

# 两组分 BECs 在光晶格中的隧穿动力学 及其周期调制效应\*

张科智 王建军 刘国荣 薛具奎<sup>†</sup>

(西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070)

(2009 年 5 月 27 日收到; 2009 年 8 月 11 日收到修改稿)

研究了组分玻色-爱因斯坦凝聚体(BECs)在一维光晶格中的隧穿动力学及周期调制效应. 在两模近似下, 运用数值分析的方法, 讨论了两组分间相互作用对体系的隧穿动力学行为的影响. 进一步讨论了两组分间相互作用在周期调制下系统的动力学特性, 分析了随着调制振幅和频率的变化, 系统发生隧穿、不稳定和自俘获的区域分布, 发现在中低频调制下, 系统的隧穿动力学发生了明显的改变.

**关键词:** 两组分 BECs, 光晶格, 隧穿动力学, 不规则振荡

**PACC:** 0365, 0530J, 0547, 1230

## 1. 引 言

自从实验中实现了 BEC 以来, 大量的理论工作从各方面对 BEC 的性质做了研究和讨论. 近年来, 人们对光晶格中 BEC 性质的研究产生了极大的兴趣, 例如布洛赫振荡(Bloch oscillation)<sup>[1-4]</sup>、朗道-齐纳隧穿<sup>[5-7]</sup>、能带特征、能量及动力学不稳定性<sup>[8-13]</sup>、自俘获现象<sup>[14-18]</sup>等. 对单组分 BEC 的研究<sup>[5-7, 19, 20]</sup>表明, 原子间的相互作用强烈地影响着 BEC 的上述动力学特性. 随着研究的逐步深入, 对光晶格中双组分乃至多组分 BECs 的研究<sup>[21-25]</sup>越来越受到人们的关注, 由于不同组分间相互作用的存在, 其动力学行为变得更加丰富.

本文主要研究了两组分 BECs 在一维光晶格中的隧穿动力学及周期调制效应, 特别讨论了两组分间相互作用对系统动力学行为的影响. 在两模近似下, 运用数值分析的办法研究了两组分 BECs 在加速光晶格中的非线性朗道-齐纳隧穿问题. 发现两组分间相互作用对隧穿率有显著影响. 进一步, 对两组分间相互作用加上一个周期调制  $A\sin\omega t$  (可由 Feshbach 共振技术实现), 分别讨论了调制参数  $A$

和  $\omega$  对系统动力学行为的影响. 发现当固有频率和调制频率相当时, 系统发生了共振, 粒子在各态随机分布, 平均布局数差  $\langle s \rangle$  在 0 附近不规则的振荡, 在一定的频率范围内系统处于不稳定状态, 而且发生自俘获的临界值也有了明显的变化. 当调制频率  $\omega$  较大(高频调制)时共振消失, 周期调制对体系不再有影响. 最后, 我们重点讨论了在调制中出现的不规则振荡现象, 对平均布局数差随调制频率的变化规律做了详尽的分析, 近似地作出了 BECs 在光晶格中发生隧穿、不规则振荡以及自俘获的区域分布图, 直观地反映了周期调制对系统动力学行为的影响.

## 2. 基本方程和两模近似

在平均场近似下, 描述绝对零温下两组分 BECs 在一维加速光晶格中的无量纲含时 Gross-Pitaevskii (GP) 方程为

$$i \frac{\partial \varphi_j}{\partial t} = \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x} - i\alpha t \right)^2 + v \cos(x) + g_j |\varphi_j|^2 + g_{jl} |\varphi_l|^2 \right] \varphi_j, \quad (1)$$

其中  $j, l = 1, 2, j \neq l, \alpha$  表征光晶格的加速度,  $v$  是晶

\* 国家自然科学基金(批准号: 10774120, 10975114), 甘肃省自然科学基金(批准号: 3ZS051-A25-013) 和西北师范大学科技创新项目(批准号: NWNKJXGC-03-17, NWNKJXGC-03-48) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人; E-mail: xuejk@nwnu.edu.cn

格深度,  $g_j$  表示第  $j$  组分内部的相互作用强度,  $g_{jl}$  表示组分之间的相互作用强度. 本文考虑组分内部和组间相互作用均为排斥情况, 即  $g_j > 0, g_{jl} > 0$ . 这里我们假设两组分原子感受到的周期势是相同的. 方程组中  $\varphi_j(x, t)$  满足归一化条件

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi_j(x, t)|^2 dx = 1.$$

对于两组分问题, 我们感兴趣的是两组分间相互作用对系统动力学特性的影响. 假设非线性项 (方程(1)中  $g_j$  和  $g_{jl}$  所在的项) 不破坏周期对称性, 则布洛赫能带结构仍然存在. 这时, 在布里渊边缘  $k = 1/2$  的邻域内, 波函数能够被近似表示为<sup>[5,7,19]</sup>

$$\varphi_j(x, t) = a_j(t)e^{ikx} + b_j(t)e^{i(k-1)x}, \quad (2)$$

其中  $k$  为波数,  $|a_j|^2 + |b_j|^2 = 1, j = 1, 2$ . 这个两模近似对我们研究两组分 BECs 在布里渊边缘的动力

学特性提供了一个非常好的近似. 将(2)式表示的波函数代入方程组(1)比较  $e^{ikx}$  和  $e^{i(k-1)x}$  前面的系数, 并利用  $|a_j|^2 + |b_j|^2 = 1$  化简得到

$$\begin{aligned} i \frac{\partial a_j}{\partial t} &= \left[ \frac{1}{2}(k - at)^2 + g_j(1 + |b_j|^2) + g_{jl} \right] a_j \\ &\quad + \frac{v}{2} b_j + g_{jl} a_l b_j b_l^*, \\ i \frac{\partial a_j}{\partial t} &= \left[ \frac{1}{2}(k - 1 - at)^2 + g_j(1 + |a_j|^2) + g_{jl} \right] b_j \\ &\quad + \frac{v}{2} a_j + g_{jl} a_j a_l^* b_l, \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $j, l = 1, 2, j \neq l$ . 在  $k = 1/2$  邻域, 对方程(3)中的二次动能项进行线性化并忽略掉常数能量  $g_j [1 + (|a_j|^2 + |b_j|^2)/2]$ , 我们得到了两组分 BECs 系统的动力学方程

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\gamma}{2} + \frac{g_1}{2}s_1 + g_{12} & \frac{v}{2} & g_{12}b_1b_2^* & 0 \\ \frac{v}{2} & -\frac{\gamma}{2} - \frac{g_1}{2}s_1 + g_{12} & 0 & g_{12}a_1a_2^* \\ g_{21}b_1^*b_2 & 0 & \frac{\gamma}{2} + \frac{g_2}{2}s_2 + g_{21} & \frac{v}{2} \\ 0 & g_{21}a_1^*a_2 & \frac{v}{2} & -\frac{\gamma}{2} - \frac{g_2}{2}s_2 + g_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

这里  $\gamma = \alpha t$  表示能级差;  $s_j = |b_j|^2 - |a_j|^2 (j = 1, 2)$  表示布居数差.

