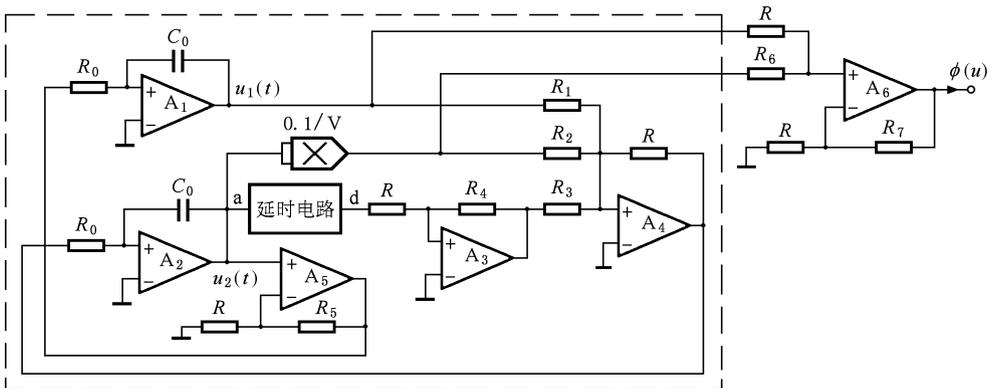


图 3 二阶延迟混沌电路

推知,延时电路可以选择低通滤波器,若其截止频率满足 $f_c \geq 4.19$ kHz,且在通带内具有良好的群时延特性,则可以实现对混沌信号的有效延时. 根据上述要求,我们设计的延时电路如图 4 所示. 它由普通的电感和电容组成,采用级数 N 可方便调节的定

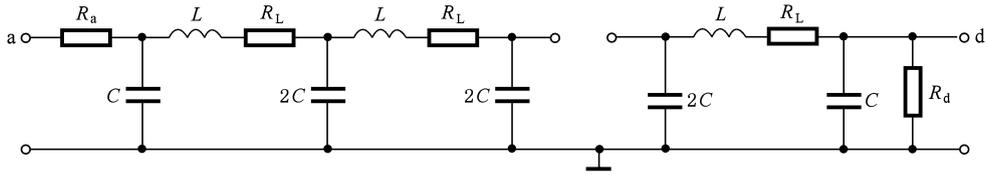


图 4 延时电路

使用 HP3557A 网络分析仪测得延时电路的幅频和相频特性曲线分别如图 5(a) 和 5(b) 所示. 由图 5(a) 可见,通带内特性曲线比较平坦,测得传递函数的最大值为 $|H(\omega)| = -9.776$ dB, 延时电路的截止频率 $f_c = 4.738$ kHz. 图 5(b) 所示相频曲线为分段线性的直线,且在通带内各段直线斜率的大小基本相等,表明延时时间基本相同. 当 $f > f_c$ 时,

K 型低通滤波器. 由于我们使用的电感存在 $R_L = 19.8 \Omega$ 的直流电阻,为减少电感的损耗,本文选择电感元件相对较少的 π 型滤波器,实验中选择标称的电感和电容, $L = 4.7$ mH, $2C = 0.22 \mu\text{F}$, 电阻 $R_a = 30 \Omega$, $R_d = 200 \Omega$, 级数 $N = 20$.

特性曲线斜率变大,表明延时时间增大. 而相频曲线具有分段线性的特性是由于网络分析仪相频曲线中的相位只在 $-\pi$ — π 之间变化,当相移超过 $-\pi$ 时又返回 π 之故. 由图 5(b) 可测得在通带内延时时间 $\tau_d = 0.62$ ms, 由于延时电路的截止频率 $f_c > 4.19$ kHz, 满足我们的设计要求.

