

考虑停靠站影响的公交运输系统模型*

丁建勋 黄海军[†]

(北京航空航天大学经济管理学院, 北京 100191)

(2009 年 7 月 25 日收到; 2009 年 8 月 16 日收到修改稿)

受停靠站影响, 公共交通系统运行过程中容易产生集簇现象. 本文细致地考虑了公交停靠站长度和停靠站在线路上的分布情况, 构建了一个新的公交运输系统元胞自动机模型. 数值模拟结果表明, 在引入停靠站长度和停靠站分布两种因素后, 模型在微观层面上更清晰地刻画了车辆在公交线路上的时空分布, 再现了公交运行中的集簇现象, 定量地评价了停靠站分布对车辆平均速度的影响. 本研究对进一步认识集簇现象的形成机理和优化停靠站设计具有指导意义.

关键词: 公交运输系统, 元胞自动机模型, 跃迁概率, 集簇现象

PACC: 0565, 0250, 0520

1. 引 言

近年来, 与公共交通相关的交通问题^[1-15]引起了众多学者的关注. 公交系统是一个含公交车和乘客的多粒子系统, 目前所建立的公交模型主要用于解释、再现和预测公交线路上的车辆行驶行为, 代表性模型包括 Nagatani 提出的时间车头距模型^[5-7], Nagatani 和 Huijberts 分别提出的车辆跟驰模型^[8,9], 以及 O' Loan 等人提出的元胞自动机 (CA) 模型^[10]. 此外, Jiang 等人考虑了公交车的承载能力^[11], 提出了一个新的公交路线模型.

公交线路系统由公交车、停靠站与乘客等要素构成, 这些要素相互作用促其动态演变. 在运行过程中, 当一辆公交车因某些扰动而被延迟, 将导致前方停靠站的等待乘客增多, 该公交车需要搭载过多的乘客, 将进一步落后于前方公交车辆, 这种延迟行为会不断扩大. 缓慢行驶的车辆将使后方车辆减速, 容易产生集簇现象. 现有的研究主要集中在如何抑制集簇现象上. Nagatani 阐述了公交车密度增加的同时伴随着一个从集簇状态向均匀状态的转变过程, 公交系统具有类似交通流中的动力学相变行为^[12]. 从提高服务质量角度出发, Tomoeda 等提出了一个利用停靠站内的乘客数信息来调整公

交行驶速度、降低集簇现象的模型^[13]. 然而, 以往研究均假设公交停靠站等距离分布, 且没有考虑停靠站长度这一影响集簇现象的重要因素. 本文尝试在模型中融入停靠站长度和停靠站分布因素, 寻找产生各式集簇现象的内部原因, 并通过优化停靠站设置来提高公交运营系统的整体服务质量.

2. 公交运输系统 CA 模型

将一条长度为 L 的道路划分为若干个离散的元胞, 它或为空或被一辆车占据. 公交线路设为周期性边界, 线路上设置 S 个公交停靠站 (注: 下文中用 N_s 表示非连续排列的公交停靠站数目, 用 L_s 表示连续排列的公交停靠站数目). 显然, 特殊情形 ($S = L$) 就是一个“招手上市的公交系统” (hail-and-ride system). 在任一时间步长 t , 一个乘客以概率 f 到达系统, 并以概率 $1/S$ 等可能地选择一个停靠站 (注: 下文中对于长度为 L_s 的连续排列停靠站, 乘客以概率 $1/L_s$ 等可能地到达一个停靠站). 这里, 假设公交车最大速度为 $v_{\max} = 1$, 其速度体现为车辆向前方空元胞移动的跃迁概率 $H, H \in [0, 1]$. 现实中, 公交车在遇有乘客等待的停靠站处与非停靠站处的移动速度是不相同的, 等待乘客数量也影响公交车的前行速度. 本文采取文献 [13] 中的方法确定 H , 设

* 国家重点基础研究发展计划 (973 计划) (批准号: 2006CB705503) 和国家自然科学基金 (批准号: 70821061) 资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: haijunhuang@buaa.edu.cn