### 3. 特殊情况下两组分 BECs 的隧穿动力学及周期调制效应

不失一般性, 首先假定两组分 BECs 体系是由处在不同自旋态上的同种原子构成的, 则有  $a_1 = a_2 = a, b_1 = b_2 = b, g_1 = g_2 = c, g_{12} = g_{21} = \lambda$ . 这样方程(4)就可以简化成

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2}[\gamma + (c + \lambda)s] & \frac{v}{2} \\ \frac{v}{2} & -\frac{1}{2}[\gamma + (c + \lambda)s] \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

这就是有两组分间相互作用介入的非线性朗道-齐纳隧穿模型. 下面分别讨论无周期调制和周期调制下体系的隧穿动力学.

#### 3.1. 无周期调制时体系的隧穿动力学

首先考虑两组分相互作用  $\lambda$  对体系朗道-齐纳隧穿率的影响. 通过数值计算方程(5), 得到了在绝热极限 ( $\gamma \rightarrow 0$ ) 下  $\lambda$  取不同值时隧穿率  $\Gamma$  随光晶格加速度  $\alpha$  的演化关系. 如图 1 所示, 当  $c$  一定

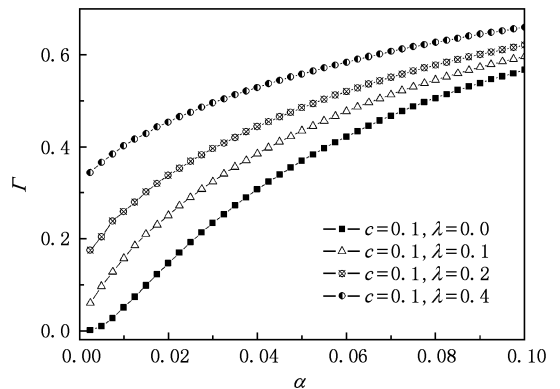


图 1 隧穿率  $\Gamma$  随  $\alpha$  的演化曲线 ( $v = 0.2, c = 0.1$ )

时,  $\Gamma$  随着  $\lambda$  的增强而增大. 当  $c + \lambda > v$ , 在  $\gamma \rightarrow 0$  的地方,  $\Gamma$  不为零; 当  $c + \lambda < v$  时, 绝热极限下的  $\Gamma$  以零斜率趋向于零; 在  $c + \lambda = v$  时, 绝热极限下的  $\Gamma$  以非零斜率趋向于零.

进一步考察组分间相互作用对处在光晶格中 BECs 体系的自俘获等动力学特性的影响. 假设初始状态的粒子分布满足  $s(0) = 1$ . 当  $\gamma = 0$  时, 粒子处在对称势阱构成的光晶格中. 图 2(a) 描述了两组分间相互作用  $\lambda$  变化时粒子的布局数差  $s$  随时间的演化, 这里  $c = v = 0.2$ . 可以看到, 相互作用较弱

( $\frac{c + \lambda}{v} < 2$ ) 时,  $s$  在  $-1$  和  $1$  之间对称地振荡, 粒子均匀地分布在各个阱里并随时间做周期性约瑟夫森振荡<sup>[26]</sup>; 随着组分间相互作用的增强 ( $\frac{c + \lambda}{v} > 2$ ),  $s$  在  $-1$  和  $0$  之间振荡, 其平均值  $\langle s \rangle \neq 0$ , 系统发生了自俘获现象. 图 2(b) 反映了平均布居数差  $\langle s \rangle$  随相互作用的变化. 这与图 2(a) 的结果相符合. 同时可看出, 随着  $\lambda$  的增强, 发生稳定自俘获的临界值相应减小.

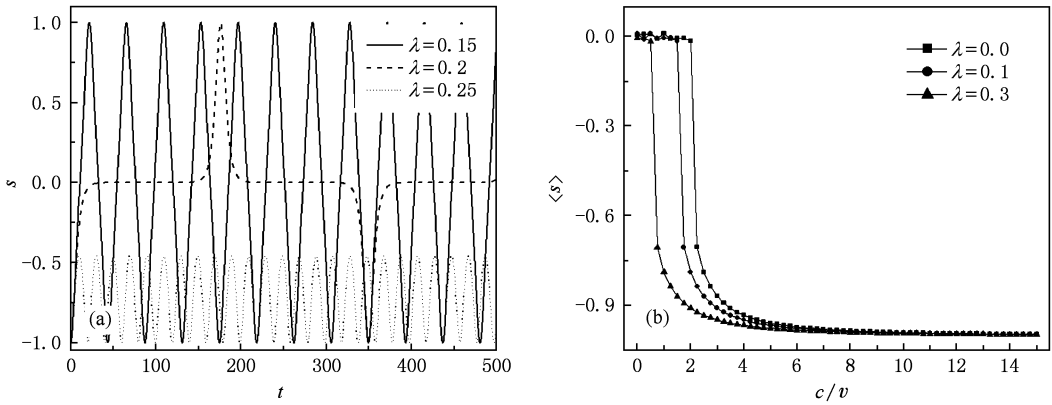


图 2 不加调制且  $\gamma = 0$  时晶格中粒子的分布 (a) 布居数差随时间的演化; (b) 平均布居数差随相互作用的变化

当  $\gamma \neq 0$  时, 我们假定  $\alpha = 0.001$ , BECs 处在一个加速的光晶格里, 系统具有了一些更为丰富的动力学特性. 同样的, 我们取  $c = v = 0.2$ . 从图 3(a) 可以看出, 当  $\frac{c + \lambda}{v} < 2$  时, 起初布居数差  $s$  在  $-1$  和  $1$  之间振荡, 随着时间推移振荡变得越来越弱, 其

平均值  $\langle s \rangle \neq 0$ , 发生了自俘获. 当  $\frac{c + \lambda}{v} > 2$ , 随着  $\lambda$  的增大, 在有限的时间内, BECs 经历了一个完全自俘获到隧穿再到自俘获的过程. 这个结果在图 3(b) 中表现得尤为明显. 同时, 从图 3(b) 我们也看到, 随着  $\lambda$  增大, 发生稳定自俘获的临界值在逐渐变小.

