

# 混沌中信号的投影滤波\*

王国光<sup>†</sup> 王 丹 何丽桥

(吉林大学物理学院, 长春 130022)

(2007 年 10 月 31 日收到; 2009 年 10 月 7 日收到修改稿)

根据混沌的确定性和几何结构特征, 提出了预测性邻点选取方法和基于 Delaunay 三角化的邻点选取方法, 改进了降低混沌中噪声的投影方法, 建立了新的正交局部投影算法, 给出了优化参数选择法则. 这种方法成功地应用于提取 Lorenz 混沌中的微弱信号, 在信噪比不低于 -80 dB 条件下, 能够准确提取信号信息. 数值实验表明该投影滤波方法具有高度的稳定性和可靠性, 是提取混沌中微弱信号的十分有效方法.

**关键词:** 信号提取, 正交局部投影, 混沌, 参数优化

**PACC:** 0545, 0540

## 1. 引 言

在信号处理应用领域, 经常遇到混沌数据, 一方面混沌本身会受到噪声干扰, 另一方面混沌也会污染有用信号, 从混沌中提取信号已发展成为信号处理一个重要分支, 已经产生很多好的算法<sup>[1-7]</sup>. 在文献[6, 7]中, 我们提出了基于小波变换和离散余弦变换的相空间投影方法, 这些方法对提取连续型混沌(Lorenz 混沌)中的较弱谐波信号效果很好. 但是, 若信噪比低于 -50 dB, 这些方法也无能为力. 事实上, 近 15 年来, 在混沌信号处理技术中, 基于时延嵌入的降低混沌中噪声方法得到广泛研究, 其中局部相空间中几何投影方法<sup>[8-12]</sup>已成为滤波噪声混沌数据的最优方法. 因此, 为了扩大信号处理范围, 本文改进了局部投影滤波方法, 提出了两种新的邻点选取算法, 建立了新的正交局部投影技术, 给出了算法中参数的最优选取法则. 这种新的投影方法被应用于提取混沌背景下的微弱信号, 收到非常好的效果.

## 2. 提取混沌中信号的投影方法

### 2.1. 相空间重构

本文假设未知混沌系统方程和信号信息, 只有

观测的标量时间序列, 它们是混沌干扰和有用信号的叠加. 为了把信号从混沌干扰中提取出来, 采用相空间重构技术, 根据 Takens 理论<sup>[13]</sup>, 在一个动力学系统的演化过程中, 各分量之间有着内在的联系. 系统中任意一个分量的演化都是由与之相互作用的其他分量所决定的. 任意分量的演化过程中隐含了系统的演化信息. 因此, 可由单变量重构一个相空间, 重构的相空间包含原相空间同样的信息, 即重构相空间中的向量点表现出真实相空间的特性. 通过修正重构相空间中向量的坐标, 可以重构出原混沌吸引子, 从而将混沌干扰和信号分离, 把信号提取出来.

设  $x(n)$  是单变量观测时间序列, 它是混沌干扰  $y(n)$  和真实信号  $s(n)$  的叠加, 即

$$x(n) = y(n) + s(n), \quad (1)$$

其中混沌干扰  $y(n)$  的能量远大于信号  $s(n)$  的能量,  $n = 1, 2, \dots, N$ . 采用延时重构的方法, 按下式进行相空间重构:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(n) &= (x(n), x(n + \tau), \dots, x(n + (m - 1)\tau))^T \\ &= \mathbf{y}(n) + \mathbf{s}(n), \end{aligned} \quad (2)$$

式中,  $n = 1, 2, \dots, N - (m - 1)\tau$ .  $M$  为嵌入维,  $\tau$  为延时, 是采样时间间隔的整数倍,  $T$  表示转置.  $\mathbf{x}(n)$  是重构相空间中的向量, 它由  $\mathbf{y}(n)$  和  $\mathbf{s}(n)$  叠加而成,  $\mathbf{y}(n)$  和  $\mathbf{s}(n)$  由下式确定:

$$\mathbf{y}(n) = (y(n), y(n + \tau), \dots, y(n + (m - 1)\tau))^T, \quad (3)$$

\* 国家自然科学基金(批准号 60172032)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: wggwc@email.jlu.edu.cn

$$\mathbf{s}(n) = (s(n), s(n + \tau), \dots, s(n + (m - 1)\tau))^T. \quad (4)$$

$\mathbf{x}(n)$  是重构相空间中的点, 这些点的集合构成了相空间中的轨道. 轨道矩阵定义如下:

$$\mathbf{O} = [\mathbf{x}(1) \quad \mathbf{x}(2) \quad \dots \quad \mathbf{x}(M)]^T, \quad (5)$$

式中  $M = N - (m - 1)\tau$ , 表示重构相空间中点数, 轨道矩阵是一个  $M \times m$  矩阵, 轨道矩阵中的行表示相空间中的点, 其每一列是各个延时坐标在不同时刻的观测值.

