

# 负介电常数材料和负磁导率材料的双层 结构中电磁波模式分析

张 睿<sup>†</sup> 羊亚平

(同济大学物理系, 上海 200092)

(上海市特殊人工微结构材料与技术重点实验室, 上海 200092)

(2009 年 6 月 17 日收到; 2009 年 7 月 22 日收到修改稿)

研究了双层单负材料结构中电磁波的模式, 主要分析了不同模式的产生条件, 讨论了这些模式与材料参数之间的关系. 当材料参数满足平均介电常数和磁导率为零时出现隧穿模式. 当满足波导模产生条件时, 波导模式的电磁波在材料两边的半无限真空中以消逝波存在, 在双层单负材料的界面处也可以出现较强的局域场.

**关键词:** 单负材料, 传播模式, 隧穿模式, 波导模式

**PACC:** 4110H, 6320P

## 1. 引 言

近年来, 单负材料的研究非常活跃<sup>[1-3]</sup>. 由于单负材料中的波矢为虚数, 因而单负材料中只存在迅衰场, 对电磁波是不透明的. 然而, 将不同单负材料按一定次序排列成微结构时, 这种结构对于某些频率的电磁波是透明的, 存在着传播模式的电磁波, 表现为完全隧穿<sup>[4,5]</sup>. Alu 和 Engheta<sup>[6]</sup> 进一步研究由负介电常数和负磁导率材料层组成的双层结构发现, 当满足一定的条件时, 该结构具有一系列独特的性质, 如波的振荡效应, 零反射现象等等.

在双层单负材料结构中, 电磁波存在的模式中还可能存在着波导模式. 这与传播模式不同, 在材料两边的真空中, 电磁波急剧衰减. 因此, 本文着重研究单负材料结构中以传输模式和波导模式存在的电磁波的特性及空间分布情况, 讨论单负材料的结构参数对其存在的影响.

## 2. 物理模型

考虑由两种材料构成的双层平板结构, 左侧材料的相对介电系数为  $\epsilon_{1r} = 1 - \frac{\alpha^2}{\omega^2}$  (当  $\omega < \alpha$  时  $\epsilon_{1r}$

$< 0$ ), 相对磁导率为常数  $\mu_{1r} > 0$ , 其厚度为  $d_1$ ; 右侧材料的相对介电系数为  $\epsilon_{2r} > 0$ , 相对磁导率为  $\mu_{2r} = 1 - \frac{\beta^2}{\omega^2}$  (当  $\omega < \beta$  时  $\mu_{2r} < 0$ ), 厚度为  $d_2$ <sup>[7]</sup>.  $\alpha$

和  $\beta$  为大于零的可调参数. 在各层材料中, 电磁场的波矢  $\mathbf{k}_l = (k_{lx}, k_y, k_z)$  满足  $k_{lx}^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_l^2 = \epsilon_{lr}\mu_{lr}k_0^2$ , 其中  $k_0 = \omega(\epsilon_0\mu_0)^{1/2}$  是真空中波数,  $l = 0, 3$  分别表示左右两侧真空层,  $l = 1, 2$  分别表示左右两层材料,  $x$  轴垂直于平板的表面, 零点位于左板的左侧面上,  $y, z$  轴平行于板面.

在真空中可以存在两种正交极化的平面波: TE 平面波和 TM 平面波. 为此定义单位矢量  $\hat{\mathbf{e}}(\mathbf{k}_l^\pm, j)$ , 其中  $j$  表示 TE 或 TM,

$$\hat{\mathbf{e}}(\mathbf{k}_l^\pm, \text{TE}) = (\sin\phi, -\cos\phi, 0)$$

$$\hat{\mathbf{e}}(\mathbf{k}_l^\pm, \text{TM}) = (\cos\theta_l \cos\phi, \cos\theta_l \sin\phi, \mp \sin\theta_l). \quad (1)$$

## 3. 传播模式

首先考虑传播模式, 即电磁波在材料两侧的真空中以传播的形式存在. 此时:

$$k_y^2 + k_z^2 < k_0^2, \quad (2)$$

$\mathbf{k}_l^+$  和  $\mathbf{k}_l^-$  表示沿  $x$  轴正、负方向传播的电磁波的波矢:

$$\mathbf{k}_l^+ = (k_{lx}, k_y, k_z)$$

<sup>†</sup> E-mail: zr1226@gmail.com

$$\mathbf{k}_l^- = (-k_{lx}, k_y, k_z), \quad (3)$$

传播模式的电场分布情况<sup>[8]</sup>:

通过推导,给出电磁波从左侧入射时在各个区域内

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, j) = \begin{cases} [\exp(i\mathbf{k}_0^+ \cdot \mathbf{r}) + R_1^j \exp(i\mathbf{k}_0^- \cdot \mathbf{r})] & (x < 0) \\ A_1^j \exp(i\mathbf{k}_1^+ \cdot \mathbf{r}) \hat{e}(\mathbf{k}_1^+, j) + B_1^j \exp(i\mathbf{k}_1^- \cdot \mathbf{r}) \hat{e}(\mathbf{k}_1^-, j) & (0 \leq x < d_1) \\ A_2^j \exp(i\mathbf{k}_2^+ \cdot \mathbf{r}) \hat{e}(\mathbf{k}_2^+, j) + B_2^j \exp(i\mathbf{k}_2^- \cdot \mathbf{r}) \hat{e}(\mathbf{k}_2^-, j) & (d_1 \leq x < d_1 + d_2) \\ T_1^j \exp(i\mathbf{k}_3^+ \cdot \mathbf{r}) \hat{e}(\mathbf{k}_3^+, j) & (x \geq d_1 + d_2) \end{cases} \quad (4)$$

其中  $R_1^j$  和  $T_1^j$  分别代表双层结构总的反射系数和透射系数;  $R_2^j$  表示为负磁导率材料的反射系数.

图 1 是双层材料结构的透射率情况. 这里选取参数  $\epsilon_{2r} = 3, \mu_{1r} = 2, \alpha^2 = \beta^2 = 10^{32}, d_1 = 3 \times 10^{-8} \text{ m}, d_2 = 4 \times 10^{-8} \text{ m}$ , 入射角  $\theta = 45^\circ$ . 在这样的参数情况下,两平板在角频率  $\omega < 10 \times 10^{15} \text{ rad/s}$  时表现出单负特征,而透射率出现较大的峰值,最大透射率接近 0.8. 一般情况下,电磁波在单负材料中是衰减的,但在两种不同单负材料的复合结构中,电磁场并非简单衰减. 图 2 表示相同参数条件下,选取入射光角频率  $\omega = 6.0 \times 10^{15} \text{ rad/s}$  的电场分布情况,从图中可以看出,在双层单负材料的交界面处有峰值出现.

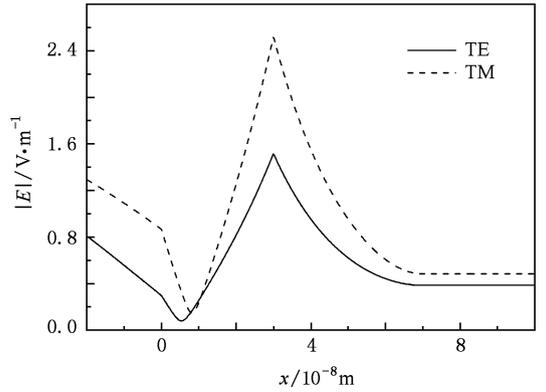


图 2 传播模式电场分布图

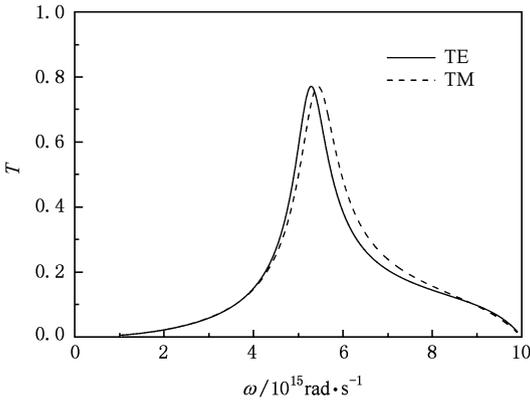


图 1 材料的透射谱

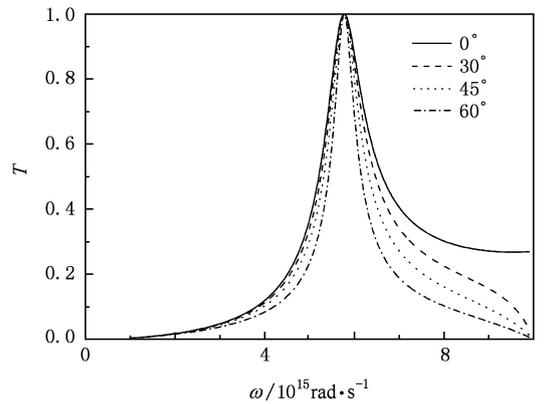


图 3 入射角  $\theta$  分别为  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  时的透射谱