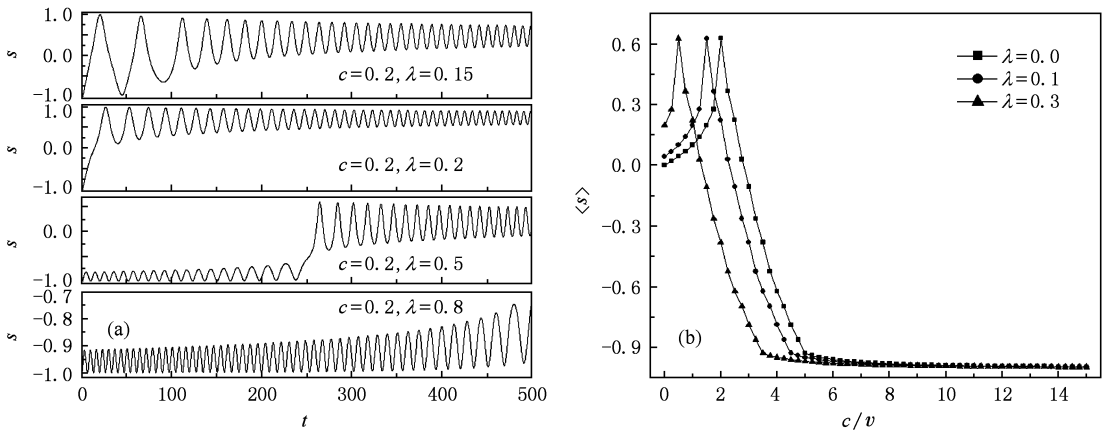


图 3 不加调制且  $\gamma \neq 0$  时晶格中粒子的分布 (a) 布居数差随时间的演化; (b) 平均布居数差随相互作用的变化

### 3.2. 周期调制下体系的隧穿动力学

对两组分间相互作用施加一周期调制, 即将方程(5)中  $\lambda$  变为  $A \sin \omega t$ . 这里, 振幅  $A$  表示调制强度,  $\omega$  表示调制频率. 下面通过数值求解方程(5)研究调制参数  $A$  和  $\omega$  对系统隧穿动力学的影响. 首先, 我们讨论调制频率一定 (低频、中频、高频) 时, 调制振幅对系统隧穿动力学的影响.

对于低频调制 ( $\omega = 0.005 \ll v$ ), 随着调制振幅的变化, 平均布居数差在局部区域出现不规则的振

荡, 如图 4(a) 所示.  $\gamma = 0$  时, 随着调制振幅  $A$  的变化, 发生自俘获的临界值  $c/v = 2$  没有明显改变, 体系在从隧穿到自俘获的转变中出现了一个不规则的振荡区域, 而且振幅  $A$  越大, 振荡出现的越早. 当  $\gamma \neq 0$  时, 如图 4(b) 所示, 随着  $A$  的增强, 发生稳定自俘获的临界值减小, 但不规则的振荡只出现在  $0.6 \leq A \leq 0.8$  的范围内. 图 5 对应于图 4(a) 插图中箭头所指  $A, B, C$  三点处布居数差  $s$  随时间的演化. 图 5(a) 表示隧穿, 图 5(b) 和 (c) 表示发生了自俘获.

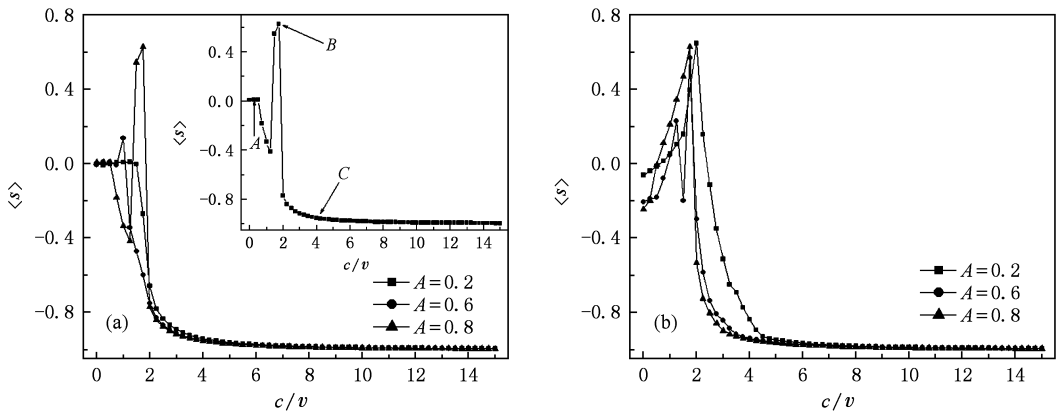


图 4 低频调制下, 平均布居数差随相互作用的变化 (a)  $\gamma = 0$  情形 (其中插图表示  $A = 0.8$  时  $\langle s \rangle$  的变化); (b)  $\gamma \neq 0$  情形

