

矩形掺杂光子晶体中电磁波的模式和缺陷模^{*}

刘启能[†]

(重庆工商大学计算机科学与信息工程学院, 重庆 400067)

(2009 年 6 月 28 日收到; 2009 年 7 月 20 日收到修改稿)

利用一维矩形掺杂光子晶体中电磁波横向受限的条件, 推导出电磁波在其中各个模式满足的关系式, 利用它研究了电磁波各模式的特性. 利用特征法研究了电磁波的缺陷模随模式量子数和矩形边长的变化规律, 得出了一维矩形掺杂光子晶体缺陷模的新结构.

关键词: 矩形光子晶体, 受限, 模式, 缺陷模

PACC: 4270Q, 4282

1. 引 言

光子晶体的概念自 1987 年分别由 John 和 Yablonovitch 提出后, 由于光子晶体在带隙方面的特殊性质, 使它很快成为光学前沿领域中一个十分活跃的研究课题. 近年来人们已对光子晶体开展了广泛、深入地研究^[1-14]. 但在这些研究中为了使问题简化而便于研究, 几乎都是把一维光子晶体作为横向不受限来处理. 而真实的光子晶体具有一定外形, 这使得电磁波在其中传输时横向受到外形限制, 这种限制必然会影响到电磁波的传输模式和缺陷模结构. 因此, 研究一维光子晶体的横向受限问题对弄清真实的一维光子晶体的特性有着十分重要的理论价值和实用价值. 最近, 文献[15]对一维光子晶体横

向受限的问题做了一些研究, 取得了一些成果, 但仍有许多重要问题有待深入研究. 本文将研究一种典型的一维横向受限光子晶体, 即一维矩形掺杂光子晶体中电磁波的模式特征和缺陷模特性.

2. 模型和计算方法

一维矩形掺杂光子晶体的结构如图 1 所示. 沿 z 轴(对称轴)方向是由折射率为 $n_1 = 1.38$ (氟化镁)、厚度为 d_1 和折射率为 $n_2 = 2.38$ (硫化锌)、厚度为 d_2 的两种介质周期性地交替构成, 中间掺了一层厚度为 d_3 , 折射率为 $n_3 = 2.97$ (砷化铝)的杂质. 该光子晶体被限制在一个横切面为矩形的金属筒内, 矩形的长为 a (沿 x 方向)、宽为 b (沿 y 方向). 入射空间和出射空间的折射率都为 $n_0 = 1$.

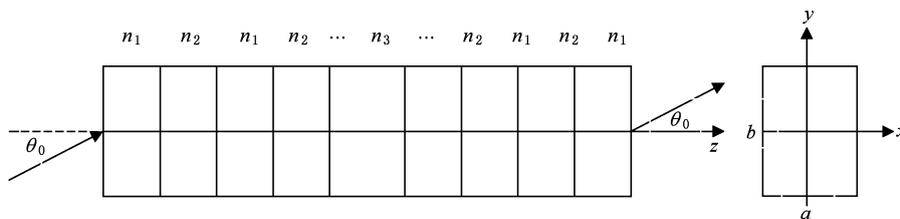


图 1 一维矩形掺杂光子晶体

在该一维矩形掺杂光子晶体中传播的电磁波的波矢 \mathbf{k} ($\mathbf{k} = n\omega/2\pi c$, ω 为圆频率, c 为光速, n 为折射率)的三个分量 k_x, k_y, k_z 有

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2, \quad (1)$$

由于电磁波在 x 方向和 y 方向受限, k_x 和 k_y 必须满足驻波条件

* 重庆市教委科学技术研究基金(批准号: KJ080720)资助的课题.