## 2.2. 正交局部投影方法

在  $m$  维重构的相空间里, 每一个点  $\mathbf{x}(n)$  的一个小的邻域都可分为混沌空间和信号空间. 假设混沌动力学将其轨道限制在  $m_0$  维低维流形上, 就可以找到  $Q = m - m_0$  个相互独立的子空间  $\mathbf{u}_q (q = 1, 2, \dots, Q)$ , 这  $Q$  个向量组成的线性空间为相点  $\mathbf{x}(n)$  处的信号空间. 由于纯净的混沌吸引子并不扩展到该空间, 所以在该空间中找到的  $\mathbf{x}(n)$  分量一定是由信号引起的. 正交局部投影方法试图辨识该空间, 然后抽出  $\mathbf{x}(n)$  的相应分量.

设  $\mathbf{x}(n)$  的邻域  $u_n$  内  $p$  个邻点为  $\mathbf{x}(n')$  ( $n' = i_1, i_2, \dots, i_p$ ), 它们的质心为

$$\bar{\mathbf{x}}(n) = \frac{1}{p} \sum_{\mathbf{x}(n') \in u_n} \mathbf{x}(n'), \quad (6)$$

那么,  $\mathbf{z}(n') = \mathbf{x}(n') - \bar{\mathbf{x}}(n)$  在信号空间的分量为  $\sum_{q=1}^Q [\mathbf{u}_q^T \mathbf{z}(n')] \mathbf{u}_q$ . 为了正确估计信号子空间, 应使信号空间的总能量

$$\sum_{\mathbf{z}(n') \in u_n} \left\{ \sum_{q=1}^Q [\mathbf{u}_q^T \mathbf{z}(n')] \mathbf{u}_q \right\}^2 = \min. \quad (7)$$

借助拉格朗日乘子  $\lambda_q$  使  $\mathbf{u}_q$  具有单位向量, 并利用  $\mathbf{u}_q$  的正交性, 必须使拉格朗日量

$$L = \sum_{\mathbf{z}(n') \in u_n} \left\{ \sum_{q=1}^Q [\mathbf{u}_q^T \mathbf{z}(n')] \mathbf{u}_q \right\}^2 - \sum_{q=1}^Q \lambda_q (\mathbf{u}_q^T \mathbf{u}_q - 1) = \min. \quad (8)$$

对每个  $q$  分别产生

$$\mathbf{C}_n \mathbf{u}_q - \lambda_q \mathbf{u}_q = 0, \quad q = 1, 2, \dots, Q, \quad (9)$$

这里  $\mathbf{C}_n$  是邻域  $u_n$  内向量  $\mathbf{z}(n')$  的  $m \times m$  协方差矩阵.

$$\mathbf{C}_n = \frac{1}{p} \sum_{\mathbf{z}(n') \in u_n} \mathbf{z}(n') \mathbf{z}(n')^T. \quad (10)$$

方程(10)的解是  $\mathbf{C}_n$  的本征值  $\lambda_q$  和正交本征向量  $\mathbf{u}_q$ . 对应  $Q$  个最小本征值的本征向量将张成信号子

空间, 使信号空间的整体能量最小. 这样从向量  $\mathbf{z}(n) = \mathbf{x}(n) - \bar{\mathbf{x}}(n)$  中去除信号分量, 就可得到混沌干扰的估计

$$\hat{\mathbf{z}}(n) = \mathbf{z}(n) - \sum_{q=1}^Q (\mathbf{u}_q^T \mathbf{z}(n)) \mathbf{u}_q, \quad (11)$$

还原成原始延迟向量为

$$\hat{\mathbf{x}}(n) = \mathbf{x}(n) - \sum_{q=1}^Q \{\mathbf{u}_q^T [\mathbf{x}(n) - \bar{\mathbf{x}}(n)]\} \mathbf{u}_q, \quad (12)$$

被估计的信号向量为

$$\hat{\mathbf{s}}(n) = \sum_{q=1}^Q \{\mathbf{u}_q^T [\mathbf{x}(n) - \bar{\mathbf{x}}(n)]\} \mathbf{u}_q. \quad (13)$$

## 2.3. 重建标量信号时间序列

信号恢复的最后一步是重建标量信号序列  $s(n)$ . 信号  $s(n)$  出现在多个向量  $\hat{\mathbf{s}}(k)$ ,  $k = n, n - \tau, n - 2\tau, \dots, n - (m - 1)\tau$  的分量中, 显然它们各不相同,  $s(n)$  的值有多种取法, 不同取法所产生的信号滤波效果不同. 为了获得  $s(n)$  的最优估计  $\hat{s}(n)$ , 可以通过最小化下面的误差函数实现:

$$e = \sum_{n=1}^{N-(m-1)\tau} \sum_{j=1}^m [\hat{s}_j(n) - \hat{s}(n + (j - 1)\tau)]^2 = \min, \quad (14)$$

式中  $\hat{s}_j(n)$  是  $\hat{\mathbf{s}}(n)$  的第  $j$  个分量.