每辆公交车在一个停靠站最多可搭载 N_{\max} 个乘客, N_i 表示在停靠站 i ($i = 1, 2, \dots, S$) 处的等待乘客数量. H 由下式得到:

$$H = \frac{Q}{\min(N_i, N_{\max}) + 1}. \quad (1)$$

假定公交车内的乘客仅在有乘客上车的停靠站处下车,且下车时间忽略不计,则跃迁概率 H 只取决于上车的乘客数目 N_i 和单个车辆可搭载的最多乘客数 N_{\max} . (1) 式中, $\min(N_i, N_{\max})$ 表示车辆到达车站 i 时可以容许上车的乘客数. 显然, $N_i = 0$ 表示停靠站处没有乘客或者车辆行驶在非停靠站处, 此时, 公交车以最大概率 Q 向前方跃迁. 乘客数 N_i 越多, 跃迁概率 H 越低, 对应较低的公交车前行速度. 在整个公交系统中, 公交车前行和乘客的到达过程按照如下规则并行更新:

1) 乘客到达 在一个时间步长内, 一个乘客以概率 f 到达该停靠站, 以 $1/S$ 概率选择车站 i , 对应于停靠站 i 的等待乘客数目变化为 $N_i = N_i + 1$.

2) 公交车的前移过程 由(1)式计算车辆 n 的跃迁概率 H , 如果第 n^{th} 辆公交车前方为一空元胞, 那么该车辆以概率 H 向前移动.

3) 乘客上车过程 当公交车到达第 i ($i = 1, 2, \dots, S$) 个停靠站, 停靠站处乘客数目变更为 $\max(N_i - N_{\max}, 0)$. 在乘客上车后的下一个时间步长里, 若车辆没有前移, 新到达停靠站的乘客不允许上车.

本文采用 $\langle v \rangle$ 表示稳定状态(模拟中运行时间足够长, 超过 10000 时步)下所有公交车辆的平均速度, 是公交系统运营效率的指标之一.

3. 数值模拟与分析

设公交线路长 $L = 100$ 个元胞, $N_{\max} = 60$. 模型的主要参数为最大跃迁概率 Q 、乘客到达率 f 、停靠站数目 N_s 、停靠站长度 L_s (也可以理解为紧邻设置的 L_s 个单独停靠站) 和停靠站之间距离 D_s (用以刻画停靠站的分布情况). 模拟开始时刻, 周期性边界条件下, 设 m 辆公交车随机地分布在线路上, 车辆的密度定义为 $\rho = m/L$.

3.1. 一个停靠站和一辆公交车的情形 ($m = 1, N_s = 1$)

若公交系统只有一个停靠站和一辆公交车, 则可采用平均场理论估计公交车的平均速度 $\langle v \rangle$. 用 T 表示该公交车绕行线路一周所需的平均行驶时

间, 该时间由两部分构成, 一是非停靠站处行驶时间 ($t_1 = (L - L_s)/Q$), 一是停靠站内的行驶时间, 可以近似地取 ($t_2 = L_s/\bar{q}$). 则 T ($T = t_1 + t_2 = (L - L_s)/Q + L_s/\bar{q}$) 时间内, 到达停靠站的平均乘客数目可表示为

$$N = \frac{f}{L_s} \left(\frac{L - L_s}{Q} + \frac{L_s}{\bar{q}} \right). \quad (2)$$

系统长时间运行之后, 停靠站内的车辆跃迁概率为 $\bar{q} = Q/(\min(N, N_{\max}) + 1)$, 即

$$\bar{q} = \begin{cases} Q/(N + 1), & \text{若 } N_{\max} \geq N, \\ Q/(N_{\max} + 1) & \text{若 } N_{\max} < N, \end{cases} \quad (3)$$

将(3)式代入(2)式, 可以得到 N , 从而可以判别 N_{\max} 和 N 之间的关系. 则解析的平均速度 $\langle v \rangle$ 为

$$\langle v \rangle = \begin{cases} Q - f, & \text{若 } N_{\max} \geq N, \\ \frac{LQ}{L + L_s N_{\max}}, & \text{若 } N_{\max} < N. \end{cases} \quad (4)$$

(2) 式显示众多因素均可影响乘客到达数目 N , 为简便起见, 这里选取参数组合 f/Q 来描述乘客到达数目 N 和最大搭乘乘客数目 N_{\max} 之间的关系. 显然, 容易发现不等式 $f/Q < 1$ 是满足 $N < N_{\max}$ 的必要而非充分条件, 且在 f/Q 取特定值范围内, 总能满足 $N < N_{\max}$. 反之, 针对情形 f/Q , 满足 $N \geq N_{\max}$ 的条件相对容易实现.