[†] E-mail: liuqineng@yahoo.com.cn

$$\begin{aligned} k_x &= J_x/2a \quad (J_x = 0, 1, 2, 3, \dots), \\ k_y &= J_y/2b \quad (J_y = 0, 1, 2, 3, \dots), \end{aligned} \quad (2)$$

而 $k_z = k \cos \theta$ (θ 为波矢 \mathbf{k} 与 z 轴的夹角), 由 (1) 和 (2) 式得

$$\begin{aligned} k^2 \sin^2 \theta &= (J_x/2a)^2 + (J_y/2b)^2 \\ (J_x &= 0, 1, 2, 3, \dots; J_y = 0, 1, 2, 3, \dots). \end{aligned} \quad (3)$$

将 J_x, J_y 称为模式量子数, 由 (3) 式可知 J_x, J_y 各取一个值, 对应于一个 \mathbf{k} 即电磁波的一个模式. 因此在一维矩形掺杂光子晶体中传播的电磁波存在多个 \mathbf{k} 分离的模式, 其中 $J_x = 0, J_y = 0$ 的模式对应电磁波正入射, 其他模式对应电磁波斜入射的情况. (3) 式就是一维矩形掺杂光子晶体中电磁波各模式满足的关系式, 而这些特征是一维非受限光子晶体中的电磁波没有的.

由薄膜光学理论, 电磁波在薄层介质 n_j 中的特征矩阵 \mathbf{M}_j 为

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_j &= \begin{bmatrix} \cos \delta_j & -\frac{i}{p_j} \sin \delta_j \\ -ip_j \sin \delta_j & \cos \delta_j \end{bmatrix} \\ (j &= 1, 2, 3), \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\delta_j = (2\pi/\lambda) n_j d_j \cos \theta_j \quad (j = 1, 2, 3), \quad (5)$$

$$p_j = \begin{cases} n_j \cos \theta_j & \text{TE 波} \\ \cos \theta_j / n_j & \text{TM 波} \end{cases} \quad (j = 1, 2, 3), \quad (6)$$

(5) 和 (6) 式中的 $\cos \theta_j$ 由 (3) 式给出. 一维矩形掺杂光子晶体的整体特征矩阵 \mathbf{M} 为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = (M_1 M_2)^N M_3 (M_2 M_1)^N, \quad (7)$$

N 为周期数, 一维矩形掺杂光子晶体中电磁波的透射率 T 为

$$T = \left| \frac{2n_0}{(M_{11} + M_{12}n_0)n_0 + (M_{21} + M_{22}n_0)} \right|^2. \quad (8)$$

利用 (3) — (8) 式可以计算该一维矩形掺杂光子晶体中电磁波各个模式的缺陷模. 下面的计算中, 中心波长取 $\lambda_0 = 1500 \text{ nm}$, $n_1 d_1 = n_2 d_2 = \lambda_0/4$, $n_3 d_3 = \lambda_0/2$, 中心圆频率 $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$, 令归一化频率 $g = \omega/\omega_0$.

3. 模式的特征

首先由 (3) 式分析该一维矩形掺杂光子晶体中电磁波各个模式的透射角 θ_0 与归一化频率 g , a 和 b 的关系. 令 $a = X\lambda_0, b = Y\lambda_0$, 由 (3) 式可得

$$\begin{aligned} \sin \theta_0 &= \frac{1}{g} \sqrt{(J_x/2X)^2 + (J_y/2Y)^2} \\ (J_x &= 0, 1, 2, 3, \dots; J_y = 0, 1, 2, 3, \dots). \end{aligned} \quad (9)$$

若电磁波沿 xoz 面入射, 则

$$\sin \theta_0 = J_x/2gX$$

$$(J_x = 0, 1, 2, 3, \dots; J_y = 0).$$

若电磁波沿 yoZ 面入射, 则

$$\sin \theta_0 = J_y/2gY$$

$$(J_x = 0; J_y = 0, 1, 2, 3, \dots).$$

由 (9) 式可知, 该一维矩形掺杂光子晶体中电磁波各个模式有以下特征: 1) 一维矩形光子晶体中电磁波存在许多模式, 每个模式由模式量子数 J_x 和 J_y 确定, 记为 $[J_x, J_y]$; 而在一维非受限光子晶体中电磁波不存在模式; 2) 当 a 和 b (X 和 Y) 一定时, 模式量子数越大对应的透射角越大, 同一模式的电磁波, a 和 b (X 和 Y) 越大对应的透射角越小; 透射角一定时, a 和 b 越大对应的模式量子数越大; 3) 透射波中出现一级禁带的缺陷模其模式量子数的取值范围为一级禁带的缺陷模出现在 $g = 1$ 附近. 将 (9) 式中的 g 取 1, 而 $\sin \theta_0 \leq 1$, 则有