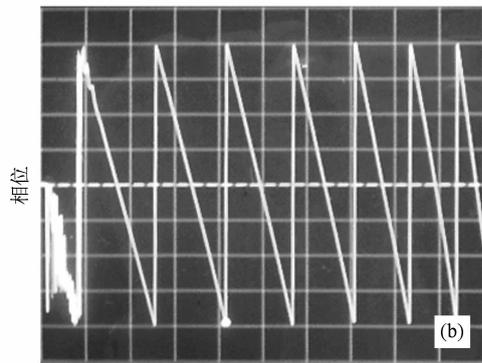
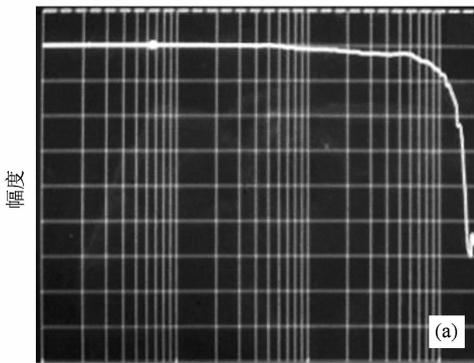


图 5 延时电路的特性曲线 (a) 幅频特性, (b) 相频特性

实验中,选取 $R_d = 31.5$ k Ω , 由示波器观测到的混沌吸引子如图 6(a) 所示,与数值计算的结果几乎完全一致. 为证实延时电路的延时效果,我们也测出了延时电路的输出电压 $u_d(t)$ 与 $u_2(t)$ 的波形如图 6(b) 所示,它们的波形形状相同, $u_d(t)$ 相对于 $u_2(t)$ 的波形延迟了 0.62 ms, 幅值缩小的倍数与图 5(a) 所示的结果一致. 这些均表明我们所设计的延时电路对混沌信号取得了很好的延时效果.

电路输出二周期(2P)输出电压;调节 $R_0 = 65$ k Ω , 相当于 $\tau = 0.954$, 我们也观测到了一周期(1P)信号输出,如图 7(b) 所示. 由于电路输出信号的频率随 $R_0 C_0$ 的增大而降低,所以我们设计的延时电路对周期信号具有更好的延时效果.

4. 延迟混沌电路的广义同步

4.1. 工作原理

实验中,通过改变电阻 R_0 的值,即相当于改变系统(1)中的延时时间 τ , 我们也观测到了不同周期的输出信号. 图 7(a) 所示的是当 $R_0 = 63.5$ k Ω , 相当于 $\tau = 0.976$ 时由示波器观测的实验结果,显然

当 $\tau = 1$ 时,系统(1)处于混沌状态,做如下拆分

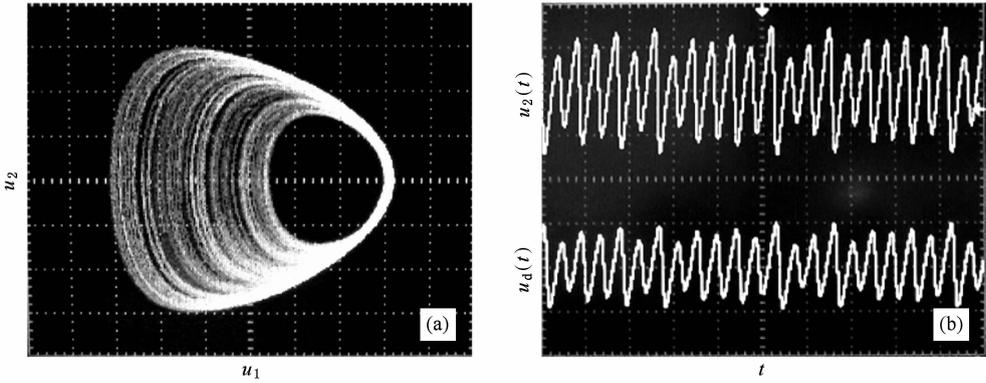


图 6 $R_0 = 62 \text{ k}\Omega$ 时的实验结果 (a) 混沌吸引子, (b) $u_2(t)$ (2 V/div) 和 $u_d(t)$ (1 V/div) 的波形