由(14)式得到信号的估计值为

$$\hat{s}(n) = \begin{cases} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \hat{s}_j(n - (j - 1)\tau), & 1 + (k - 1)\tau \leq n \leq k\tau, \\ & k = 1, 2, \dots, m - 1, \\ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \hat{s}_j(n - (j - 1)\tau), & 1 + (m - 1)\tau \leq n \\ & \leq N - (m - 1)\tau, \\ \frac{1}{k} \sum_{j=m-k+1}^m \hat{s}_j(n - (j - 1)\tau), & 1 + N - k\tau \leq n \leq N - (k - 1)\tau, \\ & k = m - 1, \dots, 1. \end{cases} \quad (15)$$

## 3. 邻点和参数的选取方法

在应用正交局部投影方法分离混沌和信号之前, 必须选取合适的邻点和某些参数, 选取的邻点和参数不同, 混沌和信号的分离效果不同, 因此合理选取邻点和参数是成功实现该算法的关键.

### 3.1. 预测性邻点选取方法

在已有的文献里,在相空间里选择某一参考相点的邻点的一般做法是,通过时延重构建立延迟向量,即相点,按照所有相点与参考相点之间的欧几里德距离对相空间中的相点进行排序,依据干扰强度选取距离最小的一些相点作为参考相点的邻点.本文提出一种新的邻点选取算法,称为预测性邻点选取方法.

设参考相点为  $\mathbf{x}(i)$ , 计算相空间中所有点  $\mathbf{x}(j)$  ( $j=1, 2, \dots, N-(m-1)\tau$ ) 与  $\mathbf{x}(i)$  之间的欧几里德范数

$$d_{ij} = \sqrt{[\mathbf{x}(i) - \mathbf{x}(j)]^T [\mathbf{x}(i) - \mathbf{x}(j)]}, \quad (16)$$

根据  $d_{ij}$  大小确定  $p$  个邻点  $\mathbf{x}(i_h)$  ( $h=1, 2, \dots, p$ ).  $\mathbf{x}(i_h)$  向前  $k$  步演化为  $\mathbf{x}(i_h+k)$ ,  $\mathbf{x}(i_h+k)$  将作为  $\mathbf{x}(i+k)$  的预选邻点. 如果经过  $k$  步演化之后,相点  $\mathbf{x}(i_h)$  所在轨道与相点  $\mathbf{x}(i)$  所在轨道偏差较大,则这样的邻点称为伪邻点,应予以剔除. 为了判断一个预选邻点是否为伪邻点,定义下面的物理量:

$$c = \frac{[\mathbf{x}(i+k) - \mathbf{x}(i)]^T [\mathbf{x}(i_h+k) - \mathbf{x}(i_h)]}{\|\mathbf{x}(i+k) - \mathbf{x}(i)\| \|\mathbf{x}(i_h+k) - \mathbf{x}(i_h)\|}, \quad (17)$$

$c$  度量了相点  $\mathbf{x}(i_h)$  所在轨道与相点  $\mathbf{x}(i)$  所在轨道之间的平行程度,也度量了相点  $\mathbf{x}(i_h+k)$  和相点  $\mathbf{x}(i+k)$  之间的相关程度,对于  $c$  取值较小的预选邻点应去除. 由于混沌是确定性系统,它是按照确定规律进行演化的,因此预测性邻点选取方法是合理的. 又由于混沌具有初值敏感依赖性,所以预测的步长不能太大,对于某一确定混沌系统,按照优化理论,很容易确定最优步长.

### 3.2. 基于 Delaunay 三角的邻点选取方法

为了在一个点集中找到最近邻关系,这里采用 Delaunay 三角剖分方法. 任何一个点集  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_i\} \in R^d$  的三角剖分是一个  $d$  维单纯形集合,这些单纯形内部不相交,顶点属于点集  $\mathbf{X}$ . 同一个点集  $\mathbf{X}$  有许多三角剖分方法,其中最知名的是 Delaunay 三角剖分. 设  $T(\mathbf{x}_n)$  是  $R^d$  空间的一部分,是属于  $\mathbf{x}_n$  的一个平铺,则

$$T(\mathbf{x}_n) = \{\mathbf{z} \in R^d, \mathbf{x}_j \in \mathbf{X}: \forall_{j \neq n} \|\mathbf{z} - \mathbf{x}_n\| \leq \|\mathbf{z} - \mathbf{x}_j\|\}. \quad (18)$$

如果  $\mathbf{m}_{i,j} = (\mathbf{x}_i + \mathbf{x}_j)/2$  既属于  $T(\mathbf{x}_i)$ , 又属于  $T(\mathbf{x}_j)$ ,

那么  $\mathbf{x}_i$  是  $\mathbf{x}_j$  的最近邻.

