

基于多核最小二乘支持向量机的永磁同步电机混沌建模及其实时在线预测*

陈 强[†] 任雪梅

(北京理工大学自动化学院, 北京 100081)

(2009 年 7 月 31 日收到; 2009 年 9 月 21 日收到修改稿)

提出了多核最小二乘支持向量机的永磁同步电机混沌系统建模方法. 通过不同核函数的线性加权组合构造新的等价核, 降低建模精度对核函数及其参数选择的依赖性. 理论上给出多核最小二乘支持向量机回归参数和模型输出值的求解方法. 采用关联积分计算方法对永磁同步电机混沌系统进行相空间重构, 以窗式移动的在线学习方式对重构后的永磁同步电机混沌序列进行一步和多步实时在线预测, 并讨论了不同测量噪声对该方法的影响. 仿真结果表明, 该方法能有效提高永磁同步电机混沌系统的建模精度, 具有良好的抗噪能力.

关键词: 永磁同步电机, 多核学习, 最小二乘支持向量机, 混沌预测

PACC: 0545

1. 引 言

永磁同步电机 (permanent magnet synchronous motor, PMSM) 是一个多变量、强耦合的非线性系统, 在诸如机器人、航天飞行器以及升降机等高性能系统中得到了广泛的应用^[1-3]. 近来的研究表明, PMSM 在一定条件下会呈现出混沌特性, 混沌行为的存在将会产生不规则的电流噪声, 对 PMSM 的应用造成不便^[4-6]. 随着模糊系统和神经网络等智能方法研究的兴起, 基于智能方法的 PMSM 混沌系统建模与预测成为当前研究的热点问题^[7,8].

神经网络具有较强的自适应和自学习能力, 能够以任意精度逼近复杂非线性系统, 在混沌系统的建模与预测中取得了许多成功的应用^[9-11]. 然而, 神经网络的训练遵循经验最小化原则, 存在过拟合现象, 并且随着样本数目的增加, 网络训练的复杂度随之增大. 为了克服这些缺陷, Vapnik^[12] 基于统计理论提出了支持向量机 (support vector machine, SVM) 方法, 训练过程遵循结构风险最小化原则, 不易发生过拟合现象. 但 SVM 的训练需要求解二次规划问题, 影响了它的计算速度. Suykens^[13] 提出了

最小二乘支持向量机 (least squares support vector machine, LSSVM) 的方法, 利用最小二乘法的方法将 SVM 的学习转化为求解线性方程组问题, 提高了 SVM 的学习速度. 近来, LSSVM 及其改进形式被用于研究混沌系统的建模与预测问题^[14,15], 但是, LSSVM 方法的建模精度过于依赖对核函数及其参数的选择. 文献[16]提出了多核学习的思想, 为解决核函数及其参数选择问题提供了可能. 文献[17, 18]将多核学习的思想分别用于研究 SVM 的分类和回归建模问题, 提高了多类分类和预测建模的精度. 然而, 文献[17, 18]中的核函数主要由多个同一类型不同参数的高斯核构成, SVM 分类和建模的精度仍然依赖于对高斯核参数的选择.

为了降低核函数及其参数的选择对 SVM 建模精度的影响, 本文提出了多核 LSSVM (multiple kernel least squares support vector machine, MK-LSSVM) 的 PMSM 混沌建模方法, 该方法可以看作是 LSSVM 在多核空间中的推广. 通过对多个不同类型核函数的线性加权组合构造新的等价核, 降低单一核函数及其参数的选择对建模精度的影响. 从理论上给出了求解 MK-LSSVM 回归参数、模型输出值与相关逆矩阵的具体表达式. 采用窗式移动的在

* 国家自然科学基金 (批准号: 60474033 和 60974046) 资助的课题.

[†] E-mail: chenqiang8404@yahoo.com.cn

线学习方式,选取少量历史样本数据对 PMSM 混沌系统进行一步和多步预测建模. 最后讨论了不同测量噪声对该方法建模精度的影响. 仿真结果表明,与一般 LSSVM 方法相比,本文提出的 MK-LSSVM 的建模方法对单个核函数及其参数的依赖性较低,具有较高的建模精度和良好的抗噪性.

2. 系统描述

本文研究的 PMSM 系统^[4]如下所示:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{i}_d}{dt} &= -\tilde{i}_d + \tilde{\omega} \tilde{i}_q + \tilde{u}_d, \\ \frac{d\tilde{i}_q}{dt} &= -\tilde{i}_q + \tilde{\omega} \tilde{i}_d + \rho \tilde{\omega} + \tilde{u}_q, \\ \frac{d\tilde{\omega}}{dt} &= \beta(\tilde{i}_q - \tilde{\omega}) - \tilde{T}_L. \end{aligned} \quad (1)$$

其中, \tilde{i}_d , \tilde{i}_q 和 $\tilde{\omega}$ 为状态变量,分别表示直轴和交轴定子电流以及转子角频率; \tilde{u}_d 和 \tilde{u}_q 表示直轴和交轴的定子电压; \tilde{T}_L 为外部扭矩; β 和 ρ 为常值参数. 如图 1 所示,系统(1)的初始状态和初始参数选为 $(\tilde{i}_d(0), \tilde{i}_q(0), \tilde{\omega}(0)) = (20, 0.01, -5)$, $\tilde{u}_d(0) = 0$, $\tilde{u}_q(0) = 0$, $\tilde{T}_L(0) = 0$, $\beta = 5.46$ 以及 $\rho = 20$ 时,系统(1)有一个混沌吸引子. 系统(1)的三个平衡点分别是 $(0, 0, 0)$, $(19, 4.5826, 4.5826)$ 和 $(19, -4.5826, -4.5826)$.

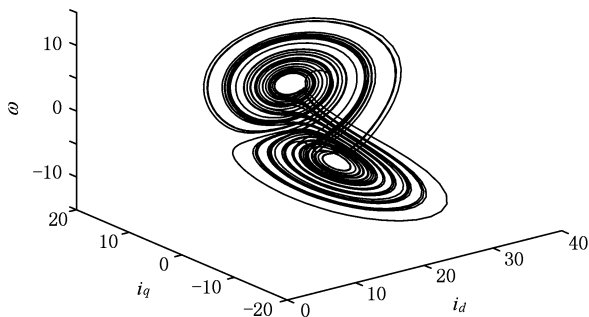


图 1 系统(1)的混沌吸引子

由于混沌系统具有强非线性和初值敏感性等特点,其精确模型难以直接获得. 本文设计一种 MK-LSSVM 的 PMSM 混沌系统建模方法,实现 PMSM 混沌的实时在线预测. 将多个核函数进行线性加权构建新的等价核,用于 PMSM 混沌系统的一

步和多步预测,并从理论上给出 MK-LSSVM 回归参数和模型输出值的表达式. 同时,探讨了不同测量噪声对建模精度产生的影响.