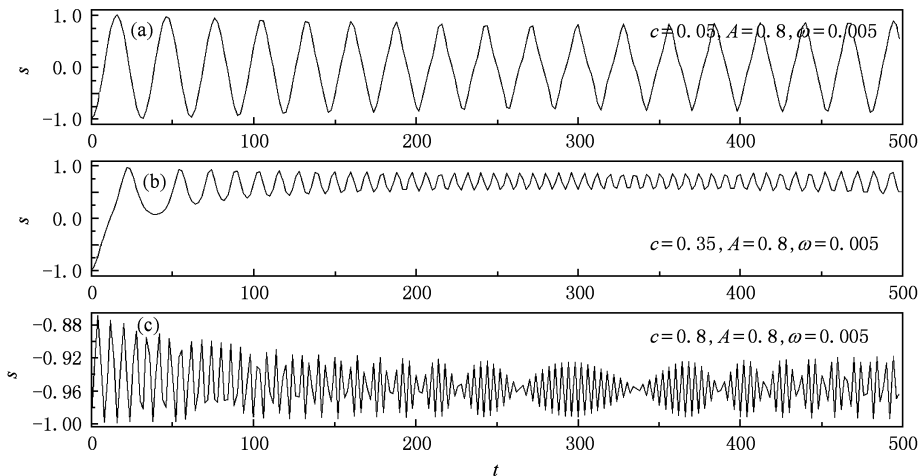


图 5 (a), (b), (c) 分别对应于图 4(a) 中  $A, B, C$  三点处相应参数下布居数差随时间的演化

对于中频调制 ( $\omega = 0.2 = v$ ), 周期调制对体系的影响更加强烈, 如图 6 所示. 可以看出, 无论是  $\gamma = 0$  (图 6(a)) 还是  $\gamma \neq 0$  (图 6(b)), 从  $c/v = 0$  开始, 不规则振荡就出现了, 直到发生稳定的自俘获 ( $\langle s \rangle \approx -1$ ). 更为有趣的是: 随着振幅  $A$  的增大, 发生稳

定自俘获的临界值  $c/v$  近似地呈线性增大. 图 6(a) 和 (b) 中的插图近似的描述了  $c/v$  随  $A/\omega$  的变化规律. 这说明对两组分间相互作用加上一个中频调制后, 体系的动力学行为变得更为复杂, 组分间相互作用 (排斥或吸引) 改变了发生自俘获的临界条件.

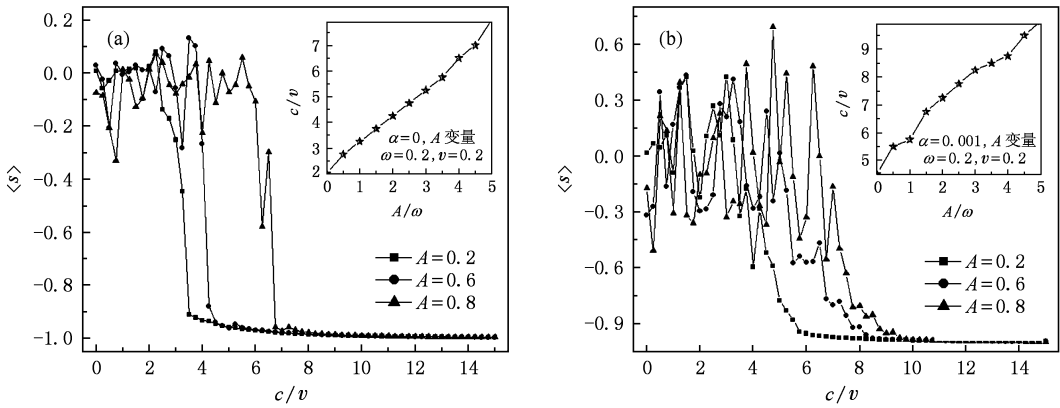


图 6 中频调制下, 平均布局数差随相互作用的变化(插图代表  $c/v$  与  $A/\omega$  的关系) (a)  $\gamma=0$  情形; (b)  $\gamma \neq 0$  情形

对于高频调制( $\omega=5 \gg v$ ), 由图 7(a) 和 (b) 可以看出, 频率较高时, 不规则的振荡不再出现, 振

幅的变化不会改变发生自俘获的临界条件, 调制对体系不再有影响。

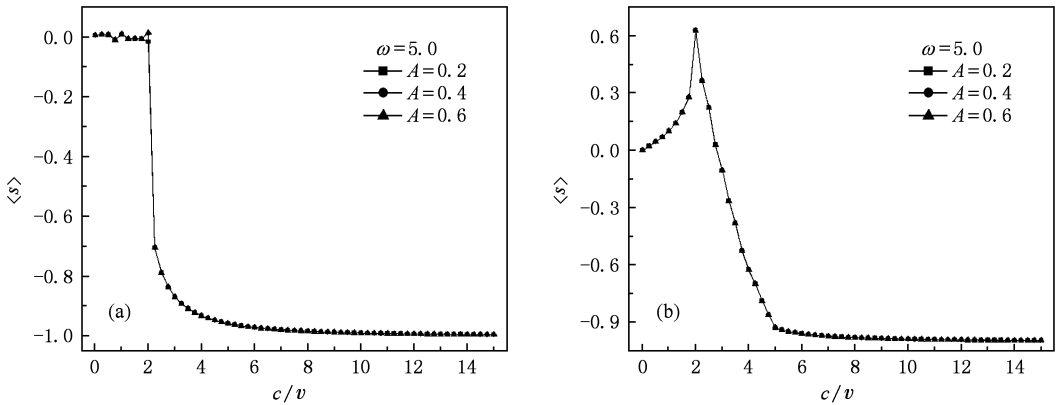


图 7 高频调制下,  $\langle s \rangle$  随相互作用的变化 (a)  $\gamma=0$  情形; (b)  $\gamma \neq 0$  情形

其次, 我们讨论振幅一定时, 调制频率对体系动力学行为的影响. 假定  $A=0.4$ , 当  $\gamma=0$  时, 随着调制频率  $\omega$  由小到大变化, 发生稳定自俘获的临界值  $c/v$  经历了由小到大再减小的变化过程. 如图 8(a) 所示,  $\gamma=0$  时,  $c/v$  最小为 2;  $\omega=0.6$  时,  $c/v$  达到最

大值 4.5;  $\omega=1.2$  时,  $c/v$  又恢复到了  $\omega=0$  时的位置. 类似地, 图 8(b) 描绘出了  $\gamma \neq 0$  时  $\langle s \rangle$  的变化情形. 可以看到, 随着频率的增大, 发生稳定自俘获的临界值在逐渐的减小, 由高频调制的结论可知, 这个临界值最终必然回到未加调制时的状态.