在实践中,利用 Delaunay 三角化方法确定最近邻,可以如下操作. 一个点对  $\mathbf{x}_i$  和  $\mathbf{x}_j$  是最近邻,只要在以  $\mathbf{m}_{i,j} = (\mathbf{x}_i + \mathbf{x}_j)/2$  为中心,以  $r_{i,j} = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|/2$  为半径的超球体内不含有其他点即可.

Delaunay 三角剖分有一个很好的特性<sup>[14]</sup>,平均来说,它能最小化单纯形直径,在函数逼近和建模时,它能最小化平均误差. 这就是本文采用 Delaunay 三角剖分方法选取邻点的理由.

### 3.3. 参数选取

本文提出的方法包括以下一些参数:嵌入维  $m$ , 时延  $\tau$ , 局部信号子空间的维数  $Q$  和最近邻点数目  $p$ . 这些参数的合理选取对于信号的提取精度十分重要. 选取最优参数依赖数据类型、平稳性和干扰强度等. 关于嵌入维  $m$  和时延  $\tau$  的估计,目前已经有一些较为成熟的理论<sup>[15-20]</sup>. 对于嵌入维的选取, Takens 定理只给出充分条件,即只要嵌入维  $m \geq 2d_E + 1$  ( $d_E$  是混沌吸引子的维数),在嵌入空间里就可以将吸引子恢复出来. Takens 定理没有给出嵌入维的上限. 本文仿真实验中采用的系统是 Lorenz 混沌系统. 对于 Lorenz 系统重点是选取嵌入窗口长度  $\tau_w = (m-1)\tau$ , 选择嵌入窗口长度没有统一的标准,在没有干扰的情况下,按照平均互信息法<sup>[17]</sup>和伪邻点法<sup>[20]</sup>所确定的时间窗口长度为 34,按照 Gibson<sup>[21]</sup>方法确定的值为 32. 事实上,嵌入窗口长度是随着干扰的强度而变化的,我们在实验中取固定的时延  $\tau = 5$ ,嵌入维取  $m = 4-8$ ,局部信号子空间的维数  $Q$  取  $m-2$ . 最近邻点数  $p$  的取值与嵌入维和混沌中信号强度有关,当嵌入维选定后,信号强度越大,邻点数应越多,一般取 8-30 之间为好,最多不要超过 80.

## 4. 仿真实验及分析

为了评价新的正交局部投影方法的滤波性能,引入两个物理量度量混沌与信号的分离程度. 一是对数信噪比,二是相关系数.

对数信噪比定义为

$$\text{SNR} = 20 \log_{10} \frac{\langle s \rangle}{\langle y \rangle}, \quad (19)$$

式中  $\langle s \rangle$  和  $\langle y \rangle$  分别表示信号的方均根值和混沌干扰的方均根值. 使用  $\text{SNR}_1$  和  $\text{SNR}_2$  分别表示初始时信噪比和分离后信噪比,显然  $\text{SNR}_2$  越大,分离效果

越好,算法越有效.

相关系数定义为

$$r = \frac{\langle [s(n) - \mu_s][\hat{s}(n) - \mu_{\hat{s}}] \rangle}{\sigma_s \sigma_{\hat{s}}}, \quad (20)$$

$r$  值接近 1 说明  $s(n)$  和  $\hat{s}(n)$  具有非常强的线性相关性,提取信号的效果好, $r$  等于 1 表明观测信号中完全去除了干扰噪声,信号得到完全恢复, $r$  等于 0 意味着  $s(n)$  和  $\hat{s}(n)$  不存在线性相关性,提取信号失败.

为了验证本文提出方法滤波混沌中信号的能力,采用 Lorenz 混沌作为噪声,进行仿真.在仿真图里,波形图中的实线表示原始纯净信号,虚线表示经滤波提取的信号.

Lorenz 系统由下面非线性状态方程描述:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \sigma(y - x), \\ \frac{dy}{dt} &= rx - y - xz, \\ \frac{dz}{dt} &= -bz + xy, \end{aligned} \quad (21)$$

其中参数  $\sigma = 10, r = 28, b = 8/3$ . 在下面仿真实验中,采用四阶龙格-库塔法,步长为 0.01,初始值  $x_0 = y_0 = z_0 = 1$  产生 20000 个点混沌时间序列,使用后面 4096 个点的  $x$  分量作为混沌源数据.