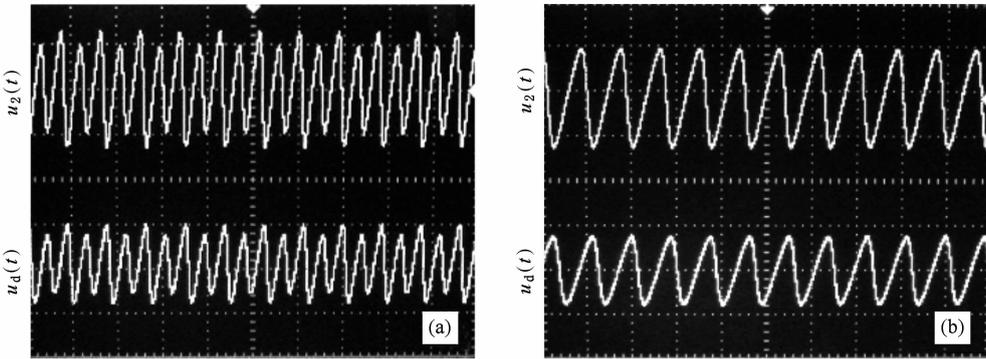


图 7 $u_2(t)$ (2 V/div) 和 $u_d(t)$ (2 V/div) 的实验结果 (a) $R_0 = 63.5 \text{ k}\Omega$, 2P; (b) $R_0 = 65 \text{ k}\Omega$, 1P

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= -1.8u_2, \\ \dot{u}_2 &= (1.8 - k)u_1 - 0.43u_2(t - \tau) + u_2^2 + ku_1. \end{aligned} \quad (2)$$

为理论分析问题的方便, 再将系统(2)改写为

$$\dot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{L}_k \mathbf{u}_t + \mathbf{f}(k, \mathbf{u}_t), \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_k(\varphi) &= \begin{pmatrix} 0 & -1.8 \\ 1.8 - k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1(0) \\ \varphi_2(0) \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0.43 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1(-\tau) \\ \varphi_2(-\tau) \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

$$\mathbf{f}(k, \mathbf{u}_t) = \begin{pmatrix} 0 \\ u_2^2(t) + ku_1(t) \end{pmatrix}.$$

这里, $u_i(\cdot) = u_i(t + \theta)$, $\theta \in [-\tau, 0]$, $k \in \mathbb{R}$, $\mathbf{L}_k: C[-\tau, 0] \rightarrow \mathbb{R}^2$ 是以 k 为参量的有界算符, $\mathbf{f} \in C^2$ 为非线性项, 且满足 $\mathbf{f}(0) = 0$, $D_u \mathbf{f}(0) = 0$ (D_u 是 Jacobi 算符). 设 $C^m[-\tau, 0] = \{\varphi \mid \varphi: [-\tau, 0] \rightarrow \mathbb{R}^2\}$, 根据 Riesz 表示定理, 对 $\varphi \in C[-\tau, 0]$, 存在分量都是有界变差函数的 2×2 矩阵函数 $\boldsymbol{\eta}(\theta$,

k), 使得在 $\theta \in [-\tau, 0]$ 区间内

$$\mathbf{L}_k \varphi = \int_{-\tau}^0 d\boldsymbol{\eta}(\theta, k) \varphi(\theta), \quad (4)$$

$$\text{其中 } \boldsymbol{\eta}(\theta, k) = \begin{pmatrix} 0 & -1.8 \\ 1.8 - k & 0 \end{pmatrix} \delta(\theta) + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0.43 \end{pmatrix} \delta(\theta + \tau).$$

为讨论问题方便, 定义算符 A , 以便将(3)式中的变量 $u(t)$ 和 \mathbf{u}_t 统一起来. 对 $\varphi \in C[-\tau, 0]$, 定义

$$A(k)\varphi = \begin{cases} d\varphi(\theta)/d\theta & (\theta \in [-\tau, 0]) \\ \int_{-\tau}^0 d\boldsymbol{\eta}(s, k)\varphi(s) = \mathbf{L}_k \varphi(s) & (\theta = 0) \end{cases}, \quad (5a)$$

$$B(k)\varphi = \begin{cases} 0 & (\theta \in [-\tau, 0]) \\ \mathbf{f}(k, \varphi) & (\theta = 0) \end{cases}. \quad (5b)$$

由 $d\mathbf{u}_t/d\theta = d\mathbf{u}_t/dt$, 及利用上述定义, 将(3)式改写为

$$\dot{\mathbf{u}}_t = A(k)\mathbf{u}_t + B(k)\mathbf{u}_t. \quad (6)$$

将系统(1)作为驱动系统, $\varphi(u) = B(k)\mathbf{u}_t$ 作为同步驱动信号, 设响应系统为

$$\dot{v}_i = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{A}(k) \mathbf{H} \mathbf{v}_i + \mathbf{H}^{-1} \phi(u). \quad (7)$$

这里 $\mathbf{u}_i \in R^2$ 和 $\mathbf{v}_i \in R^2$ 分别为驱动系统和响应系统的状态矢量, \mathbf{H} 为任意的 2×2 阶可逆常数矩阵. 为方便, 首先给出一个引理.