调整结构参数,可以进一步提高透射率. 当结构参数满足  $\frac{d_1 \mu_{1r} + d_2}{d_1 + d_2 \epsilon_{2r}} = \frac{d_2 \beta^2}{d_1 \alpha^2}$  时,其最大透射率可以达到 1. 如取参数  $\epsilon_{2r} = \mu_{1r} = 2, \alpha^2 = \beta^2 = 10^{32}, d_1 = d_2 = 4 \times 10^{-8} \text{ m}$ , 透射率如图 3 所示.

从图 3 中可以看出,在角频率  $\omega$  为  $5.7735 \times 10^{15} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  时出现了透射率等于 1 的情况. 在此角频率点,通过计算材料的平均介电常数  $\bar{\epsilon}$  和平均磁导率  $\bar{\mu}$  发现:

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon} &= \frac{\epsilon_1 d_1 + \epsilon_2 d_2}{d_1 + d_2} = 0 \\ \bar{\mu} &= \frac{\mu_1 d_1 + \mu_2 d_2}{d_1 + d_2} = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

这种模式被称为共振隧穿模<sup>[9]</sup>. 在图 4 中分别计算了不同模式和不同入射角度的共振隧穿模的电场分布. 从图中可以看到,在两种单负材料的交界面处电磁波呈现局域场的特性. 此外,从图 3 和图 4 中可以看到,共振隧穿模的角频率位置几乎不随入射

角改变. 因为在正入射时, 共振隧穿模的电场局域在两种单负材料的交界面处, 当电磁波从正入射变为斜入射时, 为了满足边界条件, 电场能量仍须集中在两种单负材料的界面处, 也就是说, 结构中的场构型不随入射角度变化而变化, 共振隧穿模的位置仍然在系统的共振隧穿角频率处, 所以, 共振隧穿模不随角度的变化而变化. 同时, 出现共振隧穿模的角频率位置与偏振模式无关, 仅由负介电常数和负磁导率的几何平均值为零来决定.

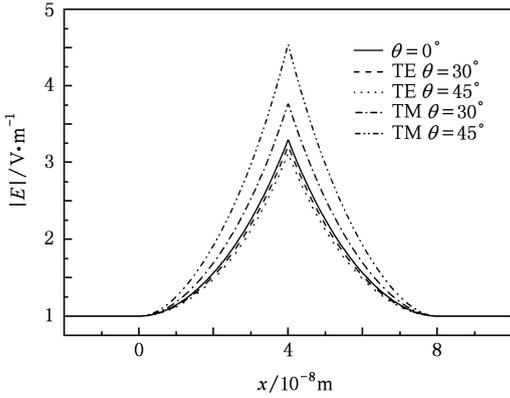


图4 入射角  $\theta$  分别为  $0^\circ, 30^\circ$  和  $45^\circ$  的 TE 波与 TM 波共振隧穿模的电场分布图

## 4. 波导模式

以波导模式存在的电磁波, 在材料两边的半无限真空中以指数形式衰减. 因此, 任意角频率的波导模式存在都要满足不等式  $k_y^2 + k_z^2 > k_0^2$ . 波矢在  $(y, z)$  平面上的投影长度被称为波导模式的传播系数, 即

$$h = (k_y^2 + k_z^2)^{1/2}, \quad (6)$$

我们将分别从 TE 和 TM 极化来研究电磁波波导模式的情况.