$$\begin{aligned} \text{在 } x \text{ 方向 } J_x &\leq 2X \quad (J_x = 0, 1, 2, 3, \dots), \\ \text{在 } y \text{ 方向 } J_y &\leq 2Y \quad (J_y = 0, 1, 2, 3, \dots), \end{aligned} \quad (10)$$

(10) 式为透射波中出现一级禁带的缺陷模其模式量子数的取值范围的公式. 由 (10) 式可知, 一级禁带的缺陷模其模式量子数的取值范围由 X 和 Y (a 和 b) 唯一确定, X 和 Y 越大, 对应的模式量子数的取值范围就越大.

4. 缺陷模特性

从前面的分析可知, 由于电磁波在一维矩形掺杂光子晶体中横向受限, 使得其缺陷模与一维非受限光子晶体中电磁波的缺陷模相比出现新的特征. 这些新特征最主要表现为: 一维矩形掺杂光子晶体中电磁波的缺陷模会受模式量子数以及矩形边长的影响. 下面研究模式量子数以及矩形边长对一维矩形掺杂光子晶体中电磁波缺陷模的影响.

4.1. 缺陷模随模式量子数的变化

固定 $a = 3\lambda_0, b = 4\lambda_0$, 这种情况下透射波中电磁波的模式量子数的取值范围为 $J_x \leq 6, J_y \leq 8$. 再固定 $J_x = 1$, 计算出 TE 波和 TM 波的缺陷模随模式量子数 J_y 和归一化频率 g 变化的立体图, 分别如图

2 和图 3. 在图 2 和图 3 中, 横坐标 J_y 是连续变化的, 只有在 $J_y = 0, 1, 2, 3, \dots$ 处才对应其模式的缺陷模. 在 $J_y = 0, 3, 6$ 处切出图 2 和图 3 的切面图, 分别如图 4 和图 5. 在图 4 和图 5 中, 细线、中粗线、粗线分别对应 $J_y = 0, 3, 6$ 即 $[1, 0], [1, 3], [1, 6]$ 三个模式缺陷模的曲线. 由图 2—5 可知: 1) 对于 TE 波和 TM 波在禁带中都出现了一条明显的缺陷模透射峰, 这表明在该一维矩形掺杂光子晶体中 TE 波和 TM 波在各个模式都会出现缺陷模; 2) 对于 TE 波, $[1, 0], [1, 3], [1, 6]$ 三个模式的缺陷模其频率中心分别在 $g = 1.004, 1.022, 1.069$ 处, 即各模式的缺陷模其频率中心随模式量子数的增加而增大; 对于 TM 波, 各模式的缺陷模其频率中心也随模式量子数的增加而增大, 这与 TE 波相同; TE 波和 TM 波各模式的缺陷模其频率中心随模式量子数的变化规律可以通过(9)式给予解释, 由(9)式可知当边长一定时频率随模式量子数的增加而增大; 3) 对于 TE 波, $[1, 0], [1, 3], [1, 6]$ 三个模式的缺陷模其频率半高宽分别为 $\Delta g = 0.005, 0.004, 0.002$, 即各模式的缺陷模其频率半高宽随模式量子数的增加而减小; 对于 TM 波, 三个模式的缺陷模其频率半高宽分别为 $\Delta g = 0.005, 0.006, 0.008$, 即各模式的缺陷模其频率半高宽随模式量子数的增加而增大, 这与 TE

波相反. 上述模式的缺陷模随模式量子数的变化特征是一维非受限光子晶体中的电磁波不具有的, 因为在一维非受限光子晶体中电磁波的缺陷模与模式量子数无关.