引理^[17] 指数型多项式

$$\begin{aligned} P(\lambda, e^{-\lambda\tau_1}, \dots, e^{-\lambda\tau_m}) \\ = \lambda^n + P_1^{(0)} \lambda^{n-1} + \dots + P_{n-1}^{(0)} \lambda + P_n^{(0)} \\ + [P_1^{(1)} \lambda^{n-1} + \dots + P_{n-1}^{(1)} \lambda + P_n^{(1)}] e^{-\lambda\tau_1} + \dots \\ + [P_1^{(m)} \lambda^{n-1} + \dots + P_{n-1}^{(m)} \lambda + P_n^{(m)}] e^{-\lambda\tau_m}, \quad (8) \end{aligned}$$

其中 $\tau_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, m)$ 和 $P_j^{(i)} (i = 0, 1, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$ 皆为常数, 当 $(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m)$ 变化时, $P(\lambda, e^{-\lambda\tau_1}, \dots, e^{-\lambda\tau_m})$ 在右半平面上的零点重数之和发生改变, 当且仅当有零点在或穿过虚轴.

定理 对于系统(6)和(7), 在 $0.804 < k < 1.8$ 范围内, 满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{H} \mathbf{v}_i - \mathbf{u}_i\| = 0$, 即两系统获得了广义同步.

证明 定义驱动系统和响应系统的广义同步误差为 $e(t) = \mathbf{H} \mathbf{v}_i - \mathbf{u}_i$, 则误差动力系统可表示为

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \mathbf{H} \dot{\mathbf{v}}_i - \dot{\mathbf{u}}_i \\ &= \mathbf{A}(k) \mathbf{H} \mathbf{v}_i + \phi(u) - \mathbf{A}(k) \mathbf{u}_i - \phi(u) \\ &= \mathbf{A}(k) e. \quad (9) \end{aligned}$$

显然, 若矩阵 $\mathbf{A}(k)$ 所有特征根具有负实部, 则同步误差系统渐进稳定, 驱动和响应系统达到广义同步.

由方程(5a)可得矩阵 $\mathbf{A}(k)$ 的特征方程为

$$\lambda^2 + 0.43\lambda e^{-\lambda\tau} + 1.8(1.8 - k) = 0. \quad (10)$$

令 $\tau = 0$, 则方程(10)变为

$$\lambda^2 + 0.43\lambda + 1.8(1.8 - k) = 0. \quad (11)$$

解方程(11)可得, 当 $k < 1.8$ 时, 其所有特征根的实际部均为负.

设 $\tau = \tau_1 > 0$ 时, 方程(10)有一对纯虚根, 令 $\lambda = i\omega (\omega > 0)$, 并代入方程(10), 分离实部和虚部, 得

$$-\omega^2 + 0.43\omega \sin(\omega\tau_1) + 1.8(1.8 - k) = 0, \quad (12a)$$

$$0.43\omega \cos(\omega\tau_1) = 0. \quad (12b)$$

由(12b)式可知, 若取 $\omega\tau_1 = \pi/2$, 对应的 τ_1 应为最小值, 记为 $\tau_{1\min}$, 将其代入(12a)式, 解得 k 与 $\tau_{1\min}$ 的关系为

$$\tau_{1\min} = \frac{\pi}{0.43 + \sqrt{0.43^2 + 7.2(1.8 - k)}}. \quad (13)$$

从而可以画出 $\tau_{1\min} - k$ 的关系曲线, 如图 8 所示. 显然, 随着 k 由小至大变化, $\tau_{1\min}$ 单调递增, 当 $k = 0.804$ 时, $\tau_{1\min} = 1$.

取方程(10)中的 $\tau = 1$, 由引理可推知, 若使矩阵 $\mathbf{A}(k)$ 所有特征根具有负实部, 要求 $0.804 < k < 1.8$. 定理证毕.