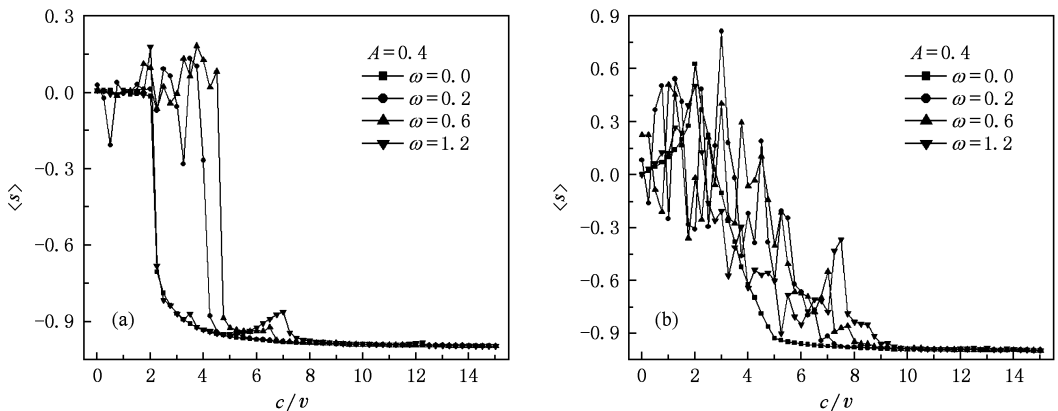


图 8 调制频率的影响 (a)  $\gamma=0$  情形; (b)  $\gamma \neq 0$  情形

我们最感兴趣的是这个不规则振荡区域的分布. 不失一般性, 我们讨论了  $\gamma = 0$  且  $A = 0.3$  时, 随着频率  $\omega$  的变化, 不规则振荡区域的分布情况, 如图 9 所示. 图 9 横向表示频率的变化, 纵向表示出现不规则振荡的  $c/v$  的范围. 随着频率的变化, 不规则振荡从出现到结束呈现了一个窗口, 如图中阴影部分所示. 在相应频率下, 当  $c/v$  的值处于阴影区以下时, 粒子在各阱间隧穿; 当  $c/v$  的值处在阴影区上部时, 系统处于自俘获状态. 同时, 我们也可以看到, 当  $0 < c/v < 4.8$  时, 不规则振荡出现在一定的频率范围内, 且在  $c/v = 2$  的附近, 发生不规则振荡的调制频率的变化范围最大; 当  $c/v > 4.8$  时, 不规则的振荡消失. 另外可看出, 这种不规则振荡只在低频和中频调制下出现; 高频时, 调制对系统不再有影响. 这与我们前面所讨论的结果符合.

值得一提的是: 晶格深度  $v$  极大地影响着不规则振荡出现的范围. 图 10(a), (b), (c) 反映了  $\gamma = 0$ ,

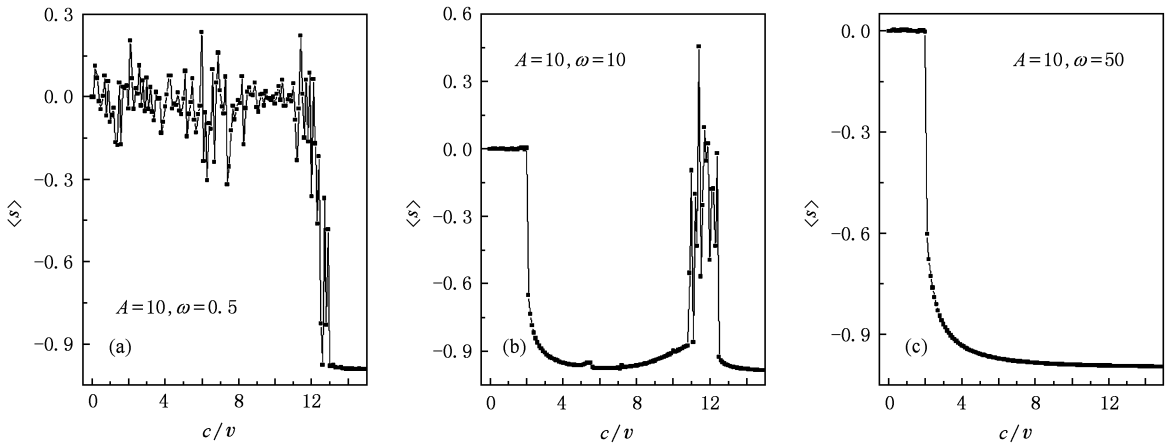


图 10  $v = 1$  时的周期调制效应 (a) 低频调制; (b) 中频调制; (c) 高频调制

#### 4. 一般情况下两组分 BECs 的隧穿动力学及周期调制效应

前面利用简化的模型定性反映了两组分 BECs 的隧穿动力学及周期调制效应. 在一般情况下, 两组分 BECs 是不完全相同的, 此时必须直接求解方程(3)来研究两组分不完全同时体系的动力学特性. 数值研究发现系统的总体隧穿动力学性质与简化模型(5)相似, 即上节结果仍适应于一般情况. 但此时会出现一些更复杂的隧穿动力学特征. 下面给出一些代表性结果.

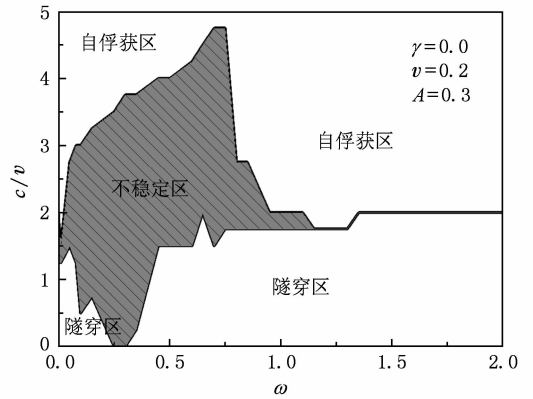


图 9 发生隧穿、不规则振荡、自俘获的区域分布图

$v = 1$  时, 低频调制 ( $\omega \ll v$ )、中频调制 ( $\omega \approx v$ ) 和 高频调制 ( $\omega \gg v$ ) 对系统的影响. 可以看出, 在低频调制时, 不规则振荡出现在隧穿到自俘获的过渡区域; 高频调制对系统不再有影响, 这与  $v = 0.2$  时的情形相似; 而中频调制却完全不同, 不规则振荡出现在了自俘获区域.