### 4.1. 波导模式分析

首先考虑 TE 极化模式. 在各个区域内电磁波波导模式的电场在  $\hat{y}$  方向的分布情况如下<sup>[10-12]</sup>:

$$E_l = \begin{cases} \hat{y} B_0 e^{-ik_0 x} e^{ik_z z} & (x < 0) \\ \hat{y} (A_1 e^{ik_{1x} x} + B_1 e^{-ik_{1x} x}) e^{ik_z z} & (0 \leq x < d_1) \\ \hat{y} (A_2 e^{ik_{2x} x} + B_2 e^{-ik_{2x} x}) e^{ik_z z} & (d_1 \leq x < d_1 + d_2) \\ \hat{y} A_3 e^{ik_{3x} x} e^{ik_z z} & (x \geq d_1 + d_2) \end{cases}, \quad (7)$$

相应地, 磁场有以下的形式:

$$H_l = \begin{cases} \frac{1}{\omega \mu_0} B_0 (-k_z \hat{x} - k_{0x} \hat{z}) e^{ik_0 x} e^{ik_z z} & (x < 0) \\ \frac{1}{\omega \mu_1} [A_1 (-k_z \hat{x} + k_{1x} \hat{z}) e^{-ik_{1x} x} + B_1 (-k_z \hat{x} - k_{1x} \hat{z}) e^{ik_{1x} x}] e^{ik_z z} & (0 \leq x < d_1) \\ \frac{1}{\omega \mu_2} [A_2 (-k_z \hat{x} + k_{2x} \hat{z}) e^{-ik_{2x} x} + B_2 (-k_z \hat{x} - k_{2x} \hat{z}) e^{ik_{2x} x}] e^{ik_z z} & (d_1 \leq x < d_1 + d_2) \\ \frac{1}{\omega \mu_0} A_3 (-k_z \hat{x} + k_{0x} \hat{z}) e^{-ik_0 x} e^{ik_z z} & (x \geq d_1 + d_2) \end{cases} \quad (8)$$

在三个边界  $x_l (l = 1, 2, 3)$  处由边界条件可得:

$$A_{l-1} e^{ik_{(l-1)x} x_l} + B_{l-1} e^{-ik_{(l-1)x} x_l} = A_l e^{ik_{lx} x_l} + B_l e^{-ik_{lx} x_l}, \quad (9)$$

$$A_{l-1} e^{ik_{(l-1)x} x_l} - B_{l-1} e^{-ik_{(l-1)x} x_l} = p_{l(l-1)}^{\text{TE}} (A_l e^{ik_{lx} x_l} - B_l e^{-ik_{lx} x_l}), \quad (10)$$

式中  $p_{l(l-1)}^{\text{TE}} = (p_{(l-1)l}^{\text{TE}})^{-1} = \frac{\mu_{l-1} k_{lx}}{\mu_l k_{(l-1)x}}$ . 由(9)和(10)

式可以用  $A_l, B_l$  表示  $A_{l-1}, B_{l-1}$ :

$$A_{l-1} e^{ik_{(l-1)x} x_l} = \frac{1}{2} (1 + p_{(l-1)l}^{\text{TE}}) [A_l e^{ik_{lx} x_l} + R_{(l-1)l}^{\text{TE}} B_l e^{-ik_{lx} x_l}], \quad (11)$$

$$B_{l-1} e^{-ik_{(l-1)x} x_l} = \frac{1}{2} (1 + p_{(l-1)l}^{\text{TE}}) [R_{(l-1)l}^{\text{TE}} A_l e^{ik_{lx} x_l} + B_l e^{-ik_{lx} x_l}], \quad (12)$$

反过来, 也可以用  $A_{l-1}, B_{l-1}$  表示  $A_l, B_l$ :

$$A_l e^{ik_{lx} x_l} = \frac{1}{2} (1 + p_{l(l-1)}^{\text{TE}}) [A_{l-1} e^{ik_{(l-1)x} x_l} + R_{l(l-1)}^{\text{TE}} B_{l-1} e^{-ik_{(l-1)x} x_l}], \quad (13)$$

$$B_l e^{-ik_{lx} x_l} = \frac{1}{2} (1 + p_{l(l-1)}^{\text{TE}}) [R_{l(l-1)}^{\text{TE}} A_{l-1} e^{ik_{(l-1)x} x_l} + B_{l-1} e^{-ik_{(l-1)x} x_l}], \quad (14)$$

其中,  $R_{(l-1)l}^{\text{TE}} = -R_{l(l-1)}^{\text{TE}} = \frac{1 - p_{(l-1)l}^{\text{TE}}}{1 + p_{(l-1)l}^{\text{TE}}}$ .