3. 基于 MK-LSSVM 方法的 PMSM 建模和实时在线预测

3.1. 混沌相空间重构

混沌相空间重构是混沌预测的基础,其理论基础是 Takens 嵌入定理^[19]. Takens 定理证明了如果嵌入维 $m \geq 2d + 1$, d 为系统动力学维数,则在嵌入维空间重构的动力系统与原动力系统拓扑等价. 给定混沌样本 $x(1), x(2), \dots, x(n-1), x(n)$, 适当选取嵌入维数 m 和延迟时间 τ , 可得到如下的重构相空间

$$\mathbf{X}(j) = [x(j), x(j + \tau), \dots, x(j + (m - 1)\tau)], (j = 1, 2, \dots). \quad (2)$$

在重构相空间中,嵌入维 m 和时间延迟 τ 的选取十分重要. 目前 m 和 τ 的选取方法主要有自相关法^[20]、互信息法^[21]、嵌入窗法^[22] 以及关联积分计算(C-C)方法^[23] 等. 其中 Kim 等^[22] 基于嵌入窗法的思想提出的 C-C 方法使用关联积分可以同时估计 m 和 τ 的取值,在实践中得到了广泛的应用. 本文采用 C-C 方法确定 PMSM 混沌系统嵌入维 m 和时间延迟 τ 的取值.

$\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$ 和 \mathbf{X}_3 分别是 PMSM 混沌系统三个状态变量 \tilde{i}_d, \tilde{i}_q 和 $\tilde{\omega}$ 的 N 个样本序列,即

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \mathbf{X}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{x_1(j)\} \\ \{x_2(j)\} \\ \{x_3(j)\} \end{bmatrix} \quad (j = 1, 2, \dots, N), \quad (3)$$

$\mathbf{X}'_1, \mathbf{X}'_2, \mathbf{X}'_3$ 分别为相空间重构后的状态变量 $\tilde{i}'_d, \tilde{i}'_q$ 和 $\tilde{\omega}'$ 的混沌序列,即

$$\begin{aligned} \mathbf{X}' &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}'_1 \\ \mathbf{X}'_2 \\ \mathbf{X}'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}'_1(1) & \mathbf{X}'_1(2) & \dots & \mathbf{X}'_1(l) \\ \mathbf{X}'_2(1) & \mathbf{X}'_2(2) & \dots & \mathbf{X}'_2(l) \\ \mathbf{X}'_3(1) & \mathbf{X}'_3(2) & \dots & \mathbf{X}'_3(l) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{Y}' &= \begin{bmatrix} \mathbf{Y}'_1 \\ \mathbf{Y}'_2 \\ \mathbf{Y}'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}'_1(1) & \mathbf{Y}'_1(2) & \dots & \mathbf{Y}'_1(l) \\ \mathbf{Y}'_2(1) & \mathbf{Y}'_2(2) & \dots & \mathbf{Y}'_2(l) \\ \mathbf{Y}'_3(1) & \mathbf{Y}'_3(2) & \dots & \mathbf{Y}'_3(l) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{X}'_j(i) &= [x_j(i), x_j(i + \tau), \dots, x_j(i + (m - 1)\tau)]^T, \\ \mathbf{Y}'_j(i) &= x_j(i + (m - 1)\tau + p), \\ (i &= 1, 2, \dots, l, j = 1, 2, 3) \end{aligned}$$

分别为重构后的输入样本和输出样本真实值, $l = N - (m - 1)\tau - p$, m 为嵌入维数, τ 为延迟时间, p 为预测步长.

3.2. MK-LSSVM 建模和实时在线预测

为了降低大量采样样本计算的复杂性, 本文采用在线学习的方式, 选取少量历史样本进行训练. 训练样本随采样时间的推移而窗式移动, 即 $t + 1$ 时刻采集一个新样本的同时, 剔除 t 时刻最早采集的一个旧样本, 从而保持训练样本总数不变. 选择窗口长度为 n , t 时刻采集的训练样本集可以表示为 $\mathbf{X}_j(t) = [x_j(t), \dots, x_j(t + n - 1)]^T$, 则由(3)和(4)式可以得到经过相空间重构后的混沌序列为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}'_j &= [\mathbf{X}'_j(t), \mathbf{X}'_j(t + 1), \dots, \mathbf{X}'_j(t + l_1 - 1)]^T, \\ \mathbf{Y}'_j &= [\mathbf{Y}'_j(t), \mathbf{Y}'_j(t + 1), \dots, \mathbf{Y}'_j(t + l_1 - 1)]^T, \end{aligned}$$

其中 $l_1 = n - (m - 1)\tau - p, j = 1, 2, 3$. 于是, PMSM 混沌系统的在线预测模型为

$$\mathbf{Y}'_j = \phi(\mathbf{X}'_j), \quad (5)$$

其中, p 为预测步长. $p = 1$ 时, 系统(5)为一步预测模型; $p > 1$ 时, 系统(5)为多步预测模型.

本文提出的 MK-LSSVM 方法是将 M 个不同类型的核函数 $\mathbf{K}_1, \dots, \mathbf{K}_M$ 进行线性加权组合, 得到新的等价核, 用于构建预测模型 $\phi(\cdot)$. 给定 t 时刻的训练样本 (x_i, y_i) , 其中 $i = t, t + 1, \dots, t + l_1 - 1, x_i = \mathbf{X}'_j(i) \in R^m, y_i = \mathbf{Y}'_j(i) \in R, j = 1, 2, 3$, 分别表示第 i 个样本的输入和期望输出. 则根据多核学习^[16]的思想, 高维特征空间中的线性函数

$$\mathbf{y} = \sum_{k=1}^M \lambda_k \boldsymbol{\omega}_k^T \boldsymbol{\varphi}_k(\mathbf{x}) + \mathbf{b} \quad (6)$$

可以拟合该样本集. 其中, $\boldsymbol{\varphi}_k(\cdot): R^m \rightarrow R$ 表示输入数据映射到高维特征空间的非线性变换, $\boldsymbol{\omega}_k$ 为 $\boldsymbol{\varphi}_k$ 的权值, λ_k 为第 k 个核函数的系数, \mathbf{b} 为常值偏差矩阵.