#### 4.1. 无周期调制时体系的隧穿动力学

类似地, 我们重点来研究两组分间相互作用  $g_{12}$  ( $g_{12} = g_{21}$ ) 对系统隧穿特性的影响. 首先来研究两组分 BECs 不完全相同 ( $g_1 \neq g_2$ ) 时, 体系中各组分对应隧穿率的变化. 图 11 反映了两组分 BECs 在组分间相互作用  $g_{12}$  不同时各组分隧穿率随  $\alpha$  变化的数值结果, 这里组分内相互作用  $g_1 = 0.05, g_2 = 0.2$ . 与图 3 比较发现, 隧穿率随着  $g_{12}$  增强而增大的趋势没有改变, 但由于  $g_1 \neq g_2$ , 系统的隧穿动力学特性变得更为复杂,  $\Gamma_1$  和  $\Gamma_2$  在  $g_{12} > 0$  时出现了不规则的振荡, 并且  $g_{12}$  越大振荡越激烈.

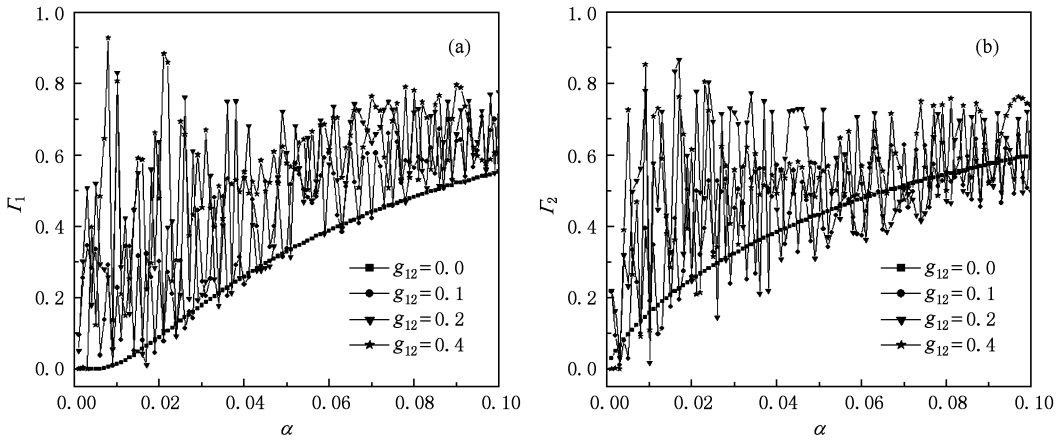


图 11 不同组分的隧穿率随  $\alpha$  的演化曲线 (a) 表征第一组分; (b) 表征第二组分

其次, 我们来研究两组分间相互作用一定时组内相互作用对系统隧穿动力学的影响. 当  $g_{12}$  一定时, 改变  $g_2$  的大小, 两组分 BECs 的平均布局数

差  $\langle s_1 \rangle$  和  $\langle s_2 \rangle$  随着体系参数  $g_1/v$  出现了显著的变化. 如图 12(a), (b), (c) 所示, 取  $g_{12} = 0.1$ , 当  $g_2$  较小时, 在  $0 \leq g_1/v \leq 2$  的区域  $\langle s_1 \rangle$  和  $\langle s_2 \rangle$  均为 0,