由(11)与(12)式可以得到比例系数

$$R_{1+}^{\text{TE}} = \frac{B_1}{A_1} = \frac{e^{2ik_{1x}x_2}}{R_{12}^{\text{TE}}} + \frac{[1 - (1/R_{12}^{\text{TE}2})]e^{2i(k_{1x} + k_{2x})x_2}}{(1/R_{12}^{\text{TE}})e^{2ik_{2x}x_2} + (B_2/A_2)}, \quad (15)$$

(15)式中  $B_2/A_2$  可以用  $B_3/A_3$  展开, 在  $x \geq d_1 + d_2$  区域中,  $B_3 = 0$ . 而由(13)和(14)式可得:

$$R_{1-}^{\text{TE}} = \frac{A_1}{B_1} = e^{-2ik_{1x}x_1}/R_{10}^{\text{TE}} + \frac{[1 - (1/R_{10}^{\text{TE}2})]e^{-2i(k_{0x} + k_{1x})x_1}}{(1/R_{10}^{\text{TE}})e^{-2ik_{0x}x_1} + (A_0/B_0)}, \quad (16)$$

在  $x < 0$  区域中,  $A_0 = 0$ .

因此, 由(15)和(16)两式可得到波导模式产生的条件为:

$$1 - R_{1+}^{\text{TE}}R_{1-}^{\text{TE}} = 0, \quad (17)$$

类似的方法可以得到在 TM 极化时产生波导模式的条件为:

$$1 - R_{1+}^{\text{TM}}R_{1-}^{\text{TM}} = 0, \quad (18)$$

其中  $R_{(l-1)l}^{\text{TM}} = -R_{l(l-1)}^{\text{TM}} = \frac{1 - p_{(l-1)l}^{\text{TM}}}{1 + p_{(l-1)l}^{\text{TM}}}, p_{l(l-1)}^{\text{TM}} =$

$$(p_{(l-1)l}^{\text{TM}})^{-1} = \frac{\varepsilon_{l-1}k_{lx}}{\varepsilon_l k_{(l-1)x}}.$$

## 4.2. 数值计算结果

### 4.2.1. 波导模式的场分布

(17)和(18)式表示不同极化情况下产生波导模式的条件. 取材料结构参数为  $\varepsilon_{2r} = 4, \mu_{1r} = 2,$

$d_1 = 6 \times 10^{-8} \text{ m}, d_2 = 4 \times 10^{-8} \text{ m}, \alpha^2 = \beta^2 = 10^{32}$ . 在不同的极化情况下, 满足波导模式的角频率也不相同, 图5表示在这些参数条件下两种模式的电磁波场分布图. 从图5可以看出, 在交界面处有局域场出现. 在材料两侧的真空中, 场迅速的衰减为零.

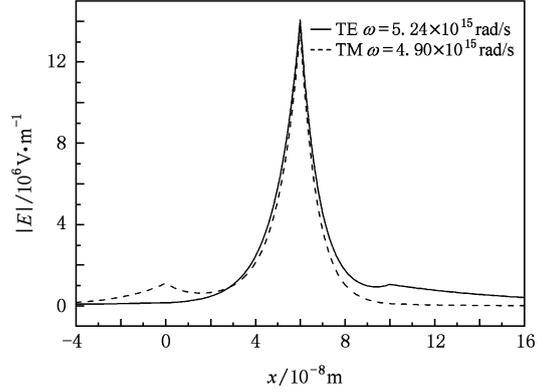


图5 两种极化模式的场分布图

### 4.2.2. 波导模式与材料厚度的关系

给定负磁导率材料的厚度, 而改变负介电常数材料的厚度, 利用波导模式产生的条件(17), (18)式可以研究波导模式与材料厚度比值之间的变化关系.

从图6中可以看出, 当厚度比值固定时, 在  $\omega-h$  平面的模式曲线有两个单独的分支. TE 极化下, 随着材料厚度比值的减小, 两曲线逐渐靠近; 而在 TM 极化下, 随着材料厚度的逐渐增大, 两曲线逐渐靠近. 当负介电常数材料与负磁导率材料厚度比值确定, 而改变材料的厚度值的情况, 如图7所示.