根据结构风险最小化原则, MK-LSSVM 方法将求解(6)式转化为在原始空间求解以下最小值优化问题, 即

$$\min_{\lambda_k} \min_{\boldsymbol{\omega}_k, b, \xi_i} \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \lambda_k \boldsymbol{\omega}_k^T \boldsymbol{\omega}_k + \frac{1}{2} \gamma \sum_{i=t}^{t+l_1-1} \xi_i^2, \quad (7)$$

约束条件为

$$\begin{aligned} y_i &= \sum_{k=1}^M \lambda_k \boldsymbol{\omega}_k^T \boldsymbol{\varphi}_k(x_i) + b + \xi_i \\ (i &= t, t + 1, \dots, t + l_1 - 1), \\ \sum_{k=1}^M \lambda_k &= 1, \\ \lambda_k &\geq 0 \quad (k = 1, 2, \dots, M). \end{aligned}$$

其中, γ 为正正则化参数, ξ_i 为建模误差.

以下定理给出了 MK-LSSVM 模型回归参数选取的表达式以及输出预测值的求解方法.

定理 对于给定的优化问题(7)式, t 时刻 MK-LSSVM 在线预测模型的输出值 $\hat{\mathbf{y}}$ 可以通过求解(8)式得出

$$\hat{\mathbf{y}} = \sum_{i=t}^{t+l_1-1} \alpha_i \left[\sum_{k=1}^M \lambda_k \mathbf{K}_k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) \right] + \mathbf{b}, \quad (8)$$

其中, $\hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}_t, \hat{y}_{t+1}, \dots, \hat{y}_{t+l_1-1}]^T, \mathbf{K}_k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x})$ 和 $\lambda_k (k = 1, \dots, M)$ 为第 k 个核函数与其权值, $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_t, \alpha_{t+1}, \dots, \alpha_{t+l_1-1}]^T$ 和 \mathbf{b} 为回归参数矩阵.

证明 由优化问题(7)式, 构建 Lagrange 函数

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\omega}_k, b, \xi_i, \alpha_i) &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \lambda_k \boldsymbol{\omega}_k^T \boldsymbol{\omega}_k + \frac{1}{2} \gamma \sum_{i=t}^{t+l_1-1} \xi_i^2 \\ &\quad - \sum_{i=t}^{t+l_1-1} \alpha_i \left(\sum_{k=1}^M \lambda_k \boldsymbol{\omega}_k^T \boldsymbol{\varphi}_k(\mathbf{x}_i) \right. \\ &\quad \left. + b + \xi_i - y_i \right). \end{aligned} \quad (9)$$

分别对参数 $\boldsymbol{\omega}_k, b, \xi_i$ 和 α_i 求偏导, 由 Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件^[24]可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\omega}_k} &= \lambda_k \boldsymbol{\omega}_k - \sum_{i=t}^{t+l_1-1} \alpha_i \lambda_k \boldsymbol{\varphi}_k(\mathbf{x}_i) = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial b} &= \sum_{i=t}^{t+l_1-1} \alpha_i = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \xi_i} &= \gamma \xi_i - \alpha_i = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \alpha_i} &= \sum_{k=1}^M \lambda_k \boldsymbol{\omega}_k^T \boldsymbol{\varphi}_k(x_i) + b + \xi_i - y_i = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

由(10)式可以得到

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_k &= \frac{1}{\lambda_k} \sum_{i=t}^{t+l_1-1} \alpha_i \lambda_k \boldsymbol{\varphi}_k(\mathbf{x}_i), \\ \sum_{i=t}^{t+l_1-1} \alpha_i &= 0, \\ \xi_i &= \alpha_i / \gamma, \\ y_i &= \sum_{k=1}^M \lambda_k \boldsymbol{\omega}_k^T \boldsymbol{\varphi}_k(\mathbf{x}_i) + b + \xi_i. \end{aligned} \quad (11)$$

将(11)式中的前 3 个方程代入第 4 个方程中, 可得

$$y_j = \sum_{k=1}^M \lambda_k \left[\sum_{i=t}^{t+l_1-1} \alpha_i \varphi_k^T(\mathbf{x}_i) \varphi_k(\mathbf{x}_j) \right] + b + \alpha_j/\gamma. \quad (12)$$

定义满足 Mercer 条件^[25]的核函数

$$\mathbf{K}_k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = [\varphi_k^T(\mathbf{x}_i)] \varphi_k(\mathbf{x}_j), \quad (13)$$

将(13)式代入(12)式有

$$y_j = \sum_{k=1}^M \lambda_k \left[\sum_{i=t}^{t+l_1-1} \alpha_i \mathbf{K}_k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \right] + b + \alpha_j/\gamma \\ = \sum_{i=t}^{t+l_1-1} \alpha_i \left[\sum_{k=1}^M \lambda_k \mathbf{K}_k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \right] + b + \alpha_j/\gamma. \quad (14)$$

由(11)式和(14)式,系统(7)相应的对偶系统可以写成

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}' + \mathbf{I}/\gamma & \mathbf{E} \\ \mathbf{E}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

其中, $\boldsymbol{\Omega}'_{i,j} = \sum_{k=1}^M \lambda_k \mathbf{K}_k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$, $i, j = t, \dots, t+l_1-1$,

$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_t, \alpha_{t+1}, \dots, \alpha_{t+l_1-1}]^T$, $\mathbf{E} = [1, 1, \dots, 1]^T$. \mathbf{I} 为单位矩阵

求解(15)式得回归参数 b 以及 $\boldsymbol{\alpha}$ 的表达式为

$$b = \frac{\mathbf{E}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{y}}{\mathbf{E}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{E}}, \\ \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{y} - b \mathbf{E}), \quad (16)$$

其中, $\mathbf{P} = \boldsymbol{\Omega}' + \mathbf{I}/\gamma$.