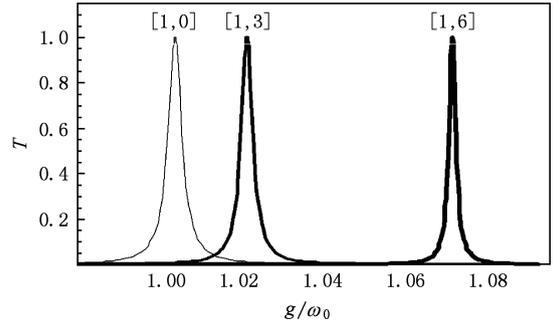


图 4 缺陷模随 g 的响应曲线(TE 波)

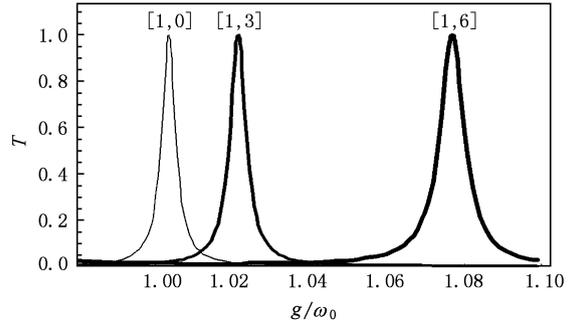


图 5 缺陷模随 g 的响应曲线(TM 波)

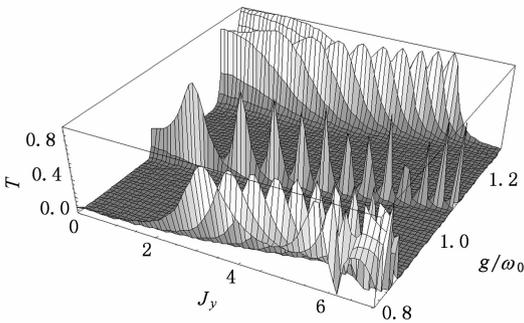


图 2 缺陷模随 J_y 和 g 变化的立体图(TE 波)

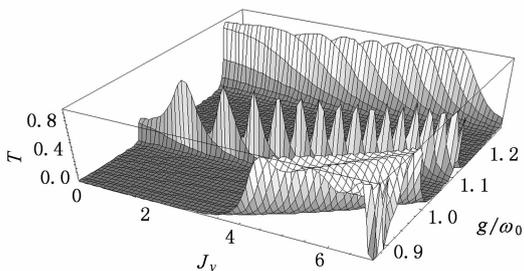


图 3 缺陷模随 J_y 和 g 变化的立体图(TM 波)

4.2. 缺陷模随矩形边长的变化

固定 $a = 3\lambda_0$, 计算出 TE 波和 TM 波 $[1, 1]$ 模式的缺陷模随矩形边长 Y 和归一化频率 g 变化的立体图, 分别如图 6 和图 7. 为了更清楚地看出缺陷模随矩形边长的变化规律, 在 $Y = 1, 2, 3$ 处切出图 6 和图 7 的切面图, 分别如图 8 和图 9. 在图 8 和图 9 中, 细线、中粗线、粗线分别对应 $Y = 1, 2, 3$ 的曲线.