从图 1 可以看出, 用元胞自动机(CA)模型得到的仿真结果和上述解析结果是基本符合的, 图 1(a) 中平均速度主要取决于车辆前行的跃迁概率和乘客到达率, 而与停靠站长度无关. 在相同最大跃迁概率 Q 下, 图 1(b) — (d) 分别表明平均速度是停靠站长度的递减函数, 而提高概率 Q 会整体上提高平均速度 $\langle v \rangle$.

3.2. 不同 L_s 和 D_s 下的 CA 模拟分析 ($f = 0.3, Q = 0.9$)

下面, 我们选取停靠站具有不同长度 L_s 和两个停靠站之间具有不同距离 D_s 的情形, 进一步研究停靠站特征对公交系统的影响. 对于前一种情形, 可以理解为 L_s 个单独停靠站连续展开在公交线路上, 而 $D_s = 0$ 等同于一个长度为 $L_s = 2$ 的停靠站.

图 2 是参数取值 $L_s = (1, 5, 10)$ 和 $D_s = (0, 30, 50)$ 时的速度-密度关系图, 可以发现

1) 以往的 NS 模型及其改进研究, 均验证了速度是密度的递减函数这一普遍性结论^[3]. 在含有停

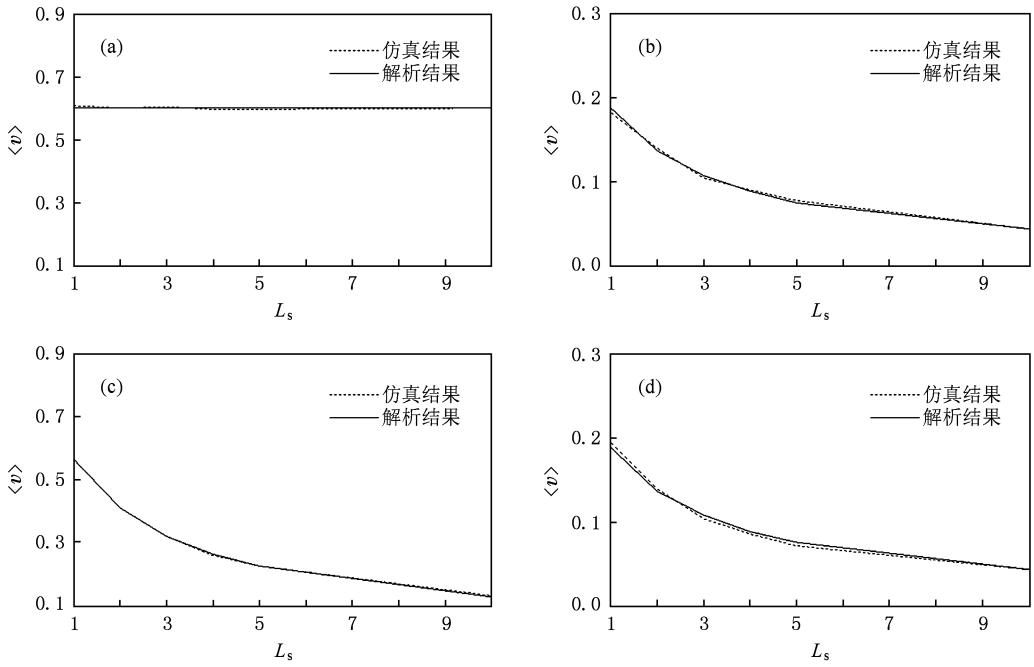


图1 仿真和解析下的平均速度与停靠站长度的关系 (a) $f/Q < 1, f=0.3, Q=0.9$; (b) $f/Q > 1, f=0.9, Q=0.3$; (c) $f/Q = 1, f=0.9, Q=0.9$; (d) $f/Q = 1, f=0.3, Q=0.3$