**实验 1** 预测步长对混沌和信号分离的影响.

混沌与谐波信号叠加在一起,谐波信号为

$$s(n) = A \sin\left(2\pi \frac{f}{f_s} n\right),$$

其中,  $A = 0.1, f = 5$  Hz, 取样时间与积分步长相同,即  $f_s = 100$  Hz, 信噪比  $SNR_1 = -41$  dB, 预测步长从 1 取到 10, 每次处理后,跟踪均方误差,实验结果如图 1 所示.

从均方误差随预测步长的变化曲线可知,对于 Lorenz 混沌,最优的预测步长是 8,当然不同的预测方法会给出不同的结果.在后面的实验中如没有特殊的说明,预测步长一律取 8.

**实验 2** 嵌入参数对混沌和信号分离的影响.

条件与实验 1 相同,改变嵌入参数,取时延  $\tau = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 16\}$ , 对应地取嵌入维  $m = \{25, 12, 8, 6, 5, 4, 8, 3\}$ , 分离后的均方误差随参数的变化曲线如图 2 所示.从图 2 中可以看到,  $(m, \tau) = (5, 5)$  时,分离效果最好.前面 6 组参数有一特点,就是嵌入窗口基本保持不变,因此滤波效果相差不多,这一实验也证明了嵌入窗口的重要性.另外,由

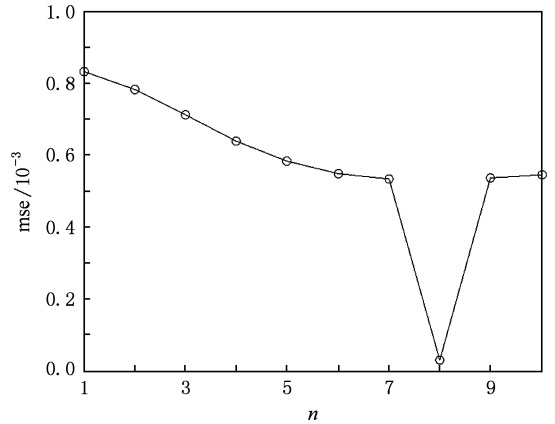


图 1 均方误差随预测步长的变化

图 2 也可看出,  $(m, \tau) = (8, 6)$  时,分离效果欠佳,令人费解的是,当嵌入参数按照标准方法(平均互信息和伪邻点法)选取时,分离是失败的,结果如图 3 所示.

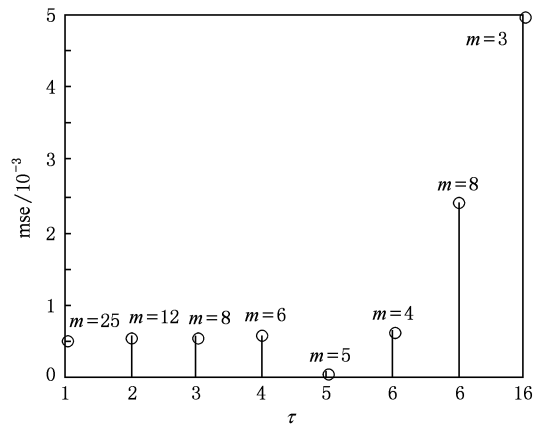


图 2 嵌入参数的影响

**实验 3** 三种邻点选取方法产生的分离效果.

现在考察三种邻点选取方法所产生的滤波效果,这三种选取方法是预测性邻点选取方法、基于 Delaunay 三角邻点选取方法和以欧几里德距离为标准的邻点选取方法,对应这三种邻点选取方法,分别以相关系数  $r_1, r_2, r_3$  来度量混沌与信号的分离程度.实验采用的观测模型为(以下同)

$$x(n) = y(n) + s(n),$$

信号  $s(n)$  为单一谐波信号,频率  $f = 5$  Hz, 保持不变,改变振幅  $A$ , 观测  $r_1, r_2, r_3$  的值.实验结果如表 1 所示.

由表 1 可以看出,预测性邻点选取方法是最好

的,在极低信噪比的情况下,比其他邻点选取方法分离混沌与噪声的能力要高出 10 dB. Delaunay 三角邻点选取方法在信噪比不是太低的情况下,它的性能优于其他两种方法,在幅值很低的情况下,它

的性能下降可能是由于邻点缺乏造成的,因为在极低信噪比的情况下,选择太多的邻点只能造成更大的误差,解决这一问题的方法可以考虑插值,这有待进一步研究.