令 $\mathbf{Q}(t) = \mathbf{P}^{-1}$, 则

$$\mathbf{Q}(t) = (\boldsymbol{\Omega}' + \mathbf{I}/\gamma)^{-1} \\ = \begin{bmatrix} f(t) & \mathbf{F}(t)^T \\ \mathbf{F}(t) & \mathbf{G}(t) \end{bmatrix}^{-1}, \quad (17)$$

其中,

$$f(t) = \boldsymbol{\Omega}'(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_t) + 1/\gamma,$$

$$\mathbf{F}(t) = [\boldsymbol{\Omega}'(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{x}_t), \dots, \boldsymbol{\Omega}'(\mathbf{x}_{t+l_1-1}, \mathbf{x}_t)]^T,$$

$$\mathbf{G}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}'(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{x}_{t+1}) + 1/\gamma & \dots & \boldsymbol{\Omega}'(\mathbf{x}_{t+l_1-1}, \mathbf{x}_t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\Omega}'(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{x}_{t+l_1-1}) & \dots & \boldsymbol{\Omega}'(\mathbf{x}_{t+l_1-1}, \mathbf{x}_{t+l_1-1}) + 1/\gamma \end{bmatrix}^T.$$

于是, (17)式可以展开成

$$\mathbf{Q}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{G}(t)^{-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -\mathbf{F}(t)^T \mathbf{G}(t)^{-1} \\ -\mathbf{G}(t)^{-1} \mathbf{F}(t) & z_1(t) \end{bmatrix} r_1(t), \quad (18)$$

其中, $z_1(t) = \mathbf{G}(t)^{-1} \mathbf{F}(t) \mathbf{F}(t)^T \mathbf{G}(t)^{-1}$, $r_1(t) = 1/(f(t) - \mathbf{F}(t)^T \mathbf{G}(t)^{-1} \mathbf{F}(t))$.

由(15)–(18)式可得, t 时刻 MK-LSSVM 对偶空间的预测模型为

$$\hat{\mathbf{y}} = \sum_{k=1}^M \lambda_k \left[\sum_{i=t}^{t+l_1-1} \alpha_i [\varphi_k^T(\mathbf{x}_i)] \varphi_k(\mathbf{x}) \right] + b \\ = \sum_{i=t}^{t+l_1-1} \alpha_i \left[\sum_{k=1}^M \lambda_k \mathbf{K}_k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) \right] + b. \quad (19)$$

证毕.

在 $t+1$ 时刻, 由于采样样本的窗式移动, 旧样本被删除, 新的样本加入进来. 由(17)式知, $t+1$ 时刻的相关逆矩阵

$$\mathbf{Q}(t+1) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}(t) & \mathbf{W}(t+1)^T \\ \mathbf{W}(t+1) & w(t+1) \end{bmatrix}^{-1}, \quad (20)$$

其中, $w(t+1) = \mathbf{K}(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{x}_{t+1}) + 1/\gamma$ 与 $\mathbf{W}(t+1) = [\mathbf{K}(\mathbf{x}_{t+1}, \mathbf{x}_{t+1}), \dots, \mathbf{K}(\mathbf{x}_{t+l_1-1}, \mathbf{x}_{t+1})]^T$ 分别表示 $t+1$ 时刻新增样本形成的核函数元素与向量.

由(18)式知, (20)式可以进一步展开成

$$\mathbf{Q}(t+1) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}(t)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + r_2(t+1) \\ \times \begin{bmatrix} \mathbf{G}(t)^{-1} \mathbf{W}(t+1) & -\mathbf{G}(t)^{-1} \mathbf{W}(t+1) \\ -\mathbf{W}(t+1)^T \mathbf{G}(t)^{-1} & 1 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

其中 $r_2(t+1) = 1/(w(t+1) - \mathbf{W}(t+1)^T \mathbf{G}(t)^{-1} \times \mathbf{W}(t+1))$.

因此, 基于 MK-LSSVM 的 PMSM 混沌系统建模和实时预测算法为:

1) 选择 PMSM 混沌系统中 $\tilde{\mathbf{i}}_k$, $\tilde{\mathbf{i}}_q$ 和 $\tilde{\omega}$ 状态的 N 个样本进行相空间重构, 并利用 C-C 方法计算嵌入维数 m 和延迟时间 τ . 初始化窗口长度 n 的大小和采样时刻 $t=1$;

2) 采用在线学习的方式训练采样样本, 即在新样本加入的同时, 丢弃上一时刻最早采集的样本, 保证训练样本总数和窗口长度 n 不变;

3) 分别计算等价核函数矩阵 \mathbf{Q}' 以及相关矩阵 \mathbf{P} 及其逆矩阵 $\mathbf{Q}(t)$, 并由 (16) 式求解出回归参数矩阵形 \mathbf{b} 和 α ;

4) 根据 (19) 式计算 PMSM 混沌系统的 MK-LSSVM 在线输出预测值 $\hat{\mathbf{y}}$;

5) $t = t + 1$, 返回第 2) 步.

注 1 在 (6) — (19) 式中, 当 $M = 1$ 且 $\lambda_1 = 1$ 时, MK-LSSVM 方法就变成 LSSVM 方法的形式. 因此, 本文提出的 MK-LSSVM 方法可看作 LSSVM 方法在多核空间中的推广.

注 2 由 (16) 式可以看出, 在每次求解回归参数 \mathbf{b} 和 α 的过程中均涉及相关逆矩阵 \mathbf{P}^{-1} 的计算. 随着在线迭代次数的增加, 求逆计算将提高计算复杂度. 本文采用 (17) — (18), (20) — (21) 式的递推方法来代替求逆操作. 由 (18) 式可见, $\mathbf{G}(t)^{-1}$ 可以由 $\mathbf{Q}(t)$ 去掉第一行和第一列后的矩阵再减去 $z_1(t) r_1(t)$ 得到, 然后将 $\mathbf{G}(t)^{-1}$ 代入 (21) 式中, 完成从 $\mathbf{Q}(t)$ 到 $\mathbf{Q}(t+1)$ 的递推计算, 从而避免每次迭代均对相关矩阵求逆, 降低计算复杂度.

注 3 值得注意的是, 由于本文的在线学习算法是一种窗式移动的方法, 所以窗口大小 n 的合理选择对建模精度具有较大影响. 如果窗口选择太小, 则不能很好地建立系统预测模型; 而窗口选择太大时, 不仅可能会出现过拟合现象, 而且会提高计算的复杂度. 因此, 窗口大小的选择需要权衡计算复杂度和建模精度.

3.3. 核函数权值选取和噪声影响

MK-LSSVM 算法中, 新的等价核由多个核函数线性加权组合而成. 在权衡建模精度与计算复杂度的基础上, 选择三个核函数, 即多项式核 $\mathbf{K}_{\text{poly}} = (x_i x_j + c)^d$, 指数核 $\mathbf{K}_{\text{exp}} = \exp(-\|x_i - x_j\| / (2\sigma'^2))$ 以及径向基函数 (RBF) 核 $\mathbf{K}_{\text{RBF}} = \exp(-(x_i - x_j)^2 / (2\sigma^2))$, 用于构建新的等价核. 因此, 用于 PMSM 混沌建模的等价核函数可以表示为

$$\mathbf{K} = \lambda_1 \mathbf{K}_{\text{poly}} + \lambda_2 \mathbf{K}_{\text{RBF}} + \lambda_3 \mathbf{K}_{\text{exp}}, \quad (22)$$

其中, $\sum_{k=1}^3 \lambda_k = 1$ 且 $0 \leq \lambda_k \leq 1, k = 1, 2, 3$.