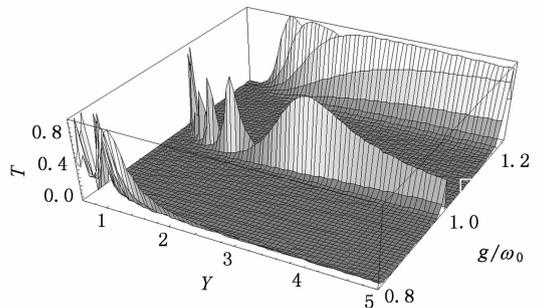
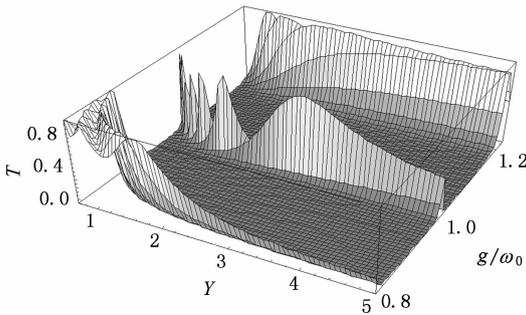
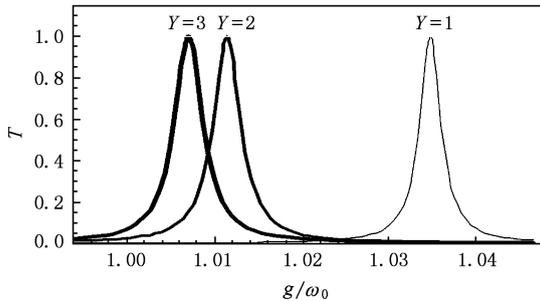
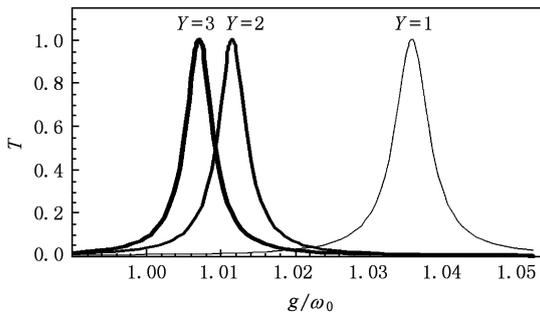


图 6 缺陷模随 Y 和 g 变化的立体图(TE 波)

图7 缺陷模随 Y 和 g 变化的立体图(TM波)图8 缺陷模随 g 的响应曲线(TE波)图9 缺陷模随 g 的响应曲线(TM波)

由图6—9可知:1)当 $Y=1,2,3$ 时,TE波的 $[1,1]$ 模式其缺陷模的频率中心分别在 $g=1.035,1.013,1.007$ 处,即缺陷模的频率中心随边长的增加而减小;对于TM波,缺陷模的频率中心也随边长的增加而减小,这与TE波相同;TE波和TM波同一模式

的缺陷模其频率中心随边长的变化规律可以也通过(9)式给予解释,由(9)式可知当模式一定时频率随边长的增加而减小;2)当 $Y=1,2,3$ 时,TE波的 $[1,1]$ 模式其缺陷模的频率半高宽分别为 $\Delta g=0.004,0.006,0.007$,即缺陷模的频率半高宽随边长的增加而增大;对于TM波, $[1,1]$ 模式其缺陷模的频率半高宽分别为 $\Delta g=0.010,0.007,0.006$,即缺陷模的频率半高宽随边长的增加而减小,这与TE波相反;3)同一模式的缺陷模随边长的变化速度随着边长的增加而迅速减少;当边长大于 $10\lambda_0$ 后,同一模式的缺陷模随边长的变化速度几乎接近于零.上述模式的缺陷模随矩形边长的变化特征也是一维非受限光子晶体中的电磁波不具有的,因为在一维非受限光子晶体中电磁波的缺陷模与矩形边长无关.

5. 结 论

本文利用电磁波在一维矩形掺杂光子晶体中横向受限的条件,推导出电磁波在一维矩形掺杂光子晶体中各个模式满足的关系式.利用这个关系式并结合特征矩阵法,计算出TE波和TM波各模式的缺陷模随模式量子数和矩形边长的变化规律.得出了一些不同于非受限光子晶体缺陷模的新特征.对于TE波,缺陷模的频率中心随模式量子数的增加而增大,但随矩形边长的增加而减小.缺陷模其频率半高宽随模式量子数的增加而减小,但随矩形边长的增加而增大.对于TM波,缺陷模的频率中心随模式量子数的增加而增大,但随矩形边长的增加而减小.缺陷模的频率半高宽随模式量子数的增加而增大,但随矩形边长的增加而减小.但是,同一模式的缺陷模随边长的变化速度随着边长的增加而迅速减少,当边长较大时一维受限光子晶体中电磁波的性质过渡为一维非受限光子晶体中电磁波的性质.这就从理论上搞清了一维受限光子晶体与一维非受限光子晶体之间的关系,这对一维光子晶体的实际应用有指导意义.