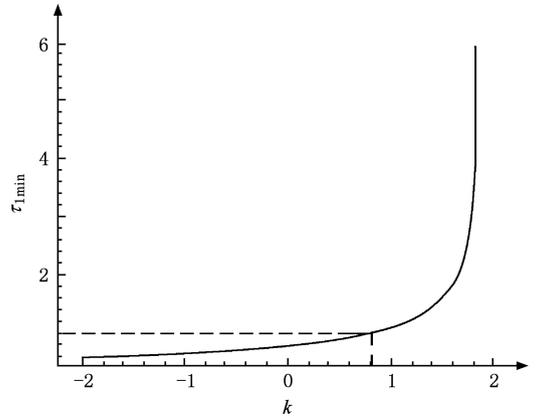


图 8 $\tau_{1\min} - k$ 的关系曲线

4.2. 电路实验结果

上述分析可知, 若矩阵 \mathbf{H} 或 k 取值不同, 可得到不同的同步系统. 作为例子, 本文中我们选取 $k = 1.1$, 则同步驱动信号为

$$\phi(u) = B(k) \mathbf{u}_i = (0, u_2^2(t) + 1.1u_1(t))^T. \quad (14)$$

(14)式表明, 由驱动系统发送的驱动信号只需一路传送即可.

选取矩阵 $\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & -1/1.8 \\ 0 & 1/1.8 \end{pmatrix}$, 根据(7)式构造的响应系统为

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= 0.7v_1(t) - 1.39v_2(t) - 0.24v_2(t-1) \\ &\quad + u_2^2(t) + 1.1u_1(t), \\ \dot{v}_2 &= 1.26v_1(t) - 0.7v_2(t) - 0.43v_2(t-1) \\ &\quad + 1.8u_2^2(t) + 1.98u_1(t). \quad (15) \end{aligned}$$

将图 3 所示电路作为驱动电路, 驱动信号 $\phi(u)$ (见图 3 虚线框外) 由运放 A_6 输出, 其中 $R_6 = 1.1 \text{ k}\Omega$, $R_7 = 101 \text{ k}\Omega$. 根据(15)式, 我们设计的响应电路如图 9 所示, 其中各参数分别为: $R_8 = 31.5 \text{ k}\Omega$, $R_9 = 14.3 \text{ k}\Omega$, $R_{10} = 7.2 \text{ k}\Omega$, $R_{11} = 41.7 \text{ k}\Omega$, $R_{12} = 5.56 \text{ k}\Omega$, $R_{13} = 23.3 \text{ k}\Omega$, $R_{14} = 14.3 \text{ k}\Omega$, $R_{15} = 7.94 \text{ k}\Omega$, 延时电路及其他元件的取值与驱动电路中的相同.

实验观测到的响应电路的吸引子如图 10(a)所示, 显然它与驱动电路的吸引子形状不同. 为进一步验证电路实验结果, 我们数值计算了响应系统(15)的吸引子如图 10(c)所示, 实验结果与数值计算的结果基本一致.