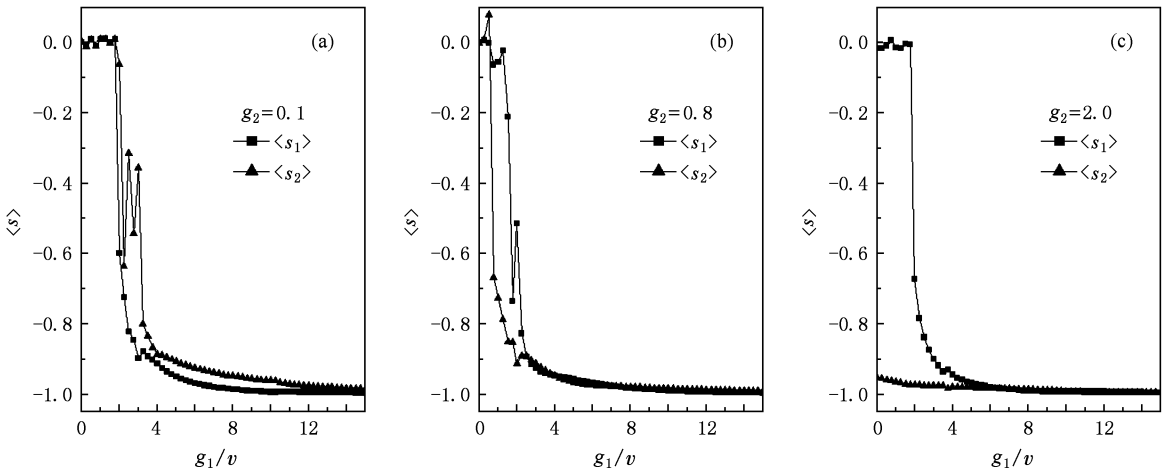


图 12 无调制且  $\gamma = 0, v = 0.2$  时不同组分粒子平均布局数差随  $g_1/v$  的变化

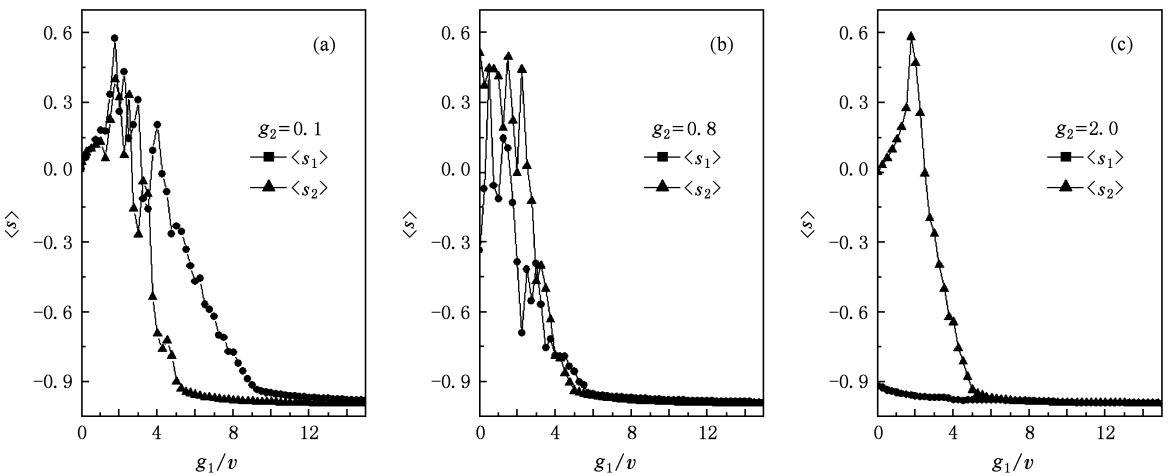


图 13 无调制且  $\gamma \neq 0, v = 0.2$  时不同组分粒子平均布局数差随  $g_1/v$  的变化

但不同组分出现稳定自俘获时对应的  $g_1/v$  的值不同, 第一组分在隧穿到自俘获的转变中出现了振荡, 随着  $g_2$  的增大, 第二组分更容易发生自俘获, 由先前的滞后变成超前于第一组分发生自俘获. 更有趣的是随着  $g_2$  增大, 两组分变得互不影响, 第一组分由稳定隧穿进入自俘获, 第二组分则从  $g_1/v = 0$  开始就完全自囚禁到了一个阱里. 另外, 由图 13 可以看出,  $\gamma \neq 0$  ( $\alpha = 0.001$ ) 的情形与之类似.

#### 4.2. 周期调制下体系的隧穿动力学

与简化模型相一致, 对两组分间相互作用  $g_{12}$  加上周期调制  $g_{12} = A \sin \omega t$ . 这样, 将方程(4)中的  $g_{12}$  用  $A \sin \omega t$  替代, 就得到了周期调制下两组分不同时的动力学方程, 对其数值求解, 进一步讨论周

期调制下系统的动力学特性.

图 14(a), (b), (c) 分别对应于  $\gamma = 0$  时对  $g_{12}$  的低频、中频和高频调制, 这里  $A = 0.2, g_2 = 0.6$  且  $v = 0.2$ . 在低频 ( $\omega = 0.05$ ) 调制下,  $\langle s_1 \rangle$  和  $\langle s_2 \rangle$  在隧穿区有轻微的振荡, 两组分同时出现了稳定的自俘获; 在中频 ( $\omega = 0.5$ ) 调制下, 振荡变得剧烈, 发生稳定自俘获的临界值同步增大; 在高频 ( $\omega = 3$ ) 调制下, 振荡消失, 发生稳定自俘获的临界值减小且两组分变得不再一致, 系统又恢复到未加调制时的状态. 与之相似的图 15 对应于  $\gamma \neq 0$  ( $\alpha = 0.001$ ) 时的情况. 由此可见, 周期调制可以有效地控制自俘获的发生. 同时我们发现,  $A$  和  $g_{12}$  的变化只是影响着出现稳定自俘获的临界值, 而对在调制中出现的一般规律影响不大. 这与简化模型得到的结果是一致的.

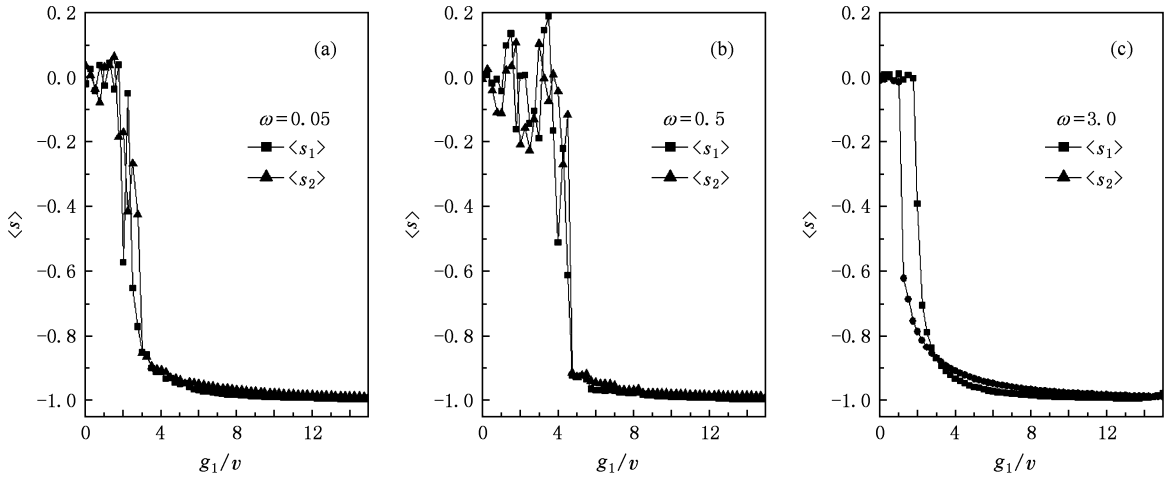


图 14  $\gamma = 0, v = 0.2$  时周期调制下不同组分平均布居数差随  $g_1/v$  的变化

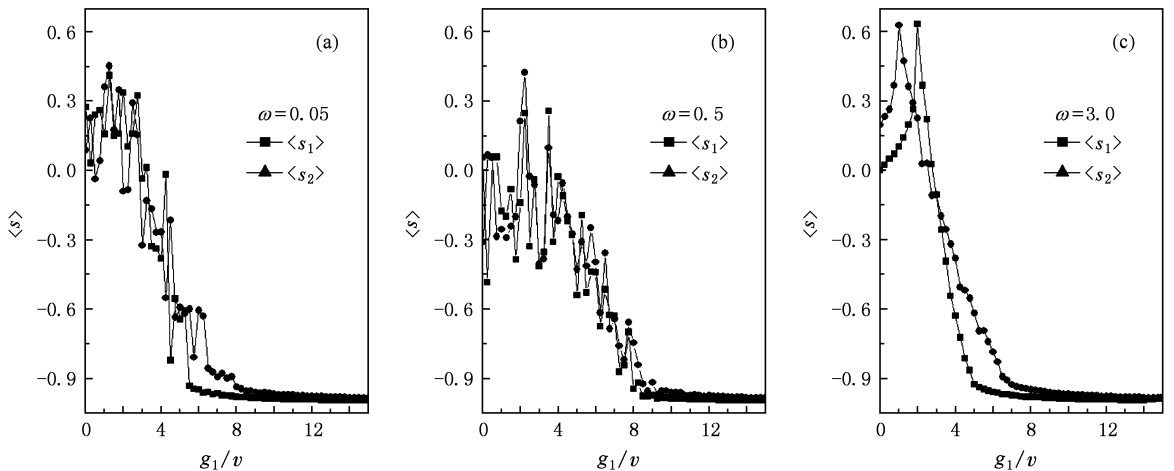


图 15  $\gamma \neq 0, v = 0.2$  时周期调制下不同组分平均布居数差随  $g_1/v$  的变化



## 5. 结 论

本文主要研究了组分间相互作用对两组分 BECs 在一维光晶格中的动力学行为的影响. 发现即使组分内部相互作用很弱时, 两组分间相互作用对体系隧穿动力学有着显著影响. 随着两组分间相互作用的增强, 系统的隧穿率相应地增大, 系统发生稳定自俘获的临界值也随之增大. 进一步在对两组分间相互作用加上一个周期调制后, 通过比较有调制和无调制时两组分 BECs 在光晶格中的动力学行为, 我们