为降低等价核 \mathbf{K} 对单个核函数参数的依赖性, 提高预测建模精度, 权值 $\lambda_k, k = 1, 2, 3$ 的选择以每个核函数预测建模的均方根误差 (root mean squared error, RMSE) 作为评测标准, 即 RMSE 较小的核给定较大的权值. 预测 RMSE 定义如下:

$$\sigma_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{1}{l_1} \|\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}\|^2}, \quad (23)$$

其中, \mathbf{y} 是 PMSM 系统的真实输出值, $\hat{\mathbf{y}}$ 是 MK-LSSVM 模型预测输出值.

故 λ_k 的选择方法为

$$\lambda_k = \frac{\sum_{k=1}^3 R_k - R_k}{\sum_{k=1}^3 (\sum_{k=1}^3 R_k - R_k)} = \frac{\sum_{k=1}^3 R_k - R_k}{2 \sum_{k=1}^3 R_k}, \quad (24)$$

其中, $R_k (k = 1, 2, 3)$ 表示第 k 个核函数的 RMSE 值, $\sum_{k=1}^3 R_k$ 表示所有核函数的 σ_{RMSE} 总和, $\sum_{k=1}^3 R_k - R_k$ 表示第 k 个核函数的贡献.

然而, 工程实践中往往不可避免地会在 PMSM 混沌系统建模过程中引入测量误差, 导致建模的不准确. 由于遵循结构风险最小化原则, MK-LSSVM 算法对不同测量噪声均具有良好的抗噪性, 仿真结果体现了 MK-LSSVM 的抗噪效果.

4. 仿真研究

本文分别采用 LSSVM^[14] 和 MK-LSSVM 算法对 PMSM 混沌系统的 \tilde{i}_d, \tilde{i}_q 和 $\tilde{\omega}$ 状态进行一步预测和多步预测研究. 同时, 探讨不同测量噪声对 MK-LSSVM 算法预测建模精度的影响. 为了便于进行对比, 仿真中 LSSVM 和 MK-LSSVM 算法中选取相同的初始参数和仿真步长. 给定 PMSM 系统的初始状态和初始参数分别为 $(\tilde{i}_d(0), \tilde{i}_q(0), \tilde{\omega}(0)) = (20, 0.01, -5)$, $\tilde{u}_d(0) = 0, \tilde{u}_q(0) = 0, \tilde{T}_l(0) = 0, \beta = 5.46$ 和 $\rho = 20$; 仿真步长 $t_s = 0.02$ s, 样本总数为 $N = 1000$, 初始训练样本数 $n = 20$, LSSVM 和 MK-LSSVM 的正则化参数 $\gamma = 1000$.

核函数的参数选择方面, 为了验证核参数的变化对 LSSVM 和 MK-LSSVM 建模精度的影响, LSSVM 中的 RBF 核的参数先后取为 $\sigma = 5$ 和 $\sigma = 10$; MK-LSSVM 中的 RBF 核参数与 LSSVM 保持一致, 其他两个核的参数分别在一定的区间范围内随机取值, 即: 多项式核中, 核参数 c 与 d 分别在 $[50, 100]$ 与 $[1, 3]$ 区间内随机取值; 指数核的核参数 σ' 在 $[5, 10]$ 区间内随机取值.

4.1. 一步预测实验 ($p = 1$)

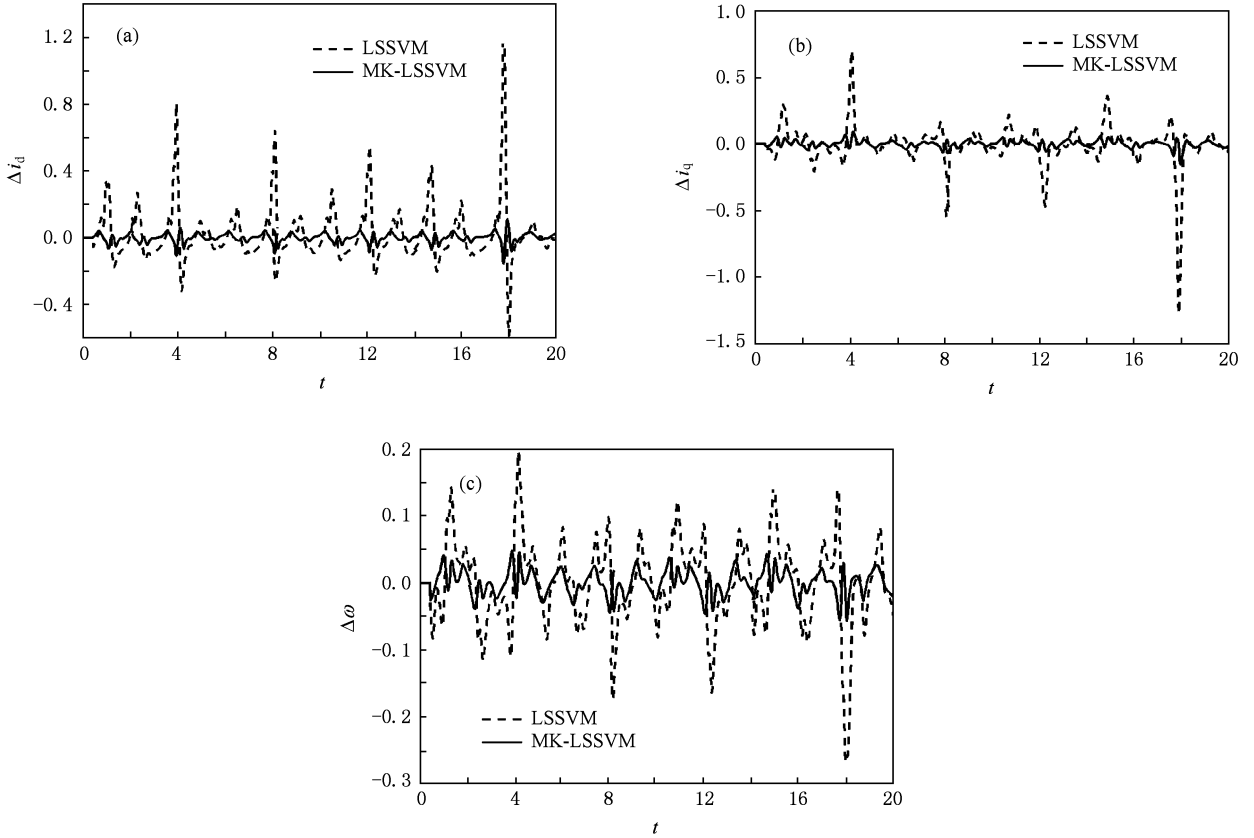
利用 C-C 方法对系统 (1) 的状态变量 \tilde{i}_d, \tilde{i}_q 和