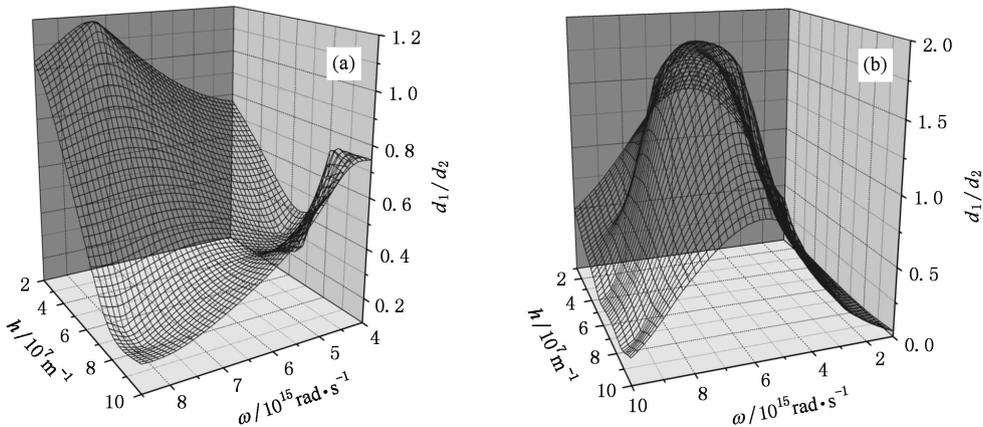


图6 双层单负材料厚度比值变化模式图  $\varepsilon_{2r} = 2, \mu_{1r} = 3, d_2 = 1 \times 10^{-8} \text{ m}, \alpha^2 = \beta^2 = 10^{32}$ . (a) TE, (b) TM

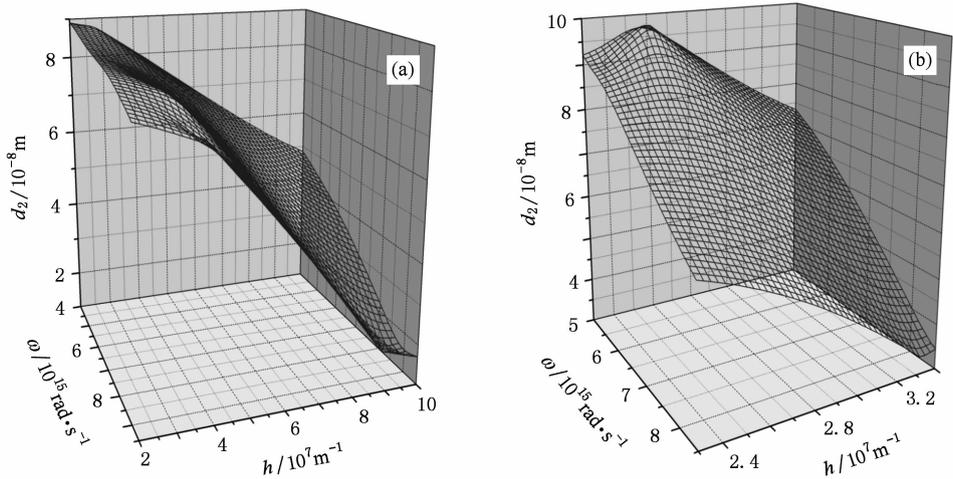


图7 双层单负材料厚度比值确定,磁单负材料厚度变化模式图  $d_1/d_2 = 0.5, \alpha^2 = \beta^2 = 10^{32}, \epsilon_{2r} = 3, \mu_{1r} = 2$ . (a) TE, (b) TM

从图7中可见,厚度值具有截止值.随着角频率的增加,材料的厚度值逐渐减小.与TE极化相比, TM极化的波导模式的传播常数  $h$  集中在一个较小的变化范围内.

#### 4.2.3. 波导模式与 $\epsilon_{2r}, \mu_{1r}$ 的关系

从图8可以看出,在TE极化下,当负磁导率材

料的介电常数固定时,随着电磁波角频率值不断增加,负介电常数材料的磁导率值不断减小;在TM极化下,负介电常数材料的磁导率固定时,随着电磁波角频率值不断增加,负磁导率材料的介电常数取值不断减小.