[1] Duan X F, Niu Y X, Zhang C, Zhang C S 2003 *Acta Photo. Sin.* **32** 1086 (in Chinese) [段晓峰、牛燕雄、张 维、张存善 2003 光子学报 **32** 1086]
 [2] Fang Y T, Shen T G, Tan X L 2004 *Acta Opt. Sin.* **24** 1557 (in Chinese) [方云团、沈廷根、谭锡林 2004 光学学报 **24** 1557]

[3] Zhou J G, Du G Q, Zhang Y W, Liu N H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3703 (in Chinese) [周金苟、杜桂强、张亚文、刘念华 2005 物理学报 **54** 3703]
 [4] Du G Q, Liu N H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1095 (in Chinese) [杜桂强、刘念华 2004 物理学报 **53** 1095]

- [5] Zhang D G, Ni N, An H N, Ouyang Z B, Xu G W 2004 *Acta Photo. Sin.* **32** 1007 (in Chinese) [张登国、倪娜、安鹤南、欧阳征标、许桂雯 2004 光子学报 **32** 1007]
- [6] Wang R, Zhang C X, Nie Y H 2007 *Acta Photo. Sin.* **35** 89 (in Chinese) [王瑞、张存喜、聂一行 2007 光子学报 **35** 89]
- [7] Li R, Ren K, Ren X B, Zhou J, Liu D H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2520 (in Chinese) [李蓉、任坤、任晓斌、周静、刘大禾 2004 物理学报 **53** 2520]
- [8] Liu Q N 2008 *Acta Photo. Sin.* **37** 305 (in Chinese) [刘启能 2008 光子学报 **37** 305]
- [9] Liu Q N 2007 *J. Optoelectr. Laser* **18** 574 (in Chinese) [刘启能 2007 光电子·激光 **18** 574]
- [10] Liu Q N 2007 *Chin. J. Lasers* **34** 777 (in Chinese) [刘启能 2007 中国激光 **34** 777]
- [11] Wang Z D, Liu N H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 559 (in Chinese) [王振德、刘念华 2009 物理学报 **58** 559]
- [12] Chen X F, Jiang M P, Shen X M, Jin Y, Huang Z Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5709 (in Chinese) [陈宪锋、蒋美萍、沈小明、金敏、黄正逸 2008 物理学报 **57** 5709]
- [13] Tong K, Cui W W, Wang M T, Li Z Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 754 (in Chinese) [童凯、崔卫卫、汪梅婷、李志全 2008 物理学报 **57** 754]
- [14] Ma L, Zhang H F, Liu S B 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5092 (in Chinese) [马力、章海锋、刘少斌 2008 物理学报 **57** 5092]
- [15] Song Y L, Wang X Z 2008 *Acta Opt. Sin.* **28** 2404 (in Chinese) [宋玉玲、王选章 2008 光学学报 **28** 2404]

The mode and defect mode of electromagnetic wave in rectangular doped photonic crystal*

Liu Qi-Neng[†]

(Computer Science and Information Engineering College, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China)

(Received 28 June 2009; revised manuscript received 20 July 2009)

Abstract

The mode condition of electromagnetic wave is obtained by making use of restriction condition of horizontal direction electromagnetic wave in one-dimensional rectangular doped photonic crystal and the mode characteristics of electromagnetic wave is studied. The response of the defect mode versus mode quantum number and length of the rectangle is calculated by the characteristic matrix method. Some new defect mode structure of rectangular doped photonic crystal is obtained.

Keywords: rectangular photonic crystal, restrictions, modes, defect mode

PACC: 4270Q, 4282

* Project supported by the Science and Technology Research Foundation of Chongqing Municipal Education Commission of China (Grant No: KJ080720).

[†] E-mail: liuqineng@yahoo.com.cn