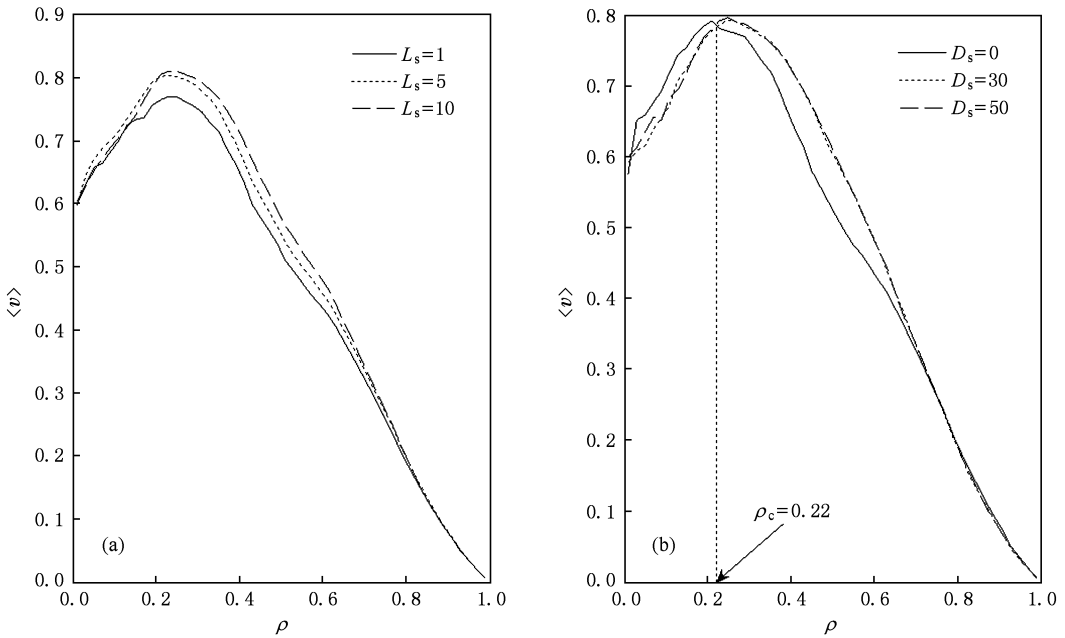


图2 速度-密度关系图 (a) $L_s = (1, 5, 10)$; (b) $D_s = (0, 30, 50)$

靠站的系统中,从图2可以发现,当密度小于某临界值时,平均速度 $\langle v \rangle$ 不是密度的递减函数. 这是因为,密度太小时,公交站等待的人很多,排队上车花去的时间就很长,使得公交车辆的全程平均速度下降. 在密度区间 $\rho \in [0.2, 0.3]$, $\langle v \rangle$ 达到最大值.

当密度超过临界值后, $\langle v \rangle$ 开始下降. 此外,无论怎样调整 L_s 和 D_s , 在 $\rho = 0.01$ 时(即系统中仅存在一辆公交车), $\langle v \rangle$ 总是处在相同水平,这与前面的定性分析是符合的. 继续增大密度 ρ , 不同的 L_s 和 D_s 将对应不同的 $\langle v \rangle$, 说明 $\langle v \rangle$ 是受停靠站特征影