$\tilde{\omega}$ 分别进行相空间重构, 得到的嵌入维数和延迟时间分别为 $m_1 = 5, \tau_1 = 3, m_2 = 3, \tau_2 = 3, m_3 = 5, \tau_3 = 3$. 以预测 RMSE 作为评价标准, 预测结果如表 1 所示. 图 2 和图 3 分别表示 $\sigma = 5$ 和 $\sigma = 10$ 情况下 LSSVM 和 MK-LSSVM 方法的一步预测误差对比, 图中虚线和实线分别表示 LSSVM 方法和 MK-LSSVM 方法的一步预测误差. 由图 2, 图 3 以及表 1 可以看出: 1) 当 RBF 核的参数 σ 发生变化时, LSSVM 算法的建模精度会受到较大的影响; 而 RBF 核参数 σ 的

变化对 MK-LSSVM 的建模精度影响相对较小; 2) 无论 $\sigma = 5$ 或 $\sigma = 10$, MK-LSSVM 方法对 \tilde{i}_d, \tilde{i}_q 和 $\tilde{\omega}$ 状态的一步预测精度均优于 LSSVM 方法.

表 1 系统(1)的一步预测结果

重构变量	m/τ	$\sigma_{\text{RMSE}}(\sigma = 10)$		$\sigma_{\text{RMSE}}(\sigma = 5)$	
		LSSVM	MK-LSSVM	LSSVM	MK-LSSVM
\tilde{i}_d	5/3	0.1203	0.0205	0.1752	0.0276
\tilde{i}_q	3/3	0.1025	0.0225	0.1563	0.0253
$\tilde{\omega}$	5/3	0.0806	0.0185	0.0659	0.0191

图 2 一步预测精度($\sigma = 5$) (a) 状态 \tilde{i}_d 的一步预测误差 $\Delta \tilde{i}_d$, (b) 状态 \tilde{i}_q 的一步预测误差 $\Delta \tilde{i}_q$, (c) 状态 $\tilde{\omega}$ 的一步预测误差 $\Delta \tilde{\omega}$

4.2. 多步预测实验($p = 5$)

本文提出的 MK-LSSVM 方法对系统(1)的三个状态变量进行多步预测($p = 5$), 结果如表 2 所示. 图 4 和图 5 分别表示当 RBF 核参数 $\sigma = 5$ 和 $\sigma = 10$ 时的 LSSVM 和 MK-LSSVM 多步预测误差对比. 由图 4, 图 5 以及表 2 可以看出, 在 $\sigma = 5$ 和 $\sigma = 10$ 时, MK-LSSVM 对 \tilde{i}_d, \tilde{i}_q 和 $\tilde{\omega}$ 状态的多步预测精度均高于 LSSVM. 另外, 与 LSSVM 方法相比, σ 参数的变化对 MK-LSSVM 的多步预测精度影响较小.

表 2 系统(1)的多步预测结果

重构变量	m/τ	$\sigma_{\text{RMSE}}(\sigma = 10)$		$\sigma_{\text{RMSE}}(\sigma = 5)$	
		LSSVM	MK-LSSVM	LSSVM	MK-LSSVM
\tilde{i}_d	5/3	0.4293	0.0631	0.2688	0.0844
\tilde{i}_q	3/3	0.3739	0.0619	0.2416	0.0656
$\tilde{\omega}$	5/3	0.3126	0.0448	0.1971	0.0463

4.3. 噪声影响

为了研究不同测量噪声对 MK-LSSVM 建模精

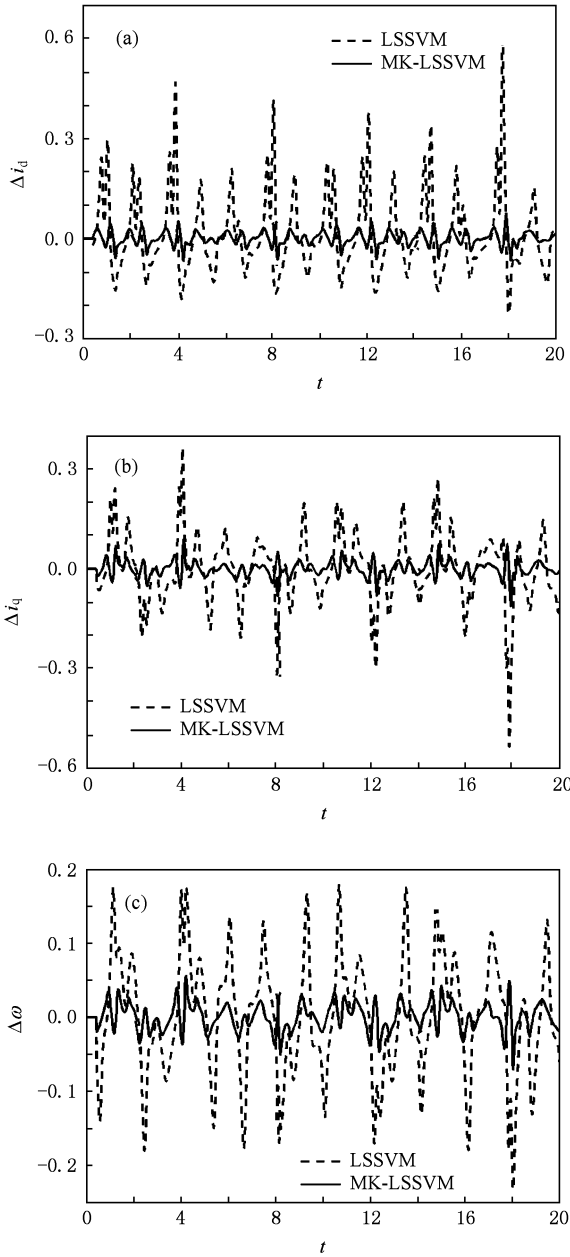


图3 一步预测精度 ($\sigma = 10$) (a) 状态 \tilde{i}_d 的一步预测误差 $\Delta \tilde{i}_d$, (b) 状态 \tilde{i}_q 的一步预测误差 $\Delta \tilde{i}_q$, (c) 状态 $\tilde{\omega}$ 的一步预测误差 $\Delta \tilde{\omega}$