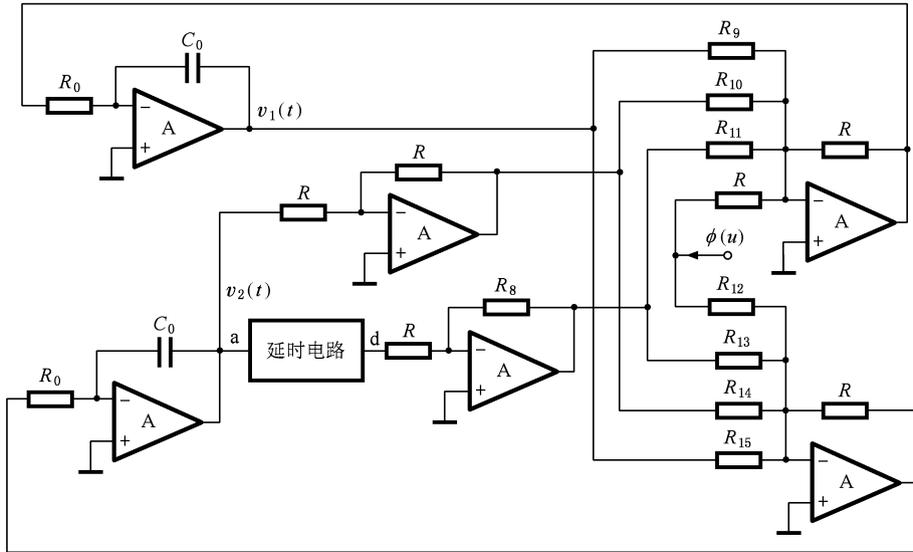


图9 响应电路图

实验中,为了验证驱动和响应电路是否达到广义同步,我们复制了一个与响应系统(15)完全相同的辅助系统

$$\dot{w}_1 = 0.7w_1(t) - 1.39w_2(t) - 0.24w_2(t-1)$$

$$\begin{aligned} &+ u_2^2(t) + 1.1u_1(t), \\ \dot{w}_2 = &1.26w_1(t) - 0.7w_2(t) - 0.43w_2(t-1) \\ &+ 1.8u_2^2(t) + 1.98u_1(t). \end{aligned} \quad (16)$$

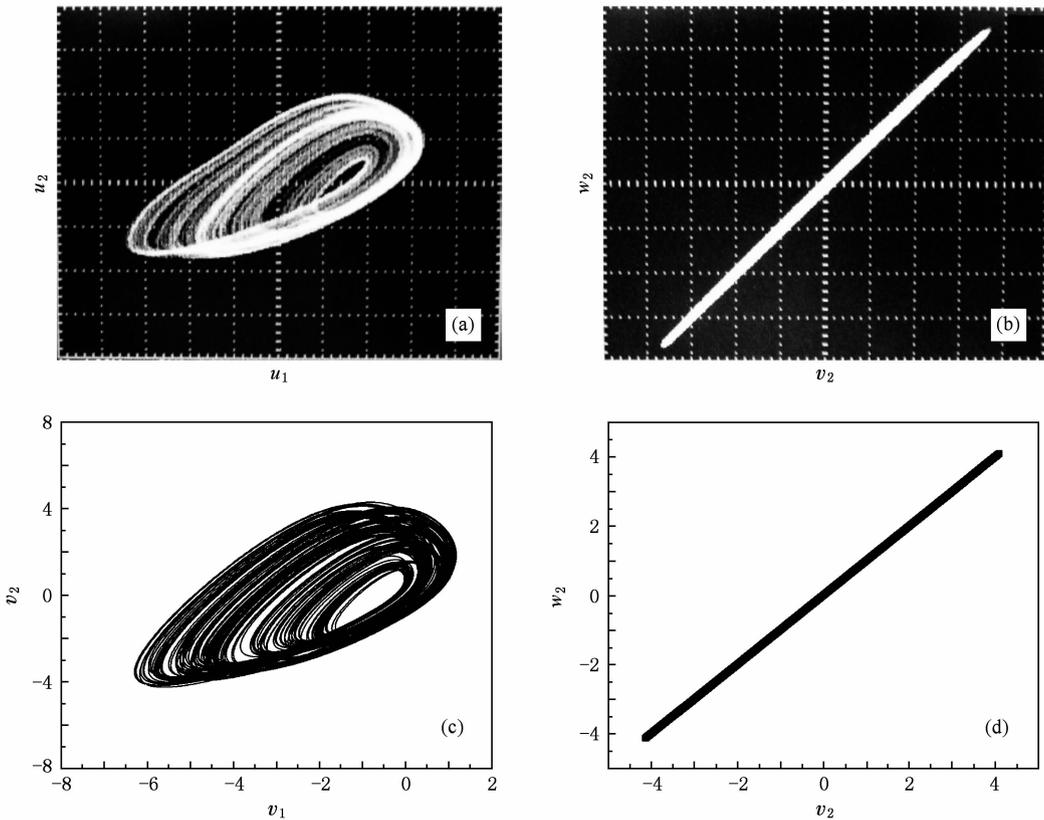


图10 广义同步的结果 (a),(b) 实验结果, (c),(d) 数值计算的结果

则系统(1)和系统(15)能否实现广义同步由系统(15)和系统(16)能否达到精确同步来确定^[18],为此我们也搭建了与图9相同的辅助电路系统. 实验观测到的 $w_2(t)$ 与 $v_2(t)$ 的相图如图10(b)所示,它们之间呈 45° 对角线,表明这两个电路实现了精确同步,即驱动电路与响应电路达到了广义同步. 图10(d)为数值计算的结果.