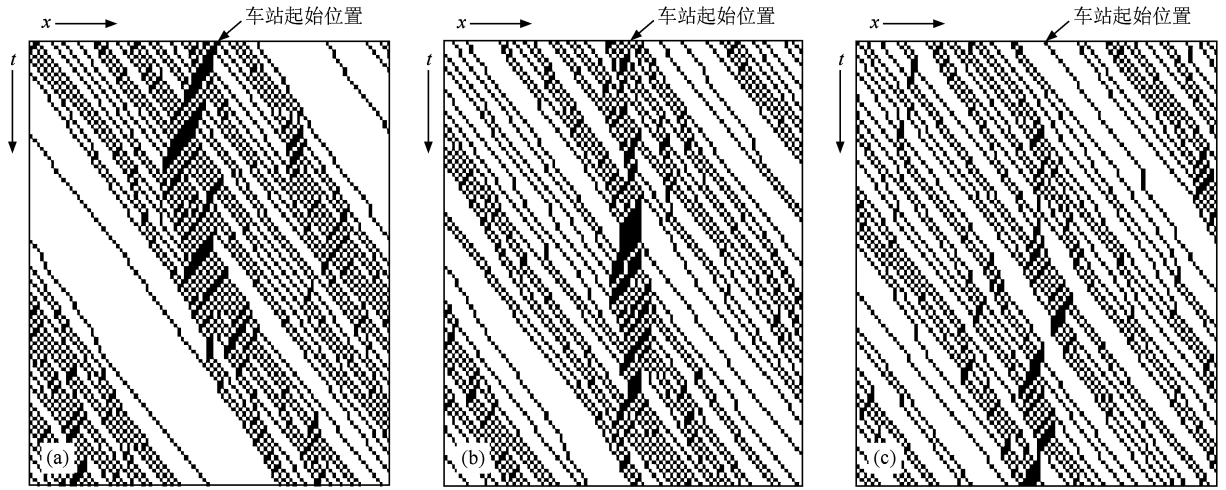


图3 相同密度和不同停靠站长度的车辆行驶时空图 (a) $L_s = 1, \rho = 0.30$; (b) $L_s = 5, \rho = 0.30$; (c) $L_s = 10, \rho = 0.30$