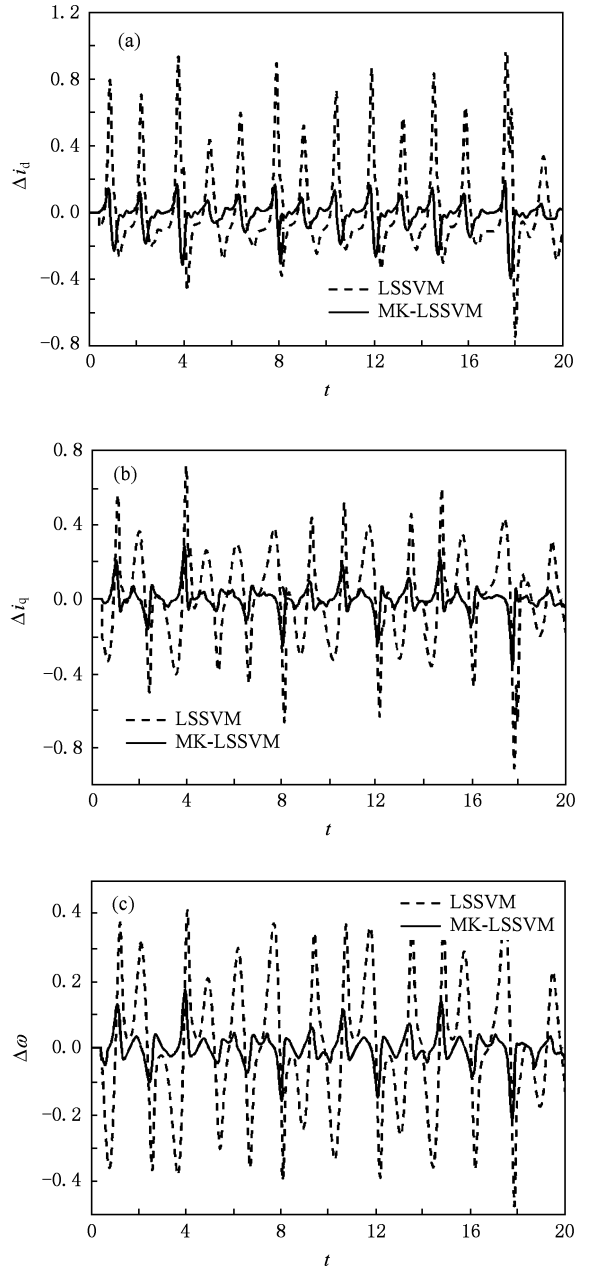


图4 多步预测结果 ($\sigma = 5$) (a) 状态 \tilde{i}_d 的多步预测误差 $\Delta \tilde{i}_d$, (b) 状态 \tilde{i}_q 的多步预测误差 $\Delta \tilde{i}_q$, (c) 状态 $\tilde{\omega}$ 的多步预测误差 $\Delta \tilde{\omega}$

度的影响,在系统(1)状态变量 \tilde{i}_d, \tilde{i}_q 和 $\tilde{\omega}$ 的输出值中分别加入服从 $N(0, 0.1), N(0, 0.01), N(0, 0.001)$ 分布的白噪声, MK-LSSVM 一步预测 ($p = 1$) 误差和多步预测 ($p = 5$) 误差结果分别如表 3 和表 4 所示. 结果表明,在不同测量噪声存在的情况下, MK-LSSVM 算法仍然可以取得良好的预测建模精度,具有一定的抗噪能力.

5. 结 论

针对 PMSM 系统在一定条件下产生混沌的情况,本文提出了基于 MK-LSSVM 的 PMSM 混沌建模方法. 将多个不同类型的核函数进行线性加权构造新的等价核,并利用混沌相空间重构和窗式移动的

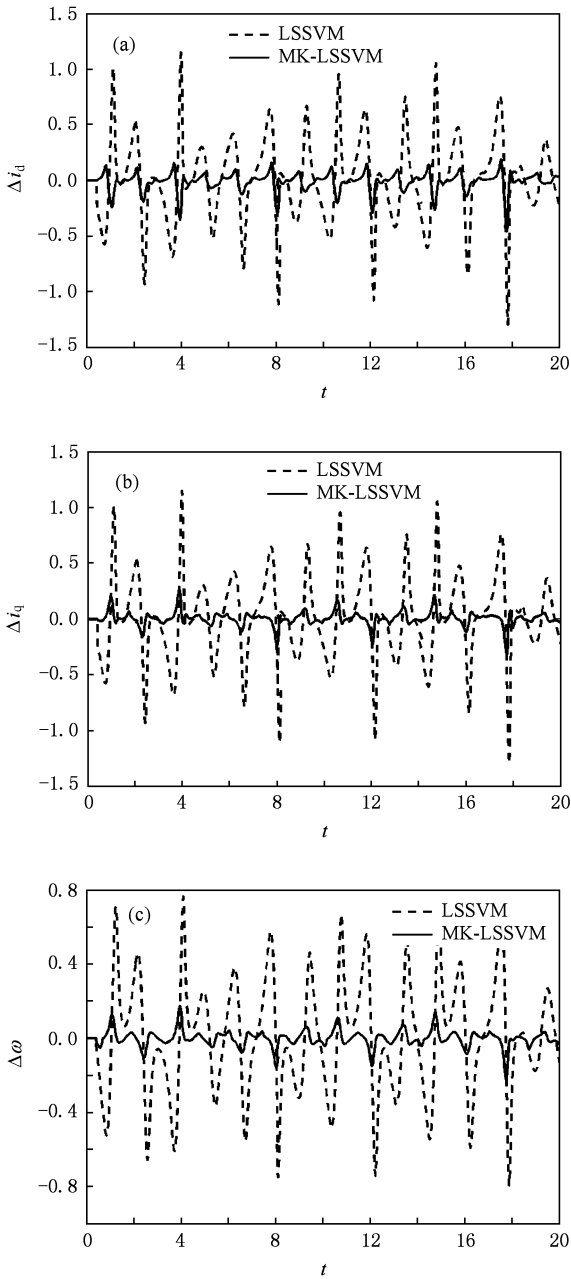


图5 多步预测结果($\sigma = 10$) (a) 状态 \tilde{i}_d 的多步预测误差 $\Delta \tilde{i}_d$, (b) 状态 \tilde{i}_q 的多步预测误差 $\Delta \tilde{i}_q$, (c) 状态 $\tilde{\omega}$ 的多步预测误差 $\Delta \tilde{\omega}$