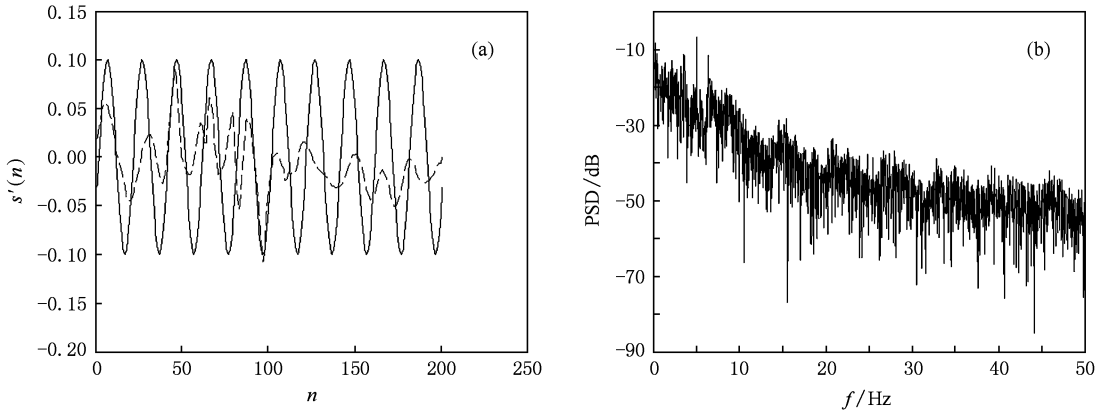


图3 滤波后信号 (a)波形图;(b)功率谱密度

表1 三种邻点选取方法的对比

$A$	5	1	0.3	0.1	0.01	0.003
$SNR_1/dB$	-7	-21	-31	-41	-61	-71
$r_1$	0.8162	0.8999	0.9556	0.9576	0.7413	0.4032
$r_2$	0.8276	0.9098	0.9424	0.8675	0.5113	0.2114
$r_3$	0.6988	0.8042	0.8264	0.9068	0.4523	0.1030

以下实验都采用预测性邻点选取方法,预测步长为 8.

实验中谐波信号的振幅  $A = 0.3$ , 保持不变, 改变谐波信号的频率, 考察混沌和谐波信号的分离程度, 实验结果如表 2 所示.

**实验 4** 对不同频率谐波信号的提取能力.

表2 不同频率下谐波的提取效果( $A = 0.3$ )

频率 $f/Hz$	1	2	3	4	5
$SNR_1/dB$	-31.7682	-31.7682	-31.7682	-31.7682	-31.7682
$SNR_2/dB$	1.6279	1.6491	4.6083	7.5617	8.5062
$r$	0.5783	0.5792	0.8215	0.9103	0.9556

从表 2 中可以看出,随着谐波频率增大,分离效果越来越好,尤其在低频区域,比现有的方法都好. 图 4 给出了  $SNR_1 = -31$  dB 时,提取的频率  $f = 1$  Hz 的谐波信号的波形图和频谱图. 由图清楚地看到,谐波的频率被完全的识别出来,但提取的波形完全失真了.

波形虽然失真,但波形的基本轮廓也被识别出来,这说明本文提出的方法能够提出 Lorenz 混沌中 -80 dB 谐波信号,只要正确设置参数即可.

**实验 5** 提取单一谐波信号的极限.

**实验 6** 提取混沌中的调频调幅信号.

取谐波信号的频率  $f = 5$  Hz, 振幅  $A = 0.001$ , 信噪比为  $SNR_1 = -81$  dB, 取如下一组参数进行仿真:  $N = 8192, m = 18, \tau = 1, Q = 16, K = 5$ . 仿真结果如图 5 所示,显然谐波的频率被清楚地提取出来,谐波

调频调幅信号为

$$s(n) = 0.05\sin(0.02\pi n) \times \sin[0.1\pi n + 5\sin(0.01\pi n)].$$

信噪比  $SNR_1 = -50$  dB, 这个信号包含丰富的频率成分,其功率谱密度曲线如图 6 所示.