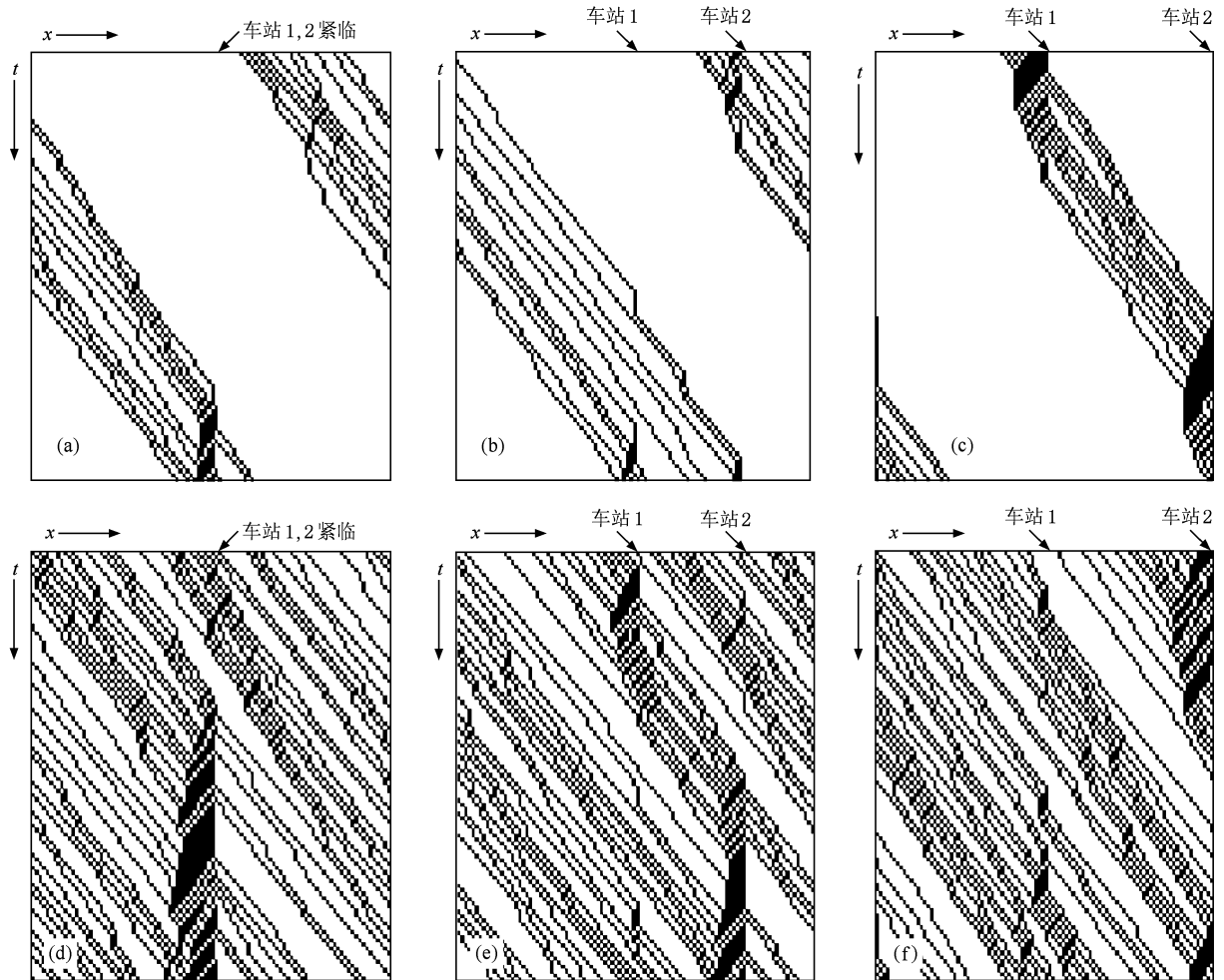


图4 不同密度和停靠站间距离组合下的车辆行驶时空图 (a) $\rho = 0.10, D_s = 0$; (b) $\rho = 0.10, D_s = 30$; (c) $\rho = 0.10, D_s = 50$; (d) $\rho = 0.30, D_s = 0$; (e) $\rho = 0.30, D_s = 30$; (f) $\rho = 0.30, D_s = 50$

响的. 在高密度区域, 车辆之间的相互干扰增强, 停 靠站引发的扰动可以忽略不计, 所以, 虽然 L_s 和 D_s

取值不同, 但得到基本重合的 $\langle v \rangle - \rho$ 曲线。

2) 从图 2(a) 可以发现, 在中等密度区间内, 相同密度下停靠站长度 L_s 越大, 平均速度 $\langle v \rangle$ 越高, 该现象可由图 3 所示的时空斑图直观解释。图 3 显示, 不管 L_s 取值如何, 均可产生集簇现象, 这是停靠站本身具有的扰动特征造成的。 L_s 取小值时, 可以看到停靠站后方存在向后传播的堵塞波 (如图 3(a)); 增大 L_s 值, 提高了停靠站内车辆的前行跃迁概率 \bar{q} , 停靠站处的堵塞比较容易消散 (如图 3(b), (c)), 从而提高了平均速度 $\langle v \rangle$ 。

3) 图 2(b) 给出了 $D_s = 0$ 和 $D_s > 0$ 下截然不同的 $\langle v \rangle - \rho$ 关系。当 $D_s > 0$ 时, 不同 D_s 值对 $\langle v \rangle - \rho$ 关系的影响不大。若 $D_s = 0$, 两个停靠站连接在一起, 随着车辆密度增加, 平均速度较早达到最大值; 在临界密度 ρ_c 两侧, $D_s = 0$ 和 $D_s > 0$ 对应的平均速度互有高低。这种现象可以从图 4 找到解释。如图 4 所示, 若 $D_s = 0$, 则只在一个停靠站内有堵塞现象 (如图 4(a) 和 (d)); 若 $D_s > 0$, 则会在两个不同的车站位置处出现集簇和堵塞现象 (如图 4(b) 和 (e)), 图 4(c) 和 (f))。当密度小于临界密度 ρ_c 时, 系统中的车辆较少, 集中在一处的扰动要比分散在两个不同位置的扰动产生较小的不利影响, 所以平均速度要高一些; 当密度大于临界密度 ρ_c 时, 加上车辆之间的相互作用, 分散在不同位置的堵塞现象更易于消散, 而集中于一处的堵塞难以在短期内消减, 所以平均速度要低一些。

为了进一步探明停靠站分布对公交运输系统的影响, 我们研究两种极端模式: 模式 1 将所有停靠站等距离分布在公交线路上, 用 N_s 表示系统中的总停靠站数量; 模式 2 将所有停靠站紧邻放置, 相当于只有一个停靠站, 但其长度可以变化, 是一种所谓的“堵塞”分布。从图 5 可以看出, 若 $N_s = L_s = 1$, 模式 1 和模式 2 的结果基本没有区别, 两条 $\langle v \rangle - \rho$ 曲线 (实线) 是重合的。相同模式下, 如模式 2, L_s 取不同值时得到的结果与前面的分析结果相同。对于模

式 1, 当停靠站数目由 $N_s = 1$ 增加到 $N_s = 5$ 时, 存在临界密度 ρ_1 , 在其两侧平均速度呈现出不同的特征, 且最大平均速度对应的临界密度随之上升。当 $N_s = L_s = 5$ 时, 停靠站的“堵塞”分布模式和“均匀”分布模式都在临界密度 ρ_2 处达到了系统的最大平均速度; 密度小于 ρ_2 时, “堵塞”分布产生较高的平均速度; 密度大于 ρ_2 时, “均匀”分布模式产生较高的平均速度。