发现在低频( $\omega \ll v$ )和中频( $\omega \approx v$ )调制下, 系统中出现了隧穿、自俘获和不稳定(不规则振荡)等不同状态. 发生稳定自俘获的临界值也有了一些有趣的变化: 频率一定时, 临界值随振幅线性的增大; 振幅一定时, 临界值随频率先增大后减小再回到无调制时的状态. 而在高频( $\omega \gg v$ )调制下, 不规则振荡消失, 调制对系统不再有影响. 并且发现晶格深度  $v$  也强烈地影响着周期调制效应. 相应地, 讨论了两组分 BECs 不完全相同时的情况, 数值结果表明: 不同组分的隧穿率和自俘获等动力学行为受到彼此的制约与影响, 但在整体上却与简化模型的结果相类似.

- 
- [1] Anderson B P, Kasevich M A 1998 *Science* **282** 1686
- [2] Bronski J C, Carr L D, Deconinck B, Kutz J N 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 1402
- [3] Choi D I, Niu Q 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 2022
- [4] Morsch O, Muller J H, Cristiani M, Ciampini D, Arimondo E 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 140402
- [5] Wu B, Niu Q 2000 *Phys. Rev. A* **61** 023402
- [6] Wu B, Diener R B, Niu Q 2002 *Phys. Rev. A* **65** 025601
- [7] Liu J, Fu L B, Ou B Y, Chen S G, Dae - Il Choi, Wu B, Niu Q 2002 *Phys. Rev. A* **66** 023404
- [8] Zhang A X, Xue J K 2007 *Phys. Rev. A* **75** 013624
- [9] Xue J K 2005 *Phys. Lett. A* **341** 527
- [10] Diakonov D, Jensen L M, Pethick C J 2002 *Phys. Rev. A* **66** 013064
- [11] Mueller E J, 2002 *Phys. Rev. A* **66** 063603
- [12] Fallni L, Sarlo L D, Lye J E, Modugno M, Saers R, Fort C, Inyuscio M 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 140406
- [13] Wu Y, Yang X X 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 013601  
Wu Y, Yang X X 2003 *Phys. Rev. A* **68** 013608
- [14] Wu B, Niu Q 2003 *New J. Phys.* **5** 104  
Liu B, Fu L B, Yang S P, Liu J 2007 *Phys. Rev. A* **75** 033601
- [15] Wang G F, Ye D F, Fu L B, Chen X Z, Liu J 2006 *Phys. Rev. A* **74** 033414
- [16] Xue J K, Zhang A X 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 180401
- [17] Xue J K, Zhang A X, Liu J 2008 *Phys. Rev. A* **77** 013602
- [18] Ma Y, Fu L B, Yang Zh A, Liu J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5623 (in Chinese) [马 云、傅立斌、杨志安、刘 杰 2006 物理学报 **55** 5623]
- [19] Wei X F, Tang R A, Yong W M, Xue J K 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 1564
- [20] Fang Y C, Yang Z A, Yang L Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 0661 (in chinese) [房永翠、杨志安、杨丽云 2008 物理学报 **57** 0661]
- [21] Ziegler K 2003 *Phys. Rev. A* **68** 053602
- [22] Chen G H, Wu Y S 2003 *Phys. Rev. A* **67** 013606
- [23] Wang G F, Fu L B, Liu J 2006 *Phys. Rev. A* **73** 013619  
Wang G F, Fu L B, Zhao H, Liu J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5003 (in chinese) [王冠芳、傅立斌、赵 鸿、刘杰 2005 物理学报 **54** 5003]
- [24] Yan K Z, Tan W H 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1185 (in Chinese) [闫珂柱、谭维翰 1999 物理学报 **48** 1185]  
Yan K Z, Tan W H 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1909 (in Chinese) [闫珂柱、谭维翰 2000 物理学报 **49** 1909]
- [25] Chen H J, Li H C, Xue J K 2008 *Commun. Theor. Phys.* **49** 1519  
Chen H J, Xue J K 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3962 (in chinese) [陈海军、薛具奎 2008 物理学报 **57** 3962]
- [26] Xiao Y F, Wang D L, Wang F J, Yan X H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 0547 (in Chinese) [肖宇飞、王登龙、王凤姣、闫晓红 2006 物理学报 **55** 0547]

# Tunneling dynamics and periodic modulating of a two-component BECs in optical lattices<sup>\*</sup>

Zhang Ke-Zhi Wang Jian-Jun Liu Guo-Rong Xue Ju-Kui<sup>†</sup>

(*Physics and Electronic Engineering College, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China*)

(Received 27 May 2009; revised manuscript received 11 August 2009)

## Abstract

The tunneling dynamics and periodic modulation effect of a two-component Bose-Einstein condensate in an one-dimensional optical lattice are investigated. By using the two-mode approximation, we study the influence of the interaction between two-component BECs on the tunnelling dynamics of the system numerically. The dynamic behavior of the system is investigated by adding a periodic modulation on the interaction between two-component atoms. We get the region for the onset of the tunneling, instability and the self-trapping of the system with the changing modulation amplitude and frequency. We find that for the intermediate- and the low-frequency modulations, the dynamic behaviors of the system are dramatically different.

**Keywords:** two-component BECs, optical lattice, tunneling dynamics, irregular oscillation

**PACC:** 0365, 0530J, 0547, 1230

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10774120, 10975114), the Natural Science Foundation of Gansu Province, China (Grant No. 3ZS051-A25-013) and the Creation of Science and Technology of Northwest Normal University, China (Grant Nos. NWNKJCGC-03-17, NWNKJCGC-03-48).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: xuejk@nwnu.edu.cn