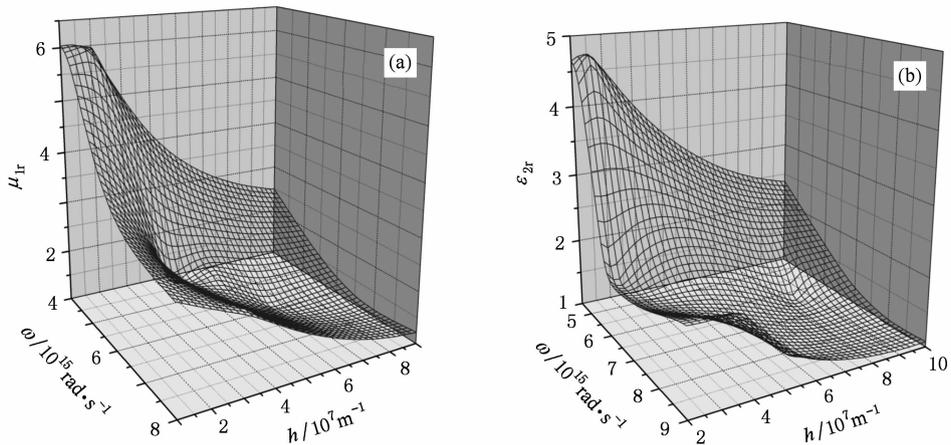


图8  $\epsilon_{2r}, \mu_{1r}$  变化时的模式图 (a) TE,  $d_1 = d_2 = 6 \times 10^{-8} \text{ m}, \alpha^2 = \beta^2 = 10^{32}, \epsilon_{2r} = 3$ ; (b) TM,  $d_1 = d_2 = 6 \times 10^{-8} \text{ m}, \alpha^2 = \beta^2 = 10^{32}, \mu_{1r} = 2$

## 5. 结 论

本文主要分析了电磁波在双层单负材料中的模式情况,着重讨论了电磁波的传播模式和波导模式,通过理论推导得到在不同极化条件下隧穿模式和波导模式产生的条件.求解波导条件的方程就可

以得到相应参数条件下的以波导模式存在的电磁波.通过求出的满足条件的参数,运用数值计算的方法做出以波导模式存在的电磁波的场分布图显示,计算的结果与之前的理论分析一致,波导模式的电磁波在材料两边的半无限空间中以指数形式迅速衰减,在两单负材料的交界面处出现峰值.

- [1] Fredkin D R, Ron A 2002 *Appl. Phys. Lett.* **81** 1753
- [2] Alu A, Engheta N 2004 *IEEE Trans. Microwave Theor. Technol.* **52** 199
- [3] Wang L G, Chen H, Zhu S Y 2004 *Phys. Rev. B* **70** 245102
- [4] Jiang H T, Chen H, Zhu S Y 2004 *Phys. Rev. E* **73** 046601
- [5] Chen Y H, Dong J W, Wang H Z 2006 *Appl. Phys. Lett.* **89** 141101
- [6] Alu A, Engheta N 2003 *IEEE Trans. Microwave Antenn. Propag.* **51** 2558
- [7] Eleftheriades G V, Iyer A K, Kremer P C 2002 *IEEE Trans. Microwave Theor. Technol.* **50** 2702
- [8] Xu J P, Yang Y P, Liu N H, Zhu S Y 2007 *Eur. Phys. J. D* **41** 403
- [9] Guan G S, Jiang H T, Li H Q, Zhang Y W, Chen H, Zhu S Y 2006 *Appl. Phys. Lett.* **88** 21112
- [10] Ruppin R 2000 *Phys. Lett. A* **277** 61
- [11] Ruppin R 2001 *J. Phys. D: Condens. Matter.* **13** 1811
- [12] Wu B L, Grzegorzczak T M, Zhang Y, Kong J A 2003 *J. Appl. Phys.* **93** 9386

## Analysis of modes in pairing of single-negative material

Zhang Rui<sup>†</sup> Yang Ya-Ping

(Department of Physics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

(Shanghai Key Laboratory of Special Artificial Microstructure and Technology)

(Received 17 June 2009; revised manuscript received 22 July 2009)

### Abstract

The modes in a double-layer of single-negative material have been investigated. The conditions for the existence of different modes have been analyzed. The relations between different modes and material parameters are considered. Tunneling mode appears when the general zero average permittivity and permeability conditions are satisfied. When the wave guide condition is satisfied, electromagnetic wave is evanescent outside the material, and the field is mainly localized at the interface of the two single-negative layers.

**Keywords:** single-negative material, propagation mode, tunneling mode, guided mode

**PACC:** 4110H, 6320P