进一步数值计算,结果表明:1)矩阵 H 取值不同时,只要 k 满足定理1的条件,仍能实现广义同步;2)在保持矩阵 H 不变的情况下, k 越大,误差系统的收敛速率越快.

5. 结 论

以一个二阶延迟系统为例研究了延迟混沌电

路的实现及广义同步的问题,对该系统的分岔现象及混沌信号功率谱进行了分析,利用混沌信号具有有限带宽的特性,使用普通的电容和电感来实现对混沌信号的延时,设计并建立了一个二阶延迟混沌电路. 利用线性变换的方法实现了延迟混沌系统的广义同步,理论上给出同步的解析条件,在电路上加以实现,实验结果与理论分析和数值计算的结果一致. 电路中所用元器件易于选择,成本低,且延时时间可以通过改变元件参数值或级数 N 调节,克服了延迟混沌系统难以在电路中实现的缺点. 采用的同步方法不依赖于混沌系统线性部分的特性,只需传递一路驱动变量即可实现同步,比起多路传送更具有实用价值. 本文采用的理论分析方法及电路设计方法不仅适用于二阶延迟混沌系统,也适用于一阶或更高阶的延迟系统.

-
- [1] Carrol T L, Pecora L M 1991 *IEEE Trans. Circ. Sys.* **38** 453
- [2] Peng J H, Ding E L, Ding M, Wang W 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 904
- [3] Wang X Y, Meng J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 726 (in Chinese) [王兴元、孟娟 2008 物理学报 **57** 726]
- [4] Li J F, Li N, Liu Y P, Gan Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 779 (in Chinese) [李建芬、李农、刘宇平、甘轶 2009 物理学报 **58** 779]
- [5] Rosenblum M G, Pikovsky A S, Kurths J 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 1804
- [6] Yang T, Yang L B 1998 *Phys. Lett. A* **245** 495
- [7] Short K M, Parker A T 1998 *Phys. Rev. E* **58** 1159
- [8] Zhang C X, Yu S M 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 120 (in Chinese) [张朝霞、禹思敏 2009 物理学报 **58** 120]
- [9] Luo X H, Li H Q, Dai X G 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7511 (in Chinese) [罗小华、李华青、代祥光 2008 物理学报 **57** 7511]
- [10] Yang W M 1994 *Spatial Chaos and Coupled Map Lattice* (Shanghai: Shanghai Science and Technological Education Press) P12 (in Chinese) [杨维明 1994 时空混沌和耦合映像格子(上海:上海科技教育出版社)第12页]
- [11] Pyragas K 1998 *Phys. Rev. E* **58** 3067
- [12] Mackey M C, Glass L 1977 *Science* **197** 287
- [13] Viktor K J, Ding M Z 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 070602
- [14] Li C D, Liao X F 2005 *Chaos* **15** 043103
- [15] Pyragas V, Pyragas K 2006 *Phys. Rev. E* **73** 036215
- [16] Zhang X M 2004 M. S. Dissertation (Changchun: Northeast Normal University) (in Chinese) [张晓明 2004 年硕士学位论文(长春:东北师范大学)]
- [17] Ruan S G, Wei J J 2001 *IMA. J. Math. Appl. Medic. Biol.* **18** 41
- [18] Tao C H, Lu J A, Lü J H 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1497 (in Chinese) [陶朝海、陆君安、吕军虎 2002 物理学报 **51** 1497]

Experimental study of generalized synchronization of a time-delay chaotic system^{*}

Chen Ju-Fang^{1,2)} Tian Xiao-Jian^{1)†} Shan Jiang-Dong¹⁾

1) (*College of Electronic Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130012, China*)

2) (*College of Physics, Northeast Normal University, Changchun 130024, China*)

(Received 11 July 2009; revised manuscript received 21 August 2009)

Abstract

A two-dimensional time-delay chaotic system is designed and realized in an electronic circuit based on its dynamical behavior. Then a generalized synchronization chaotic system is designed by linear transformation method. The generalized synchronization condition is obtained by mathematical analysis, and generalized synchronization is realized in an electronic circuit. The results of numerical calculation conform the exactness and validity of theoretical analysis and circuit design.

Keywords: time-delay chaotic system, generalized synchronization, *LC* filter, circuit experiment

PACC: 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60372061).

[†] Corresponding author. E-mail: chenjf746@nenu.edu.cn