分离后的调频调幅信号的波形图和功率谱密度曲线如图 7 所示. 从图 7 中可以看出,提取出的波

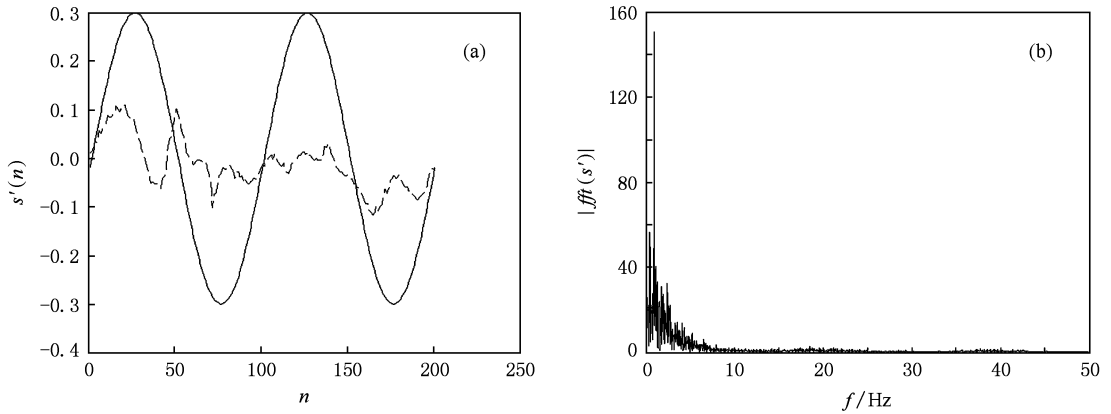


图4 提取出的谐波信号 (a) 波形图;(b) 频谱

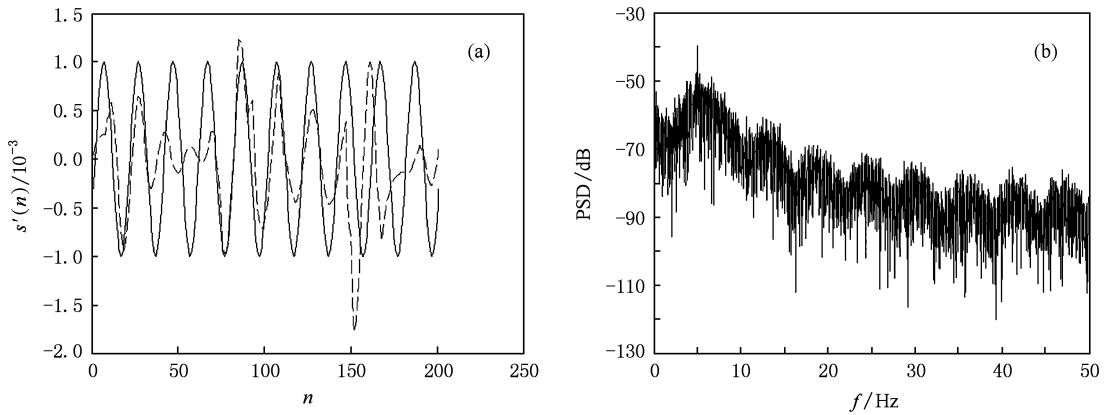
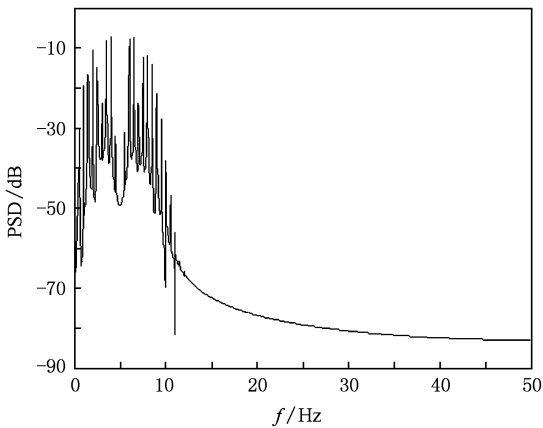
图5  $SNR_1 = -81$  dB 时提取出的谐波信号 (a) 波形图;(b) 功率谱密度

图6 调频调幅信号的功率谱密度

形比较理想,但提取的频率成分并不完整,有些低频成分丢掉了,说明在低频区混沌中存在密集的周期成分,致使信号分离失败。

## 5. 结 论

本文研究在未知混沌动力学方程和信号信息,只有观测的标量时间序列情况下,从混沌干扰中盲提取信号的方法. 本文利用混沌的确定性几何特征,提出预测性邻点选取方法和 Delaunay 三角剖分邻点选取方法,改进了降低混沌中噪声的局部投影算法,将这种新的正交局部投影方法应用于提取 Lorenz 混沌中的信号. 数值实验验证,这种新的正交局部投影方法能够提取 Lorenz 混沌中微弱谐波信号和调频调幅信号,提取的水平达到  $-80$  dB. 这种新的投影方法,运行速度比较快,稳健性好,可靠性高,是提取混沌中微弱信号的有效方法. 本文仿真实验也明确证明,局部投影算法的效能取决于邻点的选取和合适的参数选取,机械地照搬有些文献中