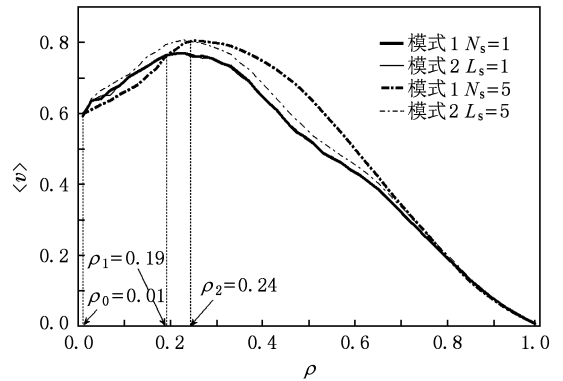


图 5 不同模式和不同停靠站数目下的速度-密度关系图

4. 结 论

以往的研究都没有就公交车流的集簇现象从停靠站因素方面进行深入分析。本文着重研究了公交停靠站长度和停靠站在线路上的分布对公交车流的影响。当系统中仅存在一个公交站和一辆公交车时, 可以使用平均场理论得到解析结论, 平均速度取决于车辆前行的跃迁概率和乘客的到达率, 对于跃迁概率和乘客到达率的不同组合, 平均速度与公交停靠站长度呈现出不同的函数关系, 模拟结果证明了这一解析结论。随着线路上公交车辆密度的增加, 公交停靠站长度和停靠站在线路上的分布将进一步影响平均速度。模拟结果表明, 不同的停靠站分布可以导致不同的速度-密度关系, 当车流密度较大时, 均匀的停靠站分布可以产生比较高的平均速度。

[1] Kerner B S 2004 *The physics of traffic* (Berlin: Springer-Verlag) p13
 [2] Helbing D 2001 *Rev. Mod. Phys.* **73** 1067
 [3] Chowdhury D, Santen L, Schadschneider A 2000 *Phys. Rep.* **329** 199
 [4] Maerivoet S, Moor B D 2005 *Phys. Rep.* **419** 1
 [5] Nagatani T 2001 *Physica A* **63** 629

[6] Nagatani T 2001 *Physica A* **296** 320
 [7] Nagatani T 2006 *Physica A* **371** 683
 [8] Nagatani T 2000 *Physica A* **287** 302
 [9] Huijberts H J C 2002 *Physica A* **308** 489
 [10] O'Loan O J, Evans M R, Cates M E 1998 *Phys. Rev. E* **58** 1404
 [11] Jiang R, Hu M B, Jia B, Wu Q S 2003 *Eur. Phys. J. B* **34** 367

- [12] Nagatani T 2002 *Rep. Prog. Phys.* **65** 1331 2115]
- [13] Tomoeda A, Nishinari K, Chowdhury D, Schadschneider A 2007 *Physica A* **384** 600 [15] Mei C Q, Huang H J, Tang T Q, Wang H W 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1497 (in Chinese) [梅超群、黄海军、唐铁桥、王惠文 2009 物理学报 **58** 1497]
- [14] Qian Y S, Wang H L, Wang C L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2115 (in Chinese) [钱勇生、汪海龙、王春雷 2008 物理学报 **57**

A public transport system model with consideration of bus stop^{*}

Ding Jian-Xun Huang Hai-Jun[†]

(*School of Economics and Management, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China*)

(Received 25 July 2009; revised manuscript received 16 August 2009)

Abstract

Clustering of bus flow easily occurs due to the influence of bus stop. A new cell automaton model which considers the length and distribution of bus stations is proposed in this paper. Numerical simulation shows that the model can explicitly depict the space-time trajectories of bus movement along a bus line, reproduce the clustering phenomenon of bus flow, and quantitatively evaluate the impact of bus station distribution on bus average speed. The study provides insight on formation mechanism of clustering and may contribute to the optimization of locating bus stations.

Keywords: public transport system, cellular automaton model, hopping probability, cluster phenomena

PACC: 0565, 0250, 0520

^{*} Project supported by the National Basic Research Program (973) of China (Grant No. 2006CB705503) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 70821061).

[†] Corresponding author. E-mail: haijunhuang@buaa.edu.cn