表3 测量噪声存在时的 MK-LSSVM 一步预测结果

重构变量	m/τ	噪声分布	$\sigma_{\text{RMSE}}(\sigma = 10)$	$\sigma_{\text{RMSE}}(\sigma = 5)$
\tilde{i}_d	5/3	$N(0, 0.001)$	0.0563	0.0615
	5/3	$N(0, 0.01)$	0.1665	0.1842
	5/3	$N(0, 0.1)$	0.5312	0.5860
\tilde{i}_q	3/3	$N(0, 0.001)$	0.0552	0.0584
	3/3	$N(0, 0.01)$	0.1580	0.1732
	3/3	$N(0, 0.1)$	0.5022	0.5530
$\tilde{\omega}$	5/3	$N(0, 0.001)$	0.0491	0.0508
	5/3	$N(0, 0.01)$	0.1420	0.1487
	5/3	$N(0, 0.1)$	0.4463	0.4701

表4 测量噪声存在时的 MK-LSSVM 多步预测结果

重构变量	m/τ	噪声分布	$\sigma_{\text{RMSE}}(\sigma = 10)$	$\sigma_{\text{RMSE}}(\sigma = 5)$
\tilde{i}_d	5/3	$N(0, 0.001)$	0.1103	0.1088
	5/3	$N(0, 0.01)$	0.2627	0.2450
	5/3	$N(0, 0.1)$	0.7713	0.7164
\tilde{i}_q	3/3	$N(0, 0.001)$	0.0932	0.0924
	3/3	$N(0, 0.01)$	0.2460	0.2288
	3/3	$N(0, 0.1)$	0.7492	0.6947
$\tilde{\omega}$	5/3	$N(0, 0.001)$	0.0760	0.0748
	5/3	$N(0, 0.01)$	0.2097	0.1978
	5/3	$N(0, 0.1)$	0.6319	0.5968

在线学习方法,对 PMSM 的混沌系统进行了一步和多步预测. 从理论上给出了 MK-LSSVM 回归参数以及输出预测值的求解表达式. 该方法可以看作是 LSSVM 在多核空间中的推广. 结果表明,该方法对单一核函数及其参数的依赖性较小,具有较高的建模精度和良好的抗噪性能.

[1] Pillay P, Krishnan R 1989 *IEEE Trans. Ind. Appl.* **25** 265
 [2] Rahman M A, Zhou P 1996 *IEEE Trans. Ind. Electron.* **43** 256
 [3] Ooshima M, Chiba A 2004 *IEEE Trans. En. Convers.* **19** 569
 [4] Li Z, Park J B, Joo Y H, Zhang B, Chen G 2002 *IEEE Trans. Circ. Syst.* **1** 49 383
 [5] Jing Z, Yu C, Chen G 2004 *Chaos, Solitons. Fract.* **22** 831
 [6] Xue W 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8146 (in Chinese) [薛 薇 2009 物理学报 **58** 8146]

[7] Zhang B, Li Z, Mao Z Y 2002 *Cont. Theory Appl.* **19** 841 (in Chinese) [张 波、李 忠、毛宗源 2002 控制理论与应用 **19** 841]
 [8] Zhang J M, Wang K J 2007 *Proc. Chin. Soc. Electr. Engng.* **27** 7 (in Chinese) [张建民、王科俊 2007 中国电机工程学报 **27** 7]
 [9] Tan W, Wang Y N, Liu Z R, Zhou S W 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 795 (in Chinese) [谭 文、王耀南、刘祖润、周少武 2003

- 物理学报 **52** 795]
- [10] Wang Y S, Sun J, Wang C J, Fan H D 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6120 (in Chinese) [王永生、孙 谨、王昌金、范洪达 2008 物理学报 **57** 6120]
- [11] Zhang J F, Hu S S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 713 (in Chinese) [张军峰、胡寿松 2007 物理学报 **56** 713]
- [12] Vapnik V 1995 *The Nature of Statistical Learning Theory* (Singapore: World Scientific)
- [13] Suykens J A K, Gestel T V, Brabanter, Moor B D, Vandewalle J 2002 *Least Squares Support Vector Machines* (Singapore: World Scientific)
- [14] Ye M Y, Wang X D, Zhang H R 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2568 (in Chinese) [叶美盈、汪晓东、张浩然 2005 物理学报 **54** 2568]
- [15] Guo Z K, Song Z Q, Mao J Q 2009 *Contr. Decis.* **24** 145 (in Chinese) [郭振凯、宋召青、毛剑琴 2009 控制与决策 **24** 145]
- [16] Zien A, Ong C S 2007 *Proceeding of the 24th International Conference on Machine Learning* Oregon, USA, June 20—24 2007 P1191
- [17] Hu M, Chen Y, Kwok J T 2009 *IEEE Trans. Neural Network* **20** 827
- [18] Zhang J F, Hu S S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2708 (in Chinese) [张军峰、胡寿松 2008 物理学报 **57** 2708]
- [19] Takens F 1981 *Lecture Notes in Mathematics* (Berlin: Springer) p366
- [20] Kantz H, Schreiber T 1997 *Nonlinear Time Series Analysis* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [21] Fraster A M, Swinney H L 1986 *Phys. Rev. A* **33** 1134
- [22] Kugiurmtzis D 1996 *Physica D* **28** 13
- [23] Kim H S, Eykholt R, Salas J D 1999 *Physica D* **127** 48
- [24] Kuhn H W, Tucker A W 1951 *Proceedings of 2nd Berkeley Symposium* (Berkeley: University of California Press) p481
- [25] Mercer J 1909 *Philos. Trans. Roy. Soc.* **209** 415

Chaos modeling and real-time online prediction of permanent magnet synchronous motor based on multiple kernel least squares support vector machine *

Chen Qiang[†] Ren Xue-Mei

(School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

(Received 31 July 2009; revised manuscript received 21 September 2009)

Abstract

A multiple kernel least squares support vector machine (MK-LSSVM) modeling method is proposed for the chaos of permanent magnet synchronous motor (PMSM). An equivalent kernel is built by linear-weighted combination of multi kernels to reduce the dependence of modeling accuracy on kernel function and parameters. The solutions of regression parameters and MK-LSSVM output are given in theory. C-C method is employed for the phase space reconstruction of PMSM chaos, then one-step and multi-step real-time online prediction of reconstructed chaotic series are investigated based on moving window learning method. The effect of different measurement noises on the proposed method is discussed. Simulations show that the proposed method can enhance the modeling accuracy and have strong anti-noise capability.

Keywords: permanent magnet synchronous motor, multiple-kernel learning, least squares support vector machine, chaotic prediction

PACC: 0545

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60474033, 60974046).

[†] E-mail: chenqiang8404@yahoo.com.cn