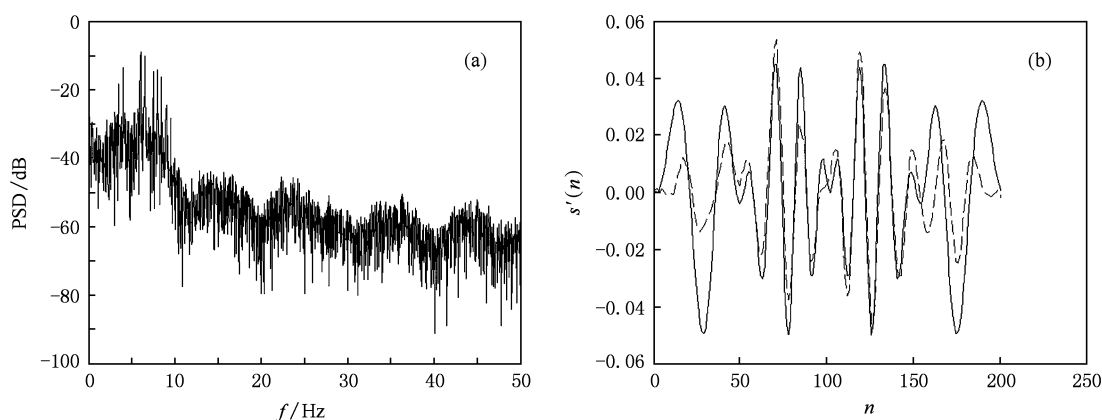


图7 提取出的调频调幅信号 (a)功率谱密度;(b)波形图

的一些结论,可能会导致算法失败或性能降低. 本文给出了确定算法中参数的指导性法则,这些法则

对于实现算法的功能是必要的.

- [1] Stark J, Arumugaw B 1992 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **2** 413
- [2] Haykin S, Li X B 1995 *Proceeding of IEEE* **83** 94
- [3] Leung Henry, Huang X P 1995 *ICASSP* **2** 1344
- [4] Short K M 1994 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **4** 959
- [5] Huang X G, Xu J X 2001 *International Journal of Bifurcation and Chaos* **11** 561
- [6] Wang G G, Wang S X 2006 *Journal of Jilin University (Science Edition)* **44** 439 (in Chinese) [王国光、王树勋 2006 吉林大学学报(理学版) **44** 439]
- [7] Wang G G, Wang S X 2006 *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)* **36** 422 (in Chinese) [王国光、王树勋 2006 吉林大学学报(工学版) **36** 422]
- [8] Tim Sauer 1992 *Physic D* **58** 193
- [9] Robert Cawley 1992 *Phys. Rev. A* **46** 3057

- [10] Kern A, Blank D, Stoop R 2000 *Int. J. Mod. Phys. C* **11** 125
- [11] Mera M E, Moran M 2006 *Chaos* **16** 013116
- [12] Grassberger P, Hegger R, Kantz H, Schaffrath C, Schreiber T 1993 *Chaos* **3** 127
- [13] Takens F 1981 *Lecture Notes in Math.* (New York: SpringerVerlag) **1** 898
- [14] Allie S, Mees A, Judd K, Watson D 1997 *Phys. Rev. E* **55** 87
- [15] Broomhead D J, King G P 1986 *Physica D* **20** 217
- [16] Buzug T, Pflister G 1992 *Physica D* **58** 127
- [17] Fraser A M, Swinney H 1986 *Physical Review A* **33** 1134
- [18] Kugiurmtzis D 1996 *Physica D* **95** 13
- [19] Kim H S, Eykholt R, Salas J D 1999 *Physica D* **127** 48
- [20] Kennel M B, Brown R, Abarbanel H D I 1992 *Physical Review A* **45** 3403
- [21] Gibson John F, Doyné Farmer J, Casdagli Martin, Eubank Stephen 1992 *Physica D* **57** 1

# Projection filtering of signals in chaos<sup>\*</sup>

Wang Guo-Guang<sup>†</sup> Wang Dan He Li-Qiao

(*College of Physics, Jilin University, Changchun 130022, China*)

(Received 31 October 2007; revised manuscript received 7 October 2009)

## Abstract

According to deterministic character and geometric property of chaotic system, the predictive method of neighborhood selection and the approach of neighborhood selection based on Delaunay triangulation were presented, and a new orthogonal local projective algorithm was derived by improvement of local projective method for noise reduction in chaotic time series, and rules of selection of optimal parameters were suggested. The method was successfully applied to extract weak signals in Lorenz chaos, that provided signal to noise ratio not lower than -80 dB. Computer simulation shows that this projective filtering method has great stability and reliability, and is effective for extracting weak signals in chaos.

**Keywords:** extraction of signals, orthogonal local projection, chaos, parameters optimization

**PACC:** 0545, 0540

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 60172032).

<sup>†</sup> E-mail: wggwc@email.jlu